

## Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2022-03-15, 8:30-12:30.

**Ansvariga lärare:**

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca 09:30 och 11:00

**Examinator:** Emma Grunditz

**Tillåtna hjälpmedel:**

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

**Betygsgränser:** (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

**Granskning:** Tid och plats anslås på Canvas.

**Kom ihåg!** Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

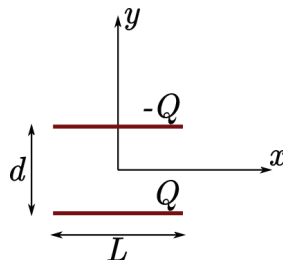
---

### Uppgift 1 (8p)

Två parallella linjeladdningar med längden  $L$  ligger i  $xy$ -planet, parallellt med  $x$ -axeln. Den ena linjeladdningen (med mitten i  $x = 0$ ,  $y = -d/2$ ) har total laddning  $Q$ . Den andra linjeladdningen (med mitten i  $x = 0$ ,  $y = d/2$ ) har total laddning  $-Q$ . Laddningarna är jämnt fördelade över linjerna.

Bestäm potentialen  $\Phi$  längs  $y$ -axeln som funktion av  $y$ .

(8p)



Tips: Identiteten

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

kan vara användbar.

**Lösningsförslag uppgift 1):**

Potentialen från linjeladdningen centrerad vid  $x = 0, y = d/2$  är

$$(1) \quad \Phi_1(y) = \int_{-Q} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|},$$

var  $\vec{r} = y\hat{y}$ ,  $\vec{r}' = x'\hat{x} + \frac{d}{2}\hat{y}$ ,  $dq' = -\frac{Q}{L}dx'$ . Därefter

$$(2) \quad \begin{aligned} \Phi_1(y) &= \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 L} \int_{x'=-L/2}^{L/2} \frac{dx'}{\sqrt{(x')^2 + (\frac{d}{2} - y)^2}} \\ &= \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 L} \left[ \ln \left| x' + \sqrt{(x')^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2} \right| \right]_{x'=-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \left| \frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2}}{\frac{L}{2} - \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2}} \right|. \end{aligned}$$

På liknande sätt är potentialen från linjeladdningen centrerad vid  $x = 0, y = -d/2$ , (OBS  $\vec{r}' = x'\hat{x} - \frac{d}{2}\hat{y}$ )

$$(3) \quad \Phi_2(y) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \left| \frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} + y\right)^2}}{\frac{L}{2} - \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} + y\right)^2}} \right|.$$

Den totala potentialen vid  $y$ -axeln är

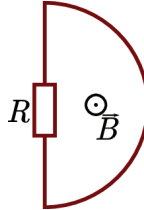
$$(4) \quad \Phi(y) = \Phi_1(y) + \Phi_2(y) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \left| \frac{\left[ \frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} + y\right)^2} \right] \left[ \frac{L}{2} - \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2} \right]}{\left[ \frac{L}{2} - \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} + y\right)^2} \right] \left[ \frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} - y\right)^2} \right]} \right|.$$

## Uppgift 2 (7p)

En trådslinga består av en halvcirkel med radien  $a$  och ett rakt segment som förbinder halvcirkelns ändpunkter. Ett motstånd  $R$  är placerat i mitten av det raka segmentet. Slingan ligger i  $xy$ -planet i ett magnetfält

$$\vec{B} = \hat{z} B_0 \sin \omega t + \hat{x} B_0 \cos \omega t.$$

Bestäm den inducerade spänningen (elektromotorisk kraft) och den inducerade strömmen i slingan. Ange strömriktningen vid tidpunkten  $t = 0$ . (7p)



## Lösningsförslag:

Vi bestämmer flödet från

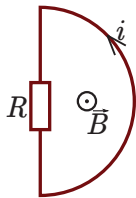
$$\begin{aligned} \Phi_B &= \int_{\text{slingans yta}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{slingans yta}} [\hat{z} B_0 \sin(\omega t) + \hat{x} B_0 \cos(\omega t)] \cdot \hat{z} dS \\ (5) \quad &= B_0 \sin(\omega t) \int_{\text{slingans yta}} dS = \frac{B_0 \pi a^2}{2} \sin(\omega t). \end{aligned}$$

E.m.k är

$$(6) \quad \mathcal{V} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{B_0 \pi a^2}{2} \omega \cos(\omega t).$$

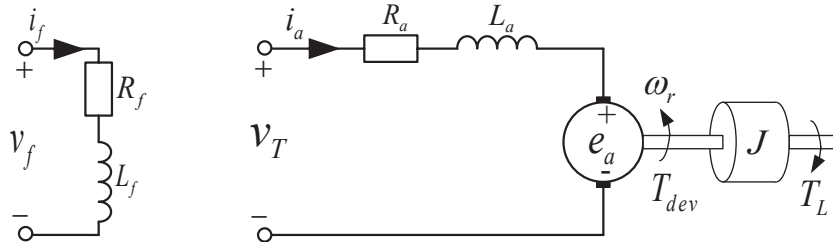
Den elektriska strömmen blir

$$(7) \quad i = \frac{\mathcal{V}}{R} = -\frac{B_0 \pi a^2}{2R} \omega \cos(\omega t).$$



## Uppgift 3 (11p)

Du vill bygga en elektrifierad fyrhjuling som skall drivas av en separatmagnetiserad likströmsmaskin enligt nedan, via ett batteri och en omriktare. Motorns märkdata är  $v_T=260$  V,  $i_a = 23$  A,  $v_f=220$  V, och dess parametrar är  $R_a=2\ \Omega$ ,  $L_a = 20$  mH,  $J=0.05$  kg m<sup>2</sup>,  $R_f=110\ \Omega$ ,  $L_f=100$  mH. Vid märkspänning har motorn tomgångsvarvtalet 2070 rpm. Fordonets lastande moment kan antas vara proportionellt mot varvtalet,  $T_L = B \omega_r = 0.12 \omega_r$  Nm. Motorns friktionsförluster kan här försummas.



- Det sammanlänkade flödet för maskinen,  $\lambda = k_f i_f$  är proportionellt mot fältströmmen,  $i_f$ . Beräkna proportionalitetskonstanten  $k_f$ . (2p)
- Beräkna maskinens verkningsgrad vid märkdrift.  
Om a) ej kunde lösas, antag  $k_f=0.5$  Wb/A (2p)
- Beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan driva fordonet på med märkspänning i fältkretsen. Rita även lastens och maskinens moment-varvtalskaraktäristik. Markera arbetspunkten där maskinen driver lasten, samt ange numeriska värden om graferna skär xy-axlarna. (3p)
- Genom att minska fältströmmen kan maskinen fås att rotera snabbare, men på bekostnad av att den inte kan producera lika högt vridmoment. Vilket är det högsta varvtalet som maskinen kan driva lasten på, utan att märkspänning och märkström överskrids? Beskriv även hur maskinens moment-varvtalskaraktäristik påverkas vid detta driftfall. (3p)
- Fordonet skall kunna köras framåt och backa, samt kunna bromsas med elmaskinen. Av de olika omriktarna vi studerat i kursen, vilken skulle behöva användas för att spänningssätta elmaskinens ankarkrets? Motivera ditt svar. (1p)

**Lösningsförslag:****a)**

Proportionalitetskonstanten  $k_f$  representerar maskinens geometri, dimensioner och material, så den är konstant för alla driftfall. Vi känner till tomgångsvarvtalet vid märk-ankarspänning. Detta är ju ett stationärtillstånd då ankarströmmen är noll. Det ger ett uttryck för det länkade flödet som

$$v_{T,m} = \lambda \omega_{r,0} \Rightarrow \lambda = \frac{v_{T,m}}{\omega_{r,0}} = \frac{v_{T,m}}{n_0 \frac{\pi}{30}} = \frac{260}{2070 \frac{\pi}{30}} = 1,1994 \text{ Wb} \approx 1,2 \text{ Wb}$$

Det länkade flödet beror på strömmen i fältkretsen enligt  $\lambda = k_f i_f$ . Eftersom tomgångsvarvtalet gäller vid märkspänning, innebär det märkspänning i både ankarkretsen och i fältkretsen. Vid märkspänning i fältkretsen blir märk-fältströmmen

$$i_{f,m} = \frac{v_{f,m}}{R_f} = \frac{220 \text{ V}}{110 \ \Omega} = 2 \text{ A}$$

Tillsammans ger detta att

$$k_f i_{f,m} = \frac{v_{T,m}}{n_0 \frac{\pi}{30}} \Rightarrow k_f = \frac{v_{T,m}}{i_{f,m} n_0 \frac{\pi}{30}}$$

Därmed kan  $k_f$  beräknas

$$k_f = \frac{v_{T,m}}{i_{f,m} n_0 \frac{\pi}{30}} = \frac{260}{2 \cdot 2070 \cdot \frac{\pi}{30}} = 0.5997 \text{ Wb/A} \approx 0,6 \text{ Wb/A}$$

**b)**

Verkningsgraden fås som relationen mellan mekanisk ut-effekt och elektrisk in-effekt vid märkdrift.

Den elektriska in-effekten till ankarkretsen vid märkdrift är  $P_{el,a} = v_{T,m} i_{a,m} = 260 \cdot 23 = 5980 \text{ W}$

Den mekaniska ut-effekten är  $P_{mek} = T_{dev,m} \omega_{r,m} = \lambda i_{a,m} \omega_{r,m}$

Då vi känner alla värden utom varvtalet vid märkdrift bör detta beräknas. Det kan beräknas via

$$v_{T,m} = R_a i_{a,m} + \lambda \omega_{r,m} \Rightarrow \omega_{r,m} = \frac{v_{T,m} - R_a i_{a,m}}{\lambda} = \frac{260 - 2 \cdot 23}{1.2} = 178.33 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 1703 \text{ rpm}$$

Det ger  $P_{mek} = T_{dev,m} \omega_{r,m} = \lambda i_{a,m} \omega_{r,m} = 1.2 \cdot 23 \cdot 178.33 = 4921,9 \text{ W}$

Om man endast tar hänsyn till ankarkretsen blir berkningsgraden

$$\eta = \frac{P_{mek}}{P_{el}} = \frac{4921,9}{5980} = 82.3\%$$

Om man även tar hänsyn till effektförlusterna i fältkretsen blir verkningsgraden i stället

$$\eta = \frac{P_{mek}}{P_{el,a} + P_{el,f}} = \frac{4921,9}{5980 + 220 \cdot 2} = 76,7\%$$

Eftersom det inte specificeras i frågan, kan båda svaren anses som korrekta, bara det tydligt framgår vad som ingår i beräkningen.

**c)**

Vid märk-fältspänning 220 V, dvs. utan fältförsvagning fås det högsta varvtalet för den linjära lasten vid den högsta tillåtna spänningen i ankarkretsen, dvs. vid ankarkretsens märkspänning på 260V.

För att beräkna varvtalet som motorn driver lasten på utgår vi från den mekanisk ekvationen. Då motorn driver lasten råder stationärtillstånd, dvs.

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{dev} - T_L = 0 \Rightarrow T_{dev} = T_L$$

Från ovanstående kan vi nu koppla ankarströmmen och varvtalet via

$$T_{dev} = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{B \omega_r}{\lambda}$$

Vi har även den elektriska ekvationen i stationärtillstånd

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$$

Vi känner  $v_T$ ,  $R_a$ ,  $\lambda$  och  $B$ , vilket ger oss två obekanta parametrar:  $i_a$  och  $\omega_r$ . Vi kan nu sätta in uttrycket för ankarströmmen i den elektriska ekvationen, för att endast ha varvtalet som obekant, enligt

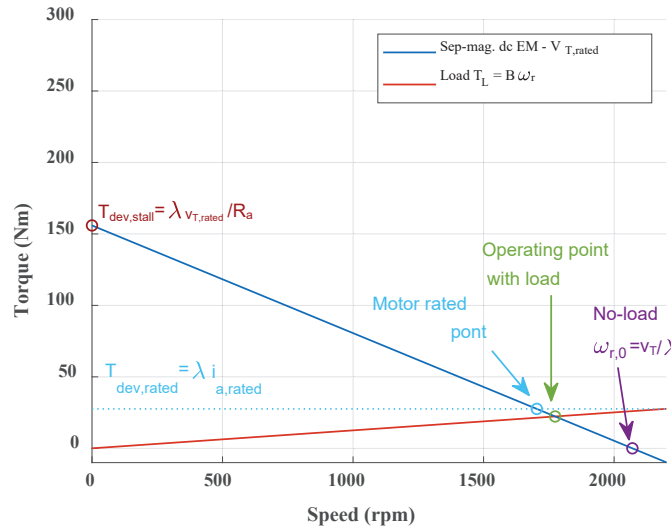
$$v_T = R_a \frac{B \omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left( \frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right)$$

Sedan kan vi beräkna varvtalet som

$$\omega_r = \frac{v_T}{\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda} = \frac{260}{\frac{2 \cdot 0.12}{1.2} + 1.2} = 185,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 1773,4 \text{ rpm}$$

Maskinens och lastens moment-varvtalskaraktäristik ses i figuren nedan där lasten är linjärt proportionell mot ökande varvtal, och maskinens moment  $T_{dev} = \frac{\lambda}{R_a} (v_T - \lambda \omega_r)$  dvs linjärt proportionell mot minskande varvtal.

Tomgångsvarvtalet ( $T_{dev} = 0$ ) är angiven i uppgiftsbeskrivningen till 2070 rpm. Då behöver vi endast kipp- eller startmomentet ( $\omega_r = 0$ ) beräknas.



Kippmomentet / startmomentet fås genom att först ta fram ankarströmmen vid stillastående rotor

$$v_{T,m} = R_a i_a \Rightarrow i_a = \frac{v_{T,m}}{R_a}$$

Sedan är startmomentet

$$T_{dev, kipp} = \lambda i_a = \lambda \frac{v_{T,m}}{R_a} = 1.2 \frac{260}{2} = 156 \text{ Nm}$$

d)

Med märk-ankarspänning i både ankar-krets och fältkrets räknade vi i c) uppgiften ut högsta möjliga varvtal som maskinen kan driva lasten på. Men om man sänker fältströmmen, förskjuts tomgångsvarvtalet till ett högre varvtalsvärde ( $\omega_{r,0} = \frac{v_{T,m}}{\lambda}$ ), medan kippmomentet förskjuts till ett lägre momentvärde ( $T_{dev, kipp} = \lambda \frac{v_{T,m}}{R_a}$ ). Det ger att maskinens moment-varvtals-karaktäristik fortfarande är linjär men med en flackare lutning (se figur nästa sida. OBS både text och figur ej nödvändigt)

Eftersom lasten är linjärt proportionell mot varvtalet, fås högsta varvtalet med högsta möjliga ankerspänning och ström, dvs. märk-ankarspänning och märkström. Dock är nu det länkade flödet lägre, eftersom vi sänker fältströmmen. Då måste vi räkna ut hur mycket vi sänker den.

Även i detta fall kommer motorn att driva lasten vid en stationär arbetspunkt, dvs.  $T_{dev} = T_L \Rightarrow$

$$\lambda i_a = B \omega_r \Rightarrow k_f i_f i_{a,m} = B \omega_r \Rightarrow \omega_r = \frac{k_f i_f i_{a,m}}{B}$$

Insättning av uttrycket för varvtalet i den elektriska ekvationen ger

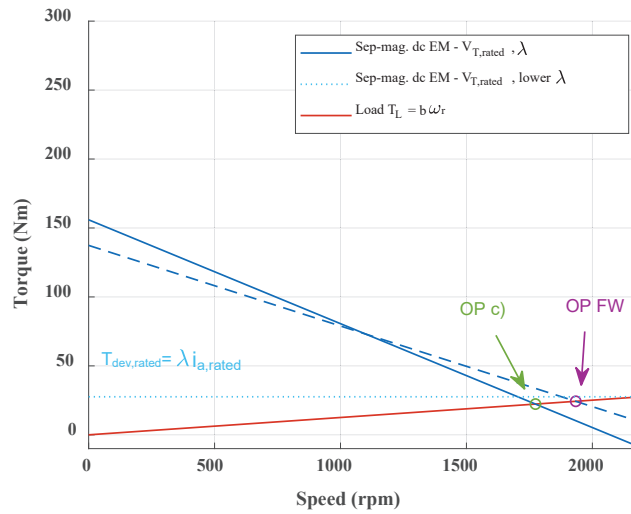
$$v_{T,m} = R_a i_{a,m} + k_f i_f \frac{k_f i_f i_{a,m}}{B} = R_a i_{a,m} + i_f^2 \frac{k_f^2 i_{a,m}}{B}$$

Nu kan vi lösa ut fältströmmen

$$i_f = \sqrt{\frac{v_{T,m} - R_a i_{a,m}}{\frac{k_f^2 i_{a,m}}{B}}} = \sqrt{\frac{260 - 2 \cdot 23}{0,6^2 \cdot 23 / 0,12}} = 1,76 \text{ A}$$

Det ger varvtalet

$$\omega_r = \frac{k_f i_f i_{a,m}}{B} = \frac{0,6 \cdot 1,76 \cdot 23}{0,12} = 202,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 1933 \text{ rpm}$$



e)

Eftersom elmaskinen skall kunna rotera både framåt och bakåt genom att endast styra ankarspänningen, så måste omriktaren klara av att ge motorn både positiv och negativ spänning. Eftersom man även vill kunna bromsa med elmaskinen, så måste omriktaren även kunna hantera generatordrift i båda rotationsriktningarna. Därmed krävs en 4-kvadrant-omriktare.

## Uppgift 4 (5p)

Varvtalet på elmaskinen i fyrhjulingen i uppgift 3 styrs av föraren via gaspådraget. Utsignalen från gasreglaget kan ses som en referens för elmaskinens vridmoment. Reglersystemet för vridmomentet bör ha en stigtid på 20 ms.

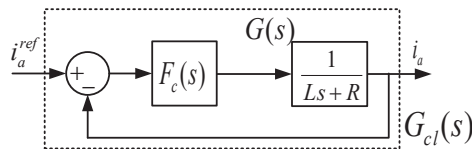
- Härled en lämplig ström/momentregulator, samt beräkna numeriska värden på regulatorn. (Att direkt utan härledning skriva upp uttrycken ger 0 poäng) (2p)
- Rita ett blockschema för likströmsmaskinen och dess styrning av vridmomentet och varvtalet. (Att endast skriva "ekvationsuttryck" för att representera signalerna ger 0 poäng). Ange en fysikalisk tolkning av signaler mellan blocken. (3p)

## Lösningsförslag:

a)

Moment-referensen från gasreglaget kan i strömregulatorn omvandlas till en strömreferens via det länkade flödet.

När strömregulatorn härleds så betraktas framkopplingen av den inducerade spänningen som ideal, dvs. att  $e_a$  och  $\hat{e}_a$  tar ut varandra vid dimensioneringen av regulatorn. Rita det förenklade blockschemat för strömregulatorn och den elektriska biten av DC-motorn



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpasfilter med stigtiden  $t_r = 20 \text{ ms}$ , vilket ger en bandbredd  $\alpha_c = \frac{nl(9)}{t_r} = \frac{2,2}{0,02} = 109,86 \text{ rad/s}$ , detta ger

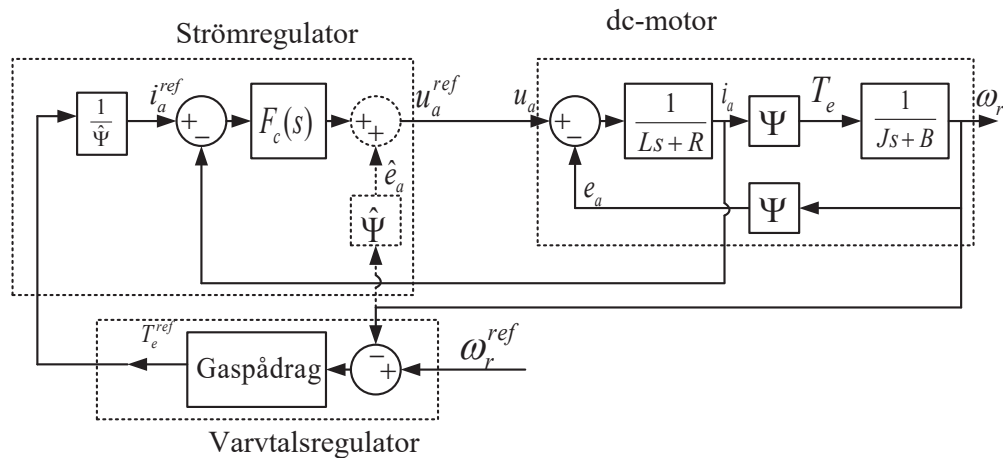
$$\frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} = \frac{\alpha_c/s}{1 + \alpha_c/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F_c(s)G(s)}{1 + F_c(s)G(s)} \Rightarrow$$

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s} G^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s} (\hat{L}_a s + \hat{R}_a) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \Rightarrow$$

$$K_{pc} = \hat{L}_a \alpha_c = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 109,86 = 2,2$$

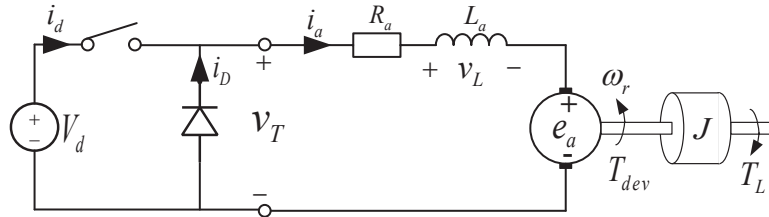
$$K_{ic} = \hat{R}_a \alpha_c = 2 \cdot 109,86 = 219,7$$

b)



## Uppgift 5 (8p)

En varm sommardag svalkar du dig med hjälp av din nyinköpta kylfläkt som drivs av ett batteri som matar en permanentmagnetiserad likströmsmaskin via en omriktare, enligt figuren nedan. Batterispänningen,  $V_d$  är 12 V, maskinens parametrar är  $R_a=0.8\ \Omega$ ,  $L_a=75\ \mu\text{H}$ ,  $\lambda=0.06\ \text{Wb}$ , och fläktens lastande moment är  $T_L = 10^{-4}\omega_r\text{Nm}$ . Omvandlarens switch och diod kan anses förlustfria.



- Om omriktarens switch är på hela tiden, beräkna maskinens ankarspänning. Ange även vilken typ av omriktare detta är, upp- eller ned-spänningsomriktare. (1p)
- Då switchen är på  $8\mu\text{s}$  över en periodtid på  $10\mu\text{s}$ , skissa  $v_T$ ,  $e_a$ ,  $V_d$ ,  $i_a$ ,  $i_d$ ,  $i_D$  för en switchperiod. Ange relevanta nivåer på xy-axlarna, och indikera när switchen är på. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs.  $R_a=0$ , och mot-emkn kan antas vara konstant. (4p)
- Härled ett uttryck för maskinens varvtal,  $\omega_r$  som funktion av inspänningen  $V_d$ , och duty cyclen,  $D$ . Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs.  $R_a=0$ . (3p)

## Lösningförslag:

a)

Om switchen är på hela tiden, kommer dioden och ankarspänningen,  $v_T$  vara lika med batterispänningen  $V_d$ . Omriktaren är en ned-spänningsomvandlare.

b)

Vi börjar med att beräkna duty cyclen,  $D$  via tiden då switchen är på,  $t_{on}$  och periodtiden  $T_s$ , som  $D = \frac{t_{on}}{T_s} = \frac{8\mu\text{s}}{10\mu\text{s}} = 0,8$

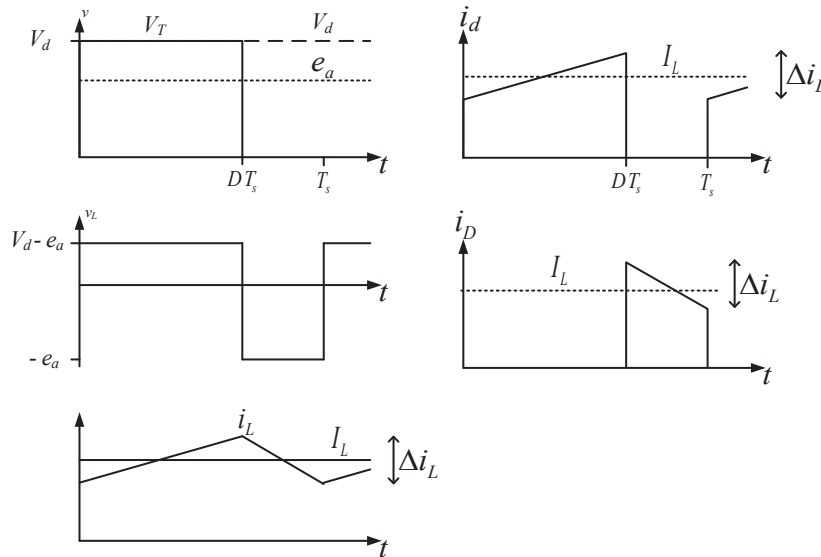
Vidare antar vi att

- Det råder stationärtillstånd för omriktaren, dvs. alla switchperioder är lika
- Omriktaren arbetar i CCM, då  $i_L > 0$ , vilket gör att den har två tillstånd
- Omriktarens komponenter är förlustfria

När switchen är ON är dioden backspänd och leder inte ström  $i_D = 0$ . Då går strömmen från källan genom ankarkretsen och dess induktans, som har spänningen  $v_L = v_T - e_a = V_d - e_a$ . Eftersom det är en ned-spänningsomvandlare så är  $e_a$  lägre än inspänningen  $V_d$ . Då är  $v_L > 0$  vilket ger att  $i_L = i_a = i_d$  ökar linjärt (ty generellt gäller att  $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ ), spolen laddas upp.

Då switchen är OFF är dioden framspänd och kan leda en ström. Då kommer spolen att ladda ur sig genom dioden, eftersom  $v_L = -e_a < 0$  vilket ger att  $i_L = i_a = i_D$  minskar linjärt.

Se grafer nedan

In-spänning:  $V_d$ Ut-spänning:  $e_a$ Induktans-spänning:  $v_L$ Induktans-ström:  $i_L = i_a$ In-ström:  $i_d$ Diod-ström:  $i_D$ **c)**

Även här antas att mot-emkn är konstant. In och utspänningsförhållandet fås genom att beräkna medelvärdet av induktansspänningen vilket är noll i stationärtillstånd.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} V_d - e_a dt + \frac{1}{T_s} \int_{DT_s}^{T_s} -e_a dt = \frac{1}{T_s} DT_s (V_d - e_a) - \frac{1}{T_s} (T_s - DT_s) e_a$$

$$\Rightarrow$$

$$0 = DV_d - e_a \Rightarrow e_a = DV_d$$

Därefter kan vi uttrycka mot-emkn via länkat flöde och varvtal istället och bryta ut varvtalet som

$$e_a = \lambda \omega_r = DV_d \Rightarrow \omega_r = \frac{DV_d}{\lambda}$$

## Uppgift 6 (8p)

En Y-kopplad asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar:  $R_s=0.2 \Omega$ ,  $X_s=0.5 \Omega$ ,  $R'_r=0.3 \Omega$ ,  $X'_r=0.5 \Omega$  och  $X_m=10 \Omega$ . Maskinens varvtal vid märkdrift är 1455 RPM.

- Hur många poler har asynkronmaskinen? Motivera ditt svar. (1p)
- Beräkna maskinens axeleffekt, utvecklat vridmoment, statoreffekt, samt effektfaktor vid märkdrift. (5p)
- Hur kan maskinens varvtal varieras så att den kan driva en last vid olika varvtal. (2p)

**Lösningförslag:****a)**

Då märkvarvtalet är 1455 rpm och normala eftersläpningar är på några procent, bör synkrona varvtalet vara strax över 1455 rpm.

Det synkrona varvtalet,  $n_s$  är proportionellt med matande spänningens frekvens,  $f$ , via antal poler,  $P$ , som  $n_s = \frac{60f}{P/2}$

Vid matningsfrekvens på 50 Hz, blir  $n_s = \frac{120 \cdot 50}{P} = \frac{6000}{P}$

Så med minsta antalet poler  $P=2$  blir  $n_s = \frac{6000}{2} = 3000 \text{ rpm}$ , detta är för högt jämfört med märkvarvtalet

Så med näst minsta antalet poler  $P=4$  blir  $n_s = \frac{6000}{4} = 1500 \text{ rpm}$ , detta är ett rimligt värde

Därmed måste motorn ha 4 poler

**b)**

Vid märkdrift, beräkna:

- Statoreffekt:  $|S_s| = 3|\vec{V}_s||\vec{I}_s^*|$
- Effektfaktorn:  $\cos \varphi = \cos(\theta_v - \theta_i)$
- Axeleffekt:  $P_{\text{dev}} = 3R'_r|\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s}$
- Utvecklat vridmoment:  $T_{\text{dev}} = \frac{P_{\text{dev}}}{\omega_r}$

Vi börjar med att beräkna eftersläpningen vid märkdrift som

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1500 - 1455}{1500} = 3\%$$

Sedan vill vi beräkna strömmen i statorlindningen. Då behöver vi den totala ekvivalenta impedansen. Den består av en statordel plus en rotordel som är parallell-kopplad med magnetiseringsinduktansen. Vi beräknar först den ekvivalenta impedansen av magnetiseringsinduktansen parallellt med den totala rotor impedansen:

$$\vec{Z}_{r,m} = \frac{jX_m(R'_r/s + jX'_r)}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} = \frac{j10(0,3/0,03 + j0,5)}{j10 + 0,3/0,03 + j0,5} = \frac{-5 + j100}{10 + j10,5} = 4,76 + j5 \Omega$$

Sedan kan strömmen i statorn beräknas som matande spänning genom totala impedansen

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{V}_s}{R_s + jX_s + \vec{Z}_{r,m}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0,2 + j0,5 + 4,76 + j5} = \frac{400/\sqrt{3}}{4,96 + j5,5} = \frac{400/\sqrt{3}}{7,4\angle 47,96^\circ} = 31,2\angle -48^\circ \text{ A}$$

Effektfaktorn kan nu beräknas som

$$\cos \varphi = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(0^\circ + 48^\circ) = 0,67$$

### Statoreffekten

$$S_s = 3 V_s I_s^* = 3 \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 31,2 (\cos(48^\circ) + i \cdot \sin(48^\circ)) = 14\,464 + j16\,064 \text{ VA}$$

Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\begin{aligned} \vec{I}'_r &= \frac{jX_m}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} \vec{I}_s = \frac{j10 \cdot 31,2 \angle -48^\circ}{10 + j10,5} = \frac{10 \angle 90^\circ \cdot 31,2 \angle -48^\circ}{14,5 \angle 46,4^\circ} = \frac{312 \angle 42^\circ}{14,5 \angle 46,4^\circ} \\ &= 21,5 \angle -4,4^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

### Axeleffekten

$$P_{\text{dev}} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 0,3 \cdot 21,5^2 \frac{1-0,03}{0,03} = 13,45 \text{ kW}$$

### Axelmomentet

$$T_{\text{dev}} = \frac{P_{\text{dev}}}{\omega_r} = \frac{13,45 \cdot 10^3}{1455 \frac{\pi}{30}} = 88,3 \text{ Nm}$$

**c)**

Varvtalet som motorn kommer att driva lasten på kan varieras genom att ändra det synkrona varvtalet. Det görs genom att variera frekvensen på den matande statorspänningen. Om frekvensen ökar kommer det synkrona varvtalet att öka, om frekvensen minskar kommer det synkrona varvtalet också att minska. Arbetspunkten för lasten beror sedan även på hur lastens moment-varvtals-karaktäristik ser ut.

## Uppgift 7 (3p)

Uppbyggnaden av en permanent magnetiserad synkronmaskin har en maskin-del gemensamt med asynkronmaskinen, vilken? Beskriv hur den delen är uppbyggd och vad den fyller för funktion. (3p)

**Lösningsförslag:**

De båda maskintyperna har statorns konstruktion gemensam.

Genom att statorn har tre lindningar som är förskjutna  $120^\circ$  i rummet och matas med tre spänningar som är fasförskjutna  $120^\circ$  i tiden kommer ett roterande magnetiskt flöde att uppstå, även kallat luftgapsflödet. Detta roterande flöde är grundprincipen för både synkron- och asynkronmaskiner.

Vidare, utanför svaret på frågan, kan även följande nämnas:

För en PMSM är det statorns roterande luftgapsflöde som drar med sig magneten i rotorn runt. De roterar därmed vid samma varvtal, men med en liten vinkelskillnad. Ju större vinkelskillnad, desto kraftigare vridmoment.

För en asynkronmaskin skapar det roterande luftgapsflödet från statorn inducerade spänningar och strömmar i rotorn, och det skapas en kraft på de ledarna, vilka får rotorn att rotera. Här krävs att rotorn roterar lite långsammare än statorns luftgapsflöde, för att rotorn skall uppleva att flödet ändras över tid. Ju större hastighetsskillnad, desto högre rotorströmmar och därmed högre utvecklat vridmoment.