

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2022-03-15, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser: (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

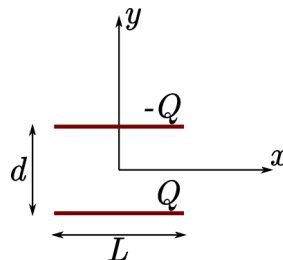
Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (8p)

Två parallella linjeladdningar med längden L ligger i xy -planet, parallellt med x -axeln. Den ena linjeladdningen (med mitten i $x = 0$, $y = -d/2$) har total laddning Q . Den andra linjeladdningen (med mitten i $x = 0$, $y = d/2$) har total laddning $-Q$. Laddningarna är jämnt fördelade över linjerna.

Bestäm potentialen Φ längs y -axeln som funktion av y .

(8p)



Tips: Identiteten

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

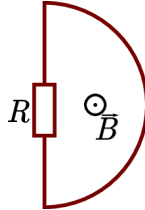
kan vara användbar.

Uppgift 2 (7p)

En trådslinga består av en halvcirkel med radien a och ett rakt segment som förbinder halvcirkelns ändpunkter. Ett motstånd R är placerat i mitten av det raka segmentet. Slingan ligger i xy -planet i ett magnetfält

$$\vec{B} = \hat{z} B_0 \sin \omega t + \hat{x} B_0 \cos \omega t.$$

Bestäm den inducerade spänningen (elektromotorisk kraft) och den inducerade strömmen i slingan. Ange strömriktningen vid tidpunkten $t = 0$. (7p)

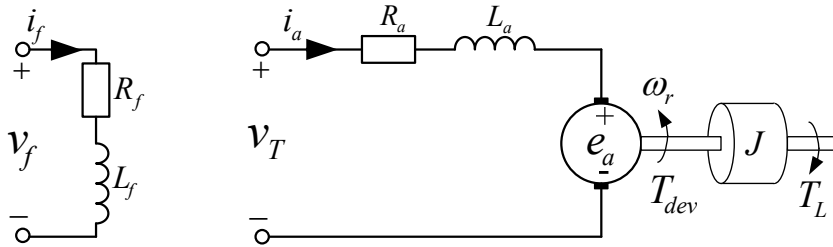


Uppgift 3 (11p)

Du vill bygga en elektrifierad fyrhjuling som skall drivas av en separatmagnetiserad likströmsmaskin enligt nedan, via ett batteri och en omriktare. Motorns märkdata är $v_T=260$ V, $i_a = 23$ A, $v_f=220$ V, och dess parametrar är $R_a=2$ Ω , $L_a = 20$ mH, $J=0.05$ kg m², $R_f = 110$ Ω , $L_f = 100$ mH. Vid märkspänning har motorn tomgångsvarvtalet 2070 rpm.

Fordonets lastande moment kan antas vara proportionellt mot varvtalet,

$T_L = B \omega_r = 0.12 \omega_r$ Nm. Motorns friktionsförluster kan här försummas.



- Det sammanlänkade flödet för maskinen, $\lambda = k_f i_f$ är proportionellt mot fältströmmen, i_f . Beräkna proportionalitetskonstanten k_f . (2p)
- Beräkna maskinens verkningsgrad vid märkdrift.
Om a) ej kunde lösas, antag $k_f=0.5$ Wb/A (2p)
- Beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan driva fordonet på med märkspänning i fältkretsen. Rita även lastens och maskinens moment-varvtalskaraktäristik. Markera arbetspunkten där maskinen driver lasten, samt ange numeriska värden om graferna skär xy -axlarna. (3p)
- Genom att minska fältströmmen kan maskinen fås att rotera snabbare, men på bekostnad av att den inte kan producera lika högt vridmoment. Vilket är det högsta varvtalet som maskinen kan driva lasten på, utan att märkspänning och märkström överskrids? Beskriv även hur maskinens moment-varvtalskaraktäristik påverkas vid detta driftfall. (3p)
- Fordonet skall kunna köras framåt och backa, samt kunna bromsas med elmaskinen. Av de olika omriktarna vi studerat i kursen, vilken skulle behöva användas för att spänningssätta elmaskinens ankarkrets? Motivera ditt svar. (1p)

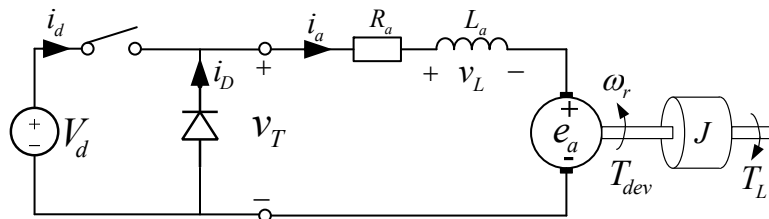
Uppgift 4 (5p)

Varvtalet på elmaskinen i fyrhjulingen i uppgift 3 styrs av föraren via gaspådraget. Utsignalen från gasreglaget kan ses som en referens för elmaskinens vridmoment. Reglersystemet för vridmomentet bör ha en stigtid på 20 ms.

- Härled en lämplig ström/momentregulator, samt beräkna numeriska värden på regulatorn. (Att direkt utan härledning skriva upp uttrycken ger 0 poäng) (2p)
- Rita ett blockschema för likströmsmaskinen och dess styrning av vridmomentet och varvtalet. (Att endast skriva "ekvationsuttryck" för att representera signalerna ger 0 poäng). Ange en fysikalisk tolkning av signaler mellan blocken. (3p)

Uppgift 5 (8p)

En varm sommardag svalkar du dig med hjälp av din nyinköpta kylfläkt som drivs av ett batteri som matar en permanentmagnetiserad likströmsmaskin via en omriktare, enligt figuren nedan. Batterispänningen, V_d är 12 V, maskinens parametrar är $R_a=0.8 \Omega$, $L_a = 75 \mu\text{H}$, $\lambda=0.06 \text{ Wb}$, och fläktens lastande moment är $T_L = 10^{-4}\omega_r \text{ Nm}$. Omvandlarens switch och diod kan anses förlustfria.



- Om omriktarens switch är på hela tiden, beräkna maskinens ankarspänning. Ange även vilken typ av omriktare detta är, upp- eller ned-spänningsomriktare. (1p)
- Då switchen är på $8\mu\text{s}$ över en periodtid på $10\mu\text{s}$, skissa v_T , e_a , V_d , i_a , i_d , i_D för en switchperiod. Ange relevanta nivåer på xy-axlarna, och indikera när switchen är på. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$, och mot-emkn kan antas vara konstant. (4p)
- Härled ett uttryck för maskinens varvtal, ω_r , som funktion av inspänningen V_d , och duty cyclen, D . Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$. (3p)

Uppgift 6 (8p)

En Y-kopplad asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar: $R_s=0.2 \Omega$, $X_s=0.5 \Omega$, $R'_r=0.3 \Omega$, $X'_r=0.5 \Omega$ och $X_m=10 \Omega$. Maskinens varvtal vid märkdrift är 1455 RPM.

- Hur många poler har asynkronmaskinen? Motivera ditt svar. (1p)
- Beräkna maskinens axeleffekt, utvecklat vridmoment, statoreffekt, samt effektfaktor vid märkdrift. (5p)
- Hur kan maskinens varvtal varieras så att den kan driva en last vid olika varvtal. (2p)

Uppgift 7 (3p)

Uppbyggnaden av en permanent magnetiserad synkronmaskin har en maskin-del gemensamt med asynkronmaskinen, vilken? Beskriv hur den delen är uppbyggd och vad den fyller för funktion. (3p)

EEN155 Formelsamling

Differential Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Integral Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} &= \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} & \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} & \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 I_{\text{enc}} + \epsilon_0 \mu_0 \oint_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}\end{aligned}$$

where

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Induced voltage - electromotive force

$$\mathcal{V} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{stationary circuits})$$

Electrostatics

The Electric Field

Coulomb's Law:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^2} \hat{\mathbf{R}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

The Electric Field:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \quad \mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (\Phi \text{ electric potential})$$

Electric Field due to discrete point charges:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

Electric Field due to a continuous charge distribution:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (\text{volume charge}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \quad (\text{surface charge}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dl' \quad (\text{line charge})\end{aligned}$$

Electric Potential

$$\Phi(b) - \Phi(a) = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Potential due to a localized charge distribution:

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{volume charge}) \\ \Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \quad (\text{surface charge})\end{aligned}$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

Work and Energy in Electrostatics

Energy stored in a point charge distribution: (Φ is potential)

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \Phi(\mathbf{r}_i)$$

Energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') dV'$$

Total energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{all space}} E^2(\mathbf{r}') dV'$$

Conductors

$\mathbf{E} = \mathbf{0}$ inside a conductor.

Electric Field immediately outside a conductor:

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$

Surface charge:

$$\rho_s = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial n}$$

Capacitors:

$$\begin{aligned}Q &= C\Phi \\ W &= \frac{1}{2} C\Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q\Phi\end{aligned}$$

Potentials

Laplace's Equation:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Electric Dipole

Dipole Moment:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{r}'_i = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV$$

Electric Dipole Potential (at origin):

$$\Phi_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Electric Fields in Matter

Bound Charges:

$$\rho_s = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad \rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

The Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{f,\text{enc}}$$

Linear Dielectrics

Polarization:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

Energy in a Dielectric System:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\text{all space}} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV$$

Magnetostatics

Lorentz Force Law:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Currents:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$$

Biot-Savart Law:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Magnetic Vector Potential

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{where} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Vector Potential Poisson's Equation:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

Vector Potential when $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}$ at infinity:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

Dipole momentum of a current loop:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Magnetic Dipole Moment for a vector area $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{m} = I \int d\mathbf{S} = I \mathbf{a}$$

Magnetic Fields in Matter

Bound Currents:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad \mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_f$$

Linear Media

Magnetization in linear media:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$$

Volume bound current:

$$\mathbf{J}_b = \chi_m \mathbf{J}_f$$

Boundary Conditions

Tangential components:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (\mathbf{J}_s \text{ surface current})$$

Normal components:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (\rho_s \text{ surface charge})$$

Vector Derivatives

Cartesian

$$d\mathbf{l} = dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}}, \quad dV = dx dy dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} v_\phi$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{r}} +$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (rv_\phi) \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f =$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Cylindrical

$$dV = \rho d\rho d\phi dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right] \hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}} +$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\phi) - \frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Fundamental Theorems

Fundamental Theorem of Line Integrals:

$$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\mathbf{l} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

Divergence Theorem:

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

Stoke's Theorem:

$$\int (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

Vector Identities

$$\nabla \cdot \left(\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \right) = 4\pi \delta^3(R)$$

$$\nabla \left(\frac{1}{R} \right) = -\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R}$$

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x)$$

Spherical Coordinates

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\sqrt{x^2 + y^2} / z \right)$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

Cylindrical Coordinates

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \cos \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$z = z$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

FORMELSAMLING

Elektriska drivsystem EEN155

©Eva Palmberg
Institutionen för Elektroteknik
Chalmers tekniska högskola

2022

Innehåll

1	Symbolsamling	2
1.1	Referenser	2
1.2	Aktiva kretselement	2
1.3	Passiva ideala element	2
1.4	Resistanslösa anslutningar	2
2	Formelsamling	4
2.1	Ström, spänning, effekt, energi, potential	4
2.2	Ohms lag, resistans, konduktans	4
2.3	Kirchhoffs lagar, spännings- och strömdelning	4
2.4	Mask- och nodanalys. Cramers regel	5
2.5	Ekvivalenta tvåpoler. Anpassning	5
2.6	Kapacitans och induktans	5
2.7	Transienter, tidskonstanter	6
2.8	Komplexa spänningar; impedans	6
2.9	Effekt, komplex effekt, effektivvärde, anpassning	6
2.10	Symmetriska trefassystem	7
2.11	Ideal transformator	8
2.12	Magnetfält. Inducerad spänning	8
2.13	Kraftelektronik, Spänningsomriktare, Likriktare	8
2.13.1	Ideal diod och transistor som brytare	8
2.13.2	Likriktare	9
2.13.3	Spänningsomriktare. Buck- resp. Boostomriktare	9
2.14	Maskiner	9
2.14.1	Likströmsmaskiner	9
2.14.2	Växelsströmsmaskiner, asynkronmaskin	10

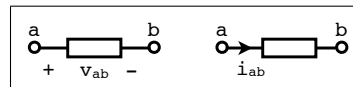
Kompletterande delar

- Relaterat till regelring
- Växelsströmsmaskin – 3-fas Permanentmagnetiserad synkronmaskin
- Effekt för stationär växelspanning – med RMS-värden
- Space vectors

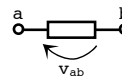
1 Symbolsamling

1.1 Referenser

Spänning v och ström i : $+v - ; \rightarrow i$



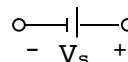
(Hambley använder ibland en pil med $+$ vid pilspetsen som referens för spänning.)



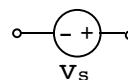
(Physics Handbook har en pil med $-$ vid pilspetsen som referens för spänning)

1.2 Aktiva ideala kretselement

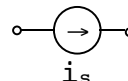
Likspänningskälla



Oberoende spänningskälla



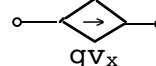
Oberoende strömkälla



Beroende spänningskälla



Beroende strömkälla



En beroende källa styrs av en spänning eller ström någonstans i kretsen, t.ex. en spänning v_x för figurerna ovan.

1.3 Passiva ideala element

Allmänt kretselement

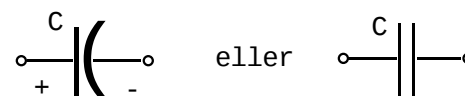


Kretselementen R, C och L:

Resistans



Kapacitans



Induktans

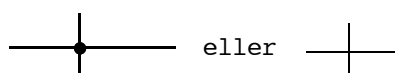


1.4 Resistanslösa ledningar och anslutningar

Anslutningspunkt



Kontaktpunkt



Korsning utan kontakt



Anslutning till jord



2 Formelsamling

2.1 Ström, spänning, effekt, energi, potential

Ström $i = dq/dt$ $q = \text{laddning}$

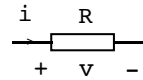
Spänning $v = dw/dq$ $w = \text{energi}$

Effekt $p = v \cdot i = dw/dt$

Spänning $v = v_A - v_B = \text{potentialskillnad};$ $v_A, v_B = \text{potential}$

2.2 Ohms lag, resistans, konduktans – linjära kretsar –

Ohms lag $\begin{cases} v = R i \\ i = G v \end{cases}$



Resistans R

Konduktans $G = 1/R$

Resistans för homogen rak ledare med längden L , tvärsnittsytan A och resistiviteten ρ :
 $R = \rho L / A$.

Effekt i resistans $p = Ri^2 = v^2/R$

2.3 Kirchhoffs lagar, spännings- och strömdelning

Kirchhoffs strömlag, KCL: $\sum_k i_k = 0$ i en nod;

Kirchhoffs spänningslag, KVL: $\sum_k v_k = 0$ i en slinga

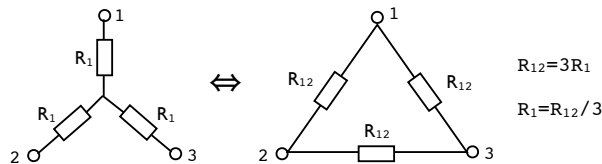
Seriekopplade resistanser: $R_s = \sum_n R_n$

Parallellkopplade resistanser: $G_p = \sum_n G_n$

eller med R : $\frac{1}{R_p} = \sum_n \frac{1}{R_n}$

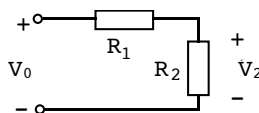
specialfall $n=2$: två parallella resistanser: $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Stjärn-triangeltransformationen ($Y-\Delta$) och omvänt: specialfall: 3 lika resistanser



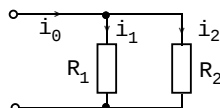
Spänningsdelning

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$



Strömdelning

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_0$$



2.4 Mask- och nodanalys. Cramers regel

Maskanalys: matrisekvation $\boxed{\mathbf{R}\mathbf{i} = \mathbf{V}_s}$

$\mathbf{R}$ = maskresistansmatris, $\mathbf{i}$ = maskströmvektor, $\mathbf{V}_s$ = spänningskällevektor

Element i resistansmatrisen: $r_{11} = \sum R$ i maska 1; $r_{12} = r_{21} = -\sum R$ gemensamma för maska 1 och 2; o.s.v.

Nodanalys: matrisekvation $\boxed{\mathbf{G}\mathbf{V} = \mathbf{I}_s}$

$\mathbf{G}$ = nodkonduktansmatris, $\mathbf{V}$ = nodspänningsvektor, $\mathbf{I}_s$ = strömkällevektor

Element i konduktansmatrisen: $g_{11} = \sum G$ i grenar anslutna till nod 1;

$g_{12} = g_{21} = -\sum G$ anslutna direkt mellan nod 1 och nod 2; o.s.v.

Cramers regel – lösning av matrisekvation:

$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$; med lösningen $x_k = \Delta_k / \Delta$,

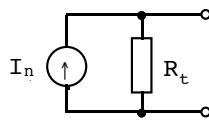
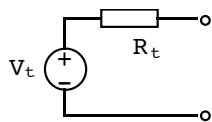
där Δ = determinanten av $\mathbf{A}$ och Δ_k = determinanten av $\mathbf{A}$ med kolumn k utbytt mot $\mathbf{b}$.

Determinant av 2x2-matris: $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

3x3-matris:

$$\Delta = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{23}a_{32}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12})$$

2.5 Ekvivalenta tvåpoler. Anpassning



$$R_t = V_t / I_n$$

Thévenins respektive Nortons ekvivalenta tvåpol

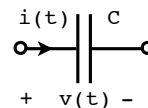
V_t = **tomgångsspänning**; I_n = **kortslutningsström**

Anpassning: $R_L = R_t$ (rent resistiva kretsar)

2.6 Kapacitans och induktans

Kapacitans C: ström-spänningsberoende $\boxed{i(t) = C dv/dt}$

lagrad **energi** $w_C = \frac{1}{2} C v^2(t)$

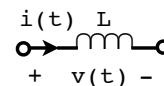


Parallell- resp. seriekopplade kapacitanser utan begynnelseenergi (= begynnelsepänningar):

$$C_p = \sum C_n; \quad \frac{1}{C_s} = \sum \frac{1}{C_n}$$

Induktans L: ström-spänningsberoende $\boxed{v(t) = L di/dt}$

lagrad **energi** $w_L = \frac{1}{2} L i^2(t)$



Parallell- resp. seriekopplade induktanser utan begynnelseenergi (=begynnelseströmmar):

$$\frac{1}{L_p} = \sum \frac{1}{L_n}; \quad L_s = \sum L_n$$

2.7 Transienter, tidskonstanter

Första ordningens kretsar med tidskonstanta källor

KVL, KCL leder till inhomogena differentialekvationer för v eller i av formen

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v(t) = \frac{V_0}{\tau} \quad \text{med } V_0 = \text{konst och } \tau = \text{en tidskonstant}$$

Ansätt lösningen $v(t) = k_1 + k_2 e^{-t/\tau}$

k_1 och k_2 är konstanter som bestäms ur diff.ekv. och begynnelsevillkor.

k_1 = partikulär lösning – **stationär lösning**

$k_2 e^{-t/\tau}$ = lösning till homogena diff.ekv. – **transient lösning**

Specialfall: RC-kretsen: $\tau = RC$;

RL-kretsen: $\tau = L/R$

2.8 Stationärtillstånd. Komplexa spänningar, strömmar, impedans

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) = \operatorname{Re}\{V e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{V_m e^{j(\omega t + \theta_v)}\}$$

där den komplexa spänningen $V = V_m e^{j\theta_v}$ komplexa toppvärden

$$\omega = 2\pi f; \quad \omega = \text{vinkelfrekvens, } f = \text{frekvens}$$

$$\text{impedans } Z = V/I = R + jX; \text{ admittans } Y = 1/Z = G + jB;$$

där R = resistans, X = reaktans, G = konduktans, B = susceptans

Speciellt för resistans R : $Z = R$

induktans L : $Z = j\omega L$

kapacitans C : $Z = 1/j\omega C$

OBS! Formlerna i avsnitt 2.3, 2.4, 2.5 gäller för motsvarande komplexa storheter V, I, Z, Y .

$c = a + jb$ rektangulär form; $c^* = a - jb$ komplexkonjugerat;

$c = |c| e^{j\theta} = |c| \angle \theta$ polär form; $j = \sqrt{-1}$

där beloppet $|c| = \sqrt{cc^*} = \sqrt{a^2 + b^2}$ och vinkeln $\theta = \arctan(b/a)$

2.9 Effekt, komplex effekt, effektivvärde, anpassning

Ögonblicksvärde (momentanvärde) av effekt $p(t) = v(t)i(t)$

medeleffekt, aktiv effekt $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$; T = periodtiden

speciellt för sinusformad växelström $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

där θ_v = spänningens fasvinkel, θ_i = strömmens fasvinkel

Komplex effekt $S = P + jQ = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + j \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i)$

där P = aktiv effekt och Q = reaktiv effekt; $*$ = komplexkonjugat

Skenbar effekt $|S| = \frac{1}{2} V_m I_m$

effektfaktor $\cos(\theta_v - \theta_i)$

induktiv last $\theta_v - \theta_i > 0$; (lagging i Hambley)

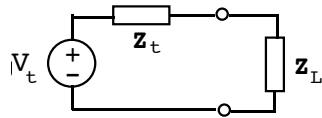
kapacitiv last $\theta_v - \theta_i < 0$; (leading i Hambley)

Effektivvärde, (rms)

$$I_{\text{eff}} = I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt} \quad (\text{rms} = \text{root mean square})$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m \quad \text{för sinusformad växelström}$$

Anpassning



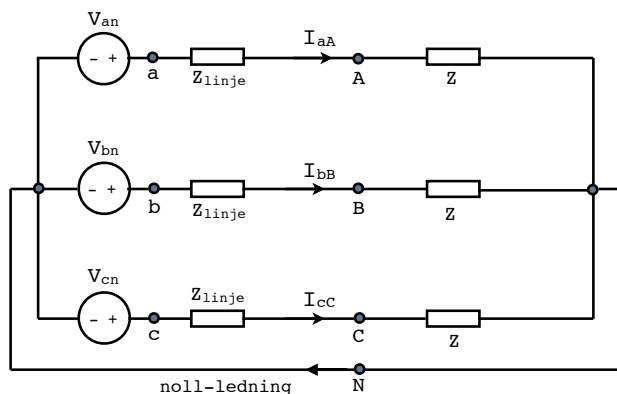
Maximal effekt P_L i belastningen Z_L för

- 1/ $Z_L = Z_t^*$ om $Z_L = R_L + jX_L$ kan väljas fritt; $*$ = komplexkonjugat
- 2/ $Z_L = R_L = |Z_t|$ om enbart $|Z_L|$ kan varieras

Andra fall av anpassning: Teckna P_L och kolla villkoren för $P_{L\text{max}}$!

2.10 Symmetriska trefassystem

(Generatorspänningarna symmetriska, faserna impedansmässigt lika)
Y-kopplade generatorer V_{an} , V_{bn} och V_{cn} och laster Z i figuren nedan.



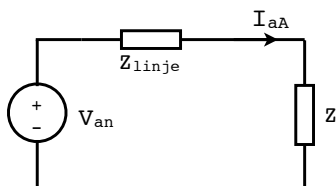
Symmetrisk trefasspänning - positiv fasföljd abc, komplexa toppvärden:

$$V_{an} = V e^{j0^\circ}; \quad V_{bn} = V e^{-j120^\circ}; \quad V_{cn} = V e^{j120^\circ}; \quad \text{fasspänningar}$$

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V\sqrt{3} e^{j30^\circ}; \quad V_{bc} = \dots; \quad V_{ca} = \dots; \quad \text{huvudspänningar}$$

$$I_{aA}, I_{bB}, I_{cC}; \quad \text{linjeströmmar}$$

Ekvivalent enfaskrets till kretsen ovan:

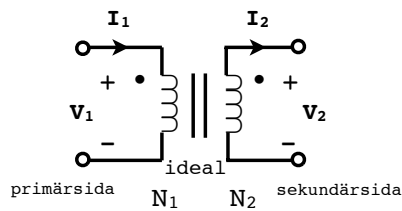


Effekt till de tre belastningarna Z :

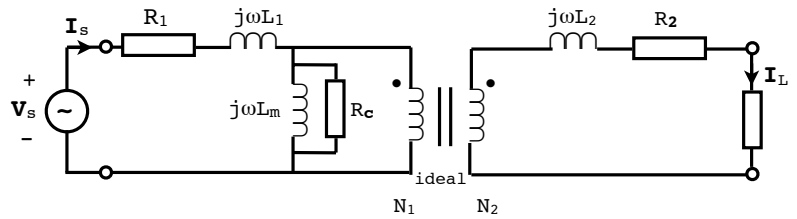
$$P = 3 \frac{1}{2} \text{Re}\{Z\} |I_{aA}|^2$$

Transformer av Deltakopplad last till ekvivalent Y: se stjärn-triangeltransformationen för resistanser, avsnitt 2.3!

2.11 Ideal transformator resp. mer realistisk modell



$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}; \quad N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0; \quad (\text{ideal transformator})$$



omsättningstal $n = N_1/N_2$ (definieras ibland som N_2/N_1)

impedanstransformering till primärsidan $Z'_L = (N_1/N_2)^2 Z_L$ (ideal transformator)

2.12 Magnetfält. Inducerad spänning

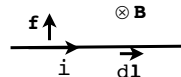
Magnetfält B på avståndet r från lång rak **strömförande ledare** med strömmen I :

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r};$$



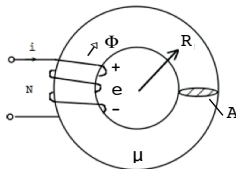
Kraft f på **strömförande ledare**, med strömmen i och längden ℓ i ett (yttre) magnetfält B :

$$\mathbf{f} = \int i d\mathbf{l} \times \mathbf{B};$$



Speciellt för
homogent $B \perp i$
: $f = Bi\ell$

B i **toroid** med kärna av magnetiskt material (μ), medelradie R , tvärsnittsytta A , lindad med N st varv med ström i :



$$B = \mu Ni / 2\pi R; \quad \phi \approx BA;$$

Inducerad spänning i lindningen: $e = Nd\phi/dt$;

$$\text{Reluktans } \mathcal{R} = \ell / \mu A = 2\pi R / \mu A;$$

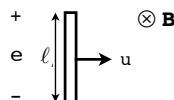
$$\Rightarrow \phi = Ni / \mathcal{R}$$

$$\text{Induktans } L = N\phi / i = N^2 / \mathcal{R}$$

Rak **ledare** med längden ℓ rör sig **med hastigheten u** vinkelrätt mot ett magnetfält B :

Inducerad spänning i ledaren

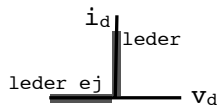
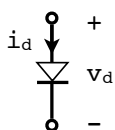
$$e = B\ell u;$$



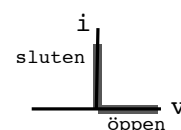
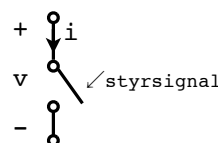
2.13 Kraftelektronik. Spänningsomriktare. Likriktare

2.13.1 Ideal diod och transistor som brytare

Ideal diod:

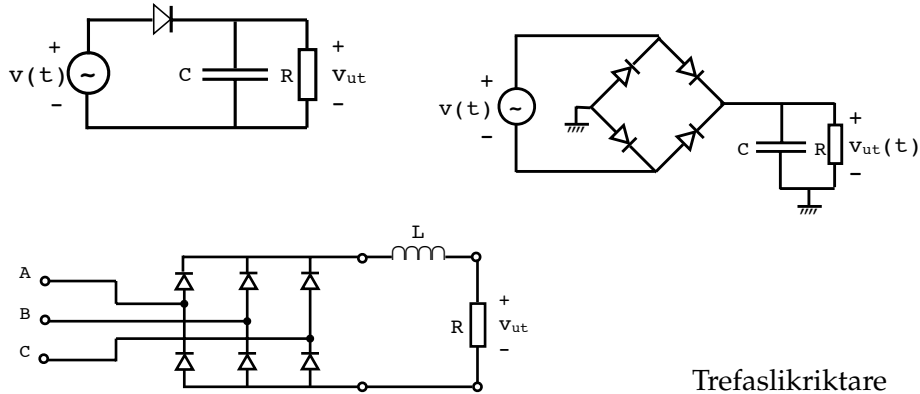


Ideal transistor som brytare:



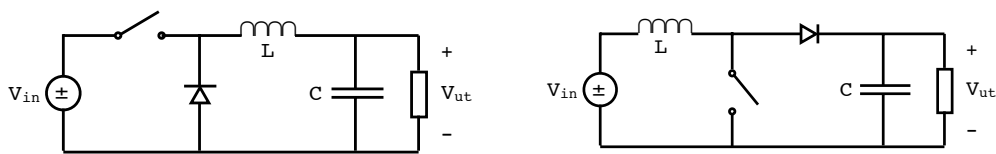
2.13.2 Likriktare

Likriktarkopplingar:



Trefaslikriktare

2.13.3 Spänningsomriktare. Buck-resp. Boostomriktare

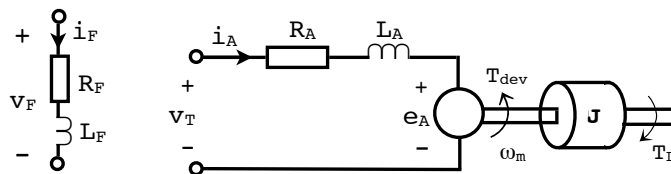


Speciellt för stationärtillstånd: $v_{L,av}$ och $i_{C,av} = 0$. (av=tidsmedelvärde)

2.14 Maskiner

Horse power: 1 hp (UK, US) = 745,5 W; (Metrisk) hästkraft: 1 hk = 735,5 W

2.14.1 Likströmsmaskiner



Dynamisk ekvivalent krets för separatmagnetiserad likströmsmaskin.

$P_{dev} = P_{rot} + P_L$. P_{dev} = mekanisk effekt, P_L = effekt till lasten. P_{rot} = rotationsförluster.

Inducerad spänning $e_A = K\phi\omega_m = \lambda\omega_m$

Vridmoment $T_{dev} = K\phi i_A = \lambda i_A$,

där ω_m = motorns vinkelhastighet; i_A = ankarström; i_F = fältström; ϕ = magnetiskt flöde; $\lambda = K\phi = K_2 i_F$ = länkat flöde; K och K_2 konstanter.

Mekanisk effekt $P_{dev} = \omega_m T_{dev}$; **Verkningsgrad** $\eta = P_{out}/P_{in} \cdot 100\%$.

Varvtalsekvationen $J d\omega_m/dt = T_{dev} - T_L$; J = tröghetsmoment, T_L = lastens vridmoment. (T_L kan t.e.x. bero som $b\omega_m$, där b är en konst.)

Speciellt vid start $\omega_m = 0$; speciellt vid tomgång $i_A = 0$.

Speciellt vid stationärtillstånd: konstanta strömmar.

2.14.2 Växelspörmaskiner: 3-fas asynkronmaskin

asynkronmaskin = induktionsmaskin

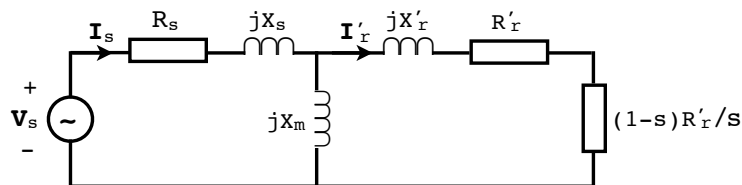
Samband mellan vinkel i **elektriska grader** θ_e och **mekaniska grader** θ_m : $\theta_e = (P/2) \theta_m$;

Synkron vinkelhastighet $\omega_s = \omega_s(P/2)$; **synkront varvtal** (rpm) $n_s = 60 f/(P/2)$;
 P =antal poler; f =nätfrekvens; $\omega = 2\pi f$ = nätvinkelfrekvens

Eftersläpning $s = (\omega_s - \omega_m)/\omega_s = (n_s - n_m)/n_s$; n_m = rotorns varvtal;

släpvinkelfrekvens $\omega_{slip} = s \omega$;

Ekvivalent krets för en fas av asynkronmotorn med rotorstorheter transformerade till statorkretsen (vinkelfrekvens ω):



För amplituderna V_s och I_s gäller dessa samband:

Delta-kopplad motor: $V_s = V_{huvudsp}$; $I_{linje} = I_s \sqrt{3}$. Y-kopplad motor: $V_s = V_{huvudsp}/\sqrt{3}$; $I_{linje} = I_s$.

Luftgapseffekt $P_{ag} = 3R'_r |I'_r|^2 / s$ (med komplexa effektivvärden)

Mekanisk effekt $P_{dev} = 3R'_r |I'_r|^2 (1-s)/s$;

Vridmoment $T_{dev} = K B_r B_{total} \sin \delta$; $T_{dev} = P_{dev} / \omega_m$;

K är en konstant. B_r och B_{total} är amplituderna av rotorfältet resp. totala B-fältet.

δ = **momentvinkeln** = fasvinkeln (i el grader) mellan fälten.

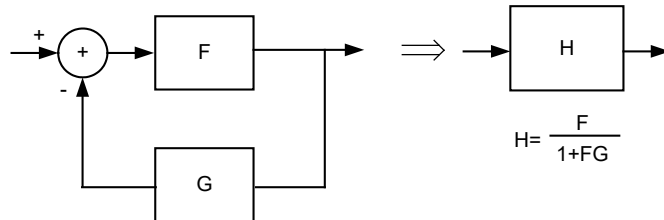
Verkningsgrad $\eta = P_{out} / P_{in} \cdot 100 \%$

Speciellt vid start ($s=1$) **startmoment** $T_{start} = P_{ag} / \omega_s$;

Komplettering av formelsamling till EEN155 2022

Relaterat till reglering

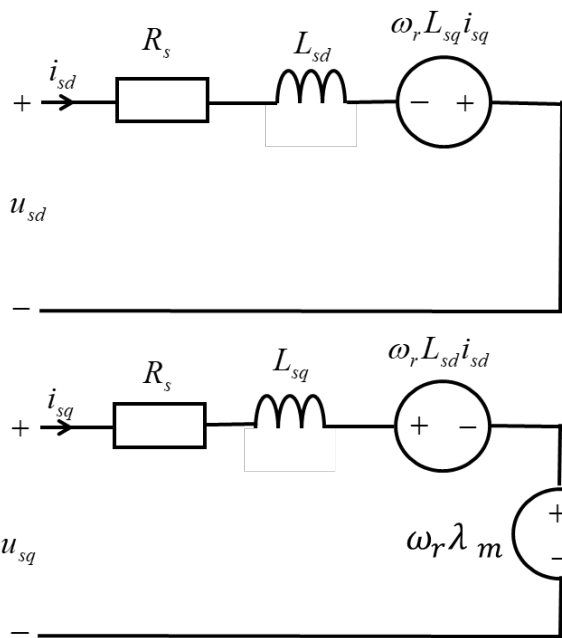
Block manipulation regel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1 skrivs

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \text{ tidskonstanten kan beräknas som } \tau = \frac{1}{\alpha} \text{ och stigtiden } t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Växelströmsmaskin – 3-fas Permanentmagnetiserad synkronmaskin



Ekvivalent dynamiskt kretsschema för PMSM dq-modell

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

R_s stator-resistans

L_{sd} stator-induktans in d-riktning

L_{sq} stator-induktans in q-riktning

ψ_m länkat flöde från magnet

ω_1 statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$

ω_r elektrisk rotor vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$

Ω_r mekanisk rotor vinkelfrekvens [rad/s]

n_s mekanisk synkron hastighet [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p}$

n_r mekanisk rotorhastighet [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$\omega_1 = \omega_r$ and $n_s = n_r$

n_p polpartal

Utvecklat vridmoment:

$$T_e = \frac{3n_p}{2} (\psi_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$$

Utvecklad effekt: $P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Stator effekt: $P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$

Stator lindnings(koppar)förluster: $P_{cu1} = \frac{3}{2} R_s |\underline{i}_s|^2$

MTPA = Maximum Torque Per Ampere

Effekt för stationär växelspanning – med RMS-värden

$$|S| = |U||I| = U_{RMS}I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$$

$$P = |S| \cos(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{|S|} = \sin^{-1} \frac{Q}{|S|} = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$$

$$Q = |S| \sin(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAR]}$$

$$\begin{aligned} Z &= R + jX \\ |Z| &= \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{|U|}{|I|} = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \\ R &= |Z| \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &= ZI \\ \varphi &= \cos^{-1} \frac{R}{|Z|} = \sin^{-1} \frac{X}{|Z|} = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i \\ X &= |Z| \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi) \end{aligned}$$

För ett rent resistivt element

$$\begin{aligned} P &= U_{RMS}I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{R} = RI_{RMS}^2 \\ Q &= 0 \end{aligned}$$

För ett rent induktivt element

$$\begin{aligned} P &= 0 \\ Q &= U_{RMS}I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{X_L} = X_L I_{RMS}^2 \end{aligned}$$

För ett rent kapacitivt element

$$\begin{aligned} P &= 0 \\ Q &= -U_{RMS}I_{RMS} = -\frac{U_{RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{RMS}^2 \end{aligned}$$

Space vectors

Three-phase to two-phase transformation, stationary system (Amplitude invariant scaling)

Transforming the 3-phase quantity s_a, s_b, s_c to $\alpha\beta$

$$\begin{aligned} \underline{s}^s &= \frac{2}{3} \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta \\ \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Transforming the $\alpha\beta$ quantity $\underline{s}^s$ to 3-phase s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

$\alpha\beta$ to dq transformation, rotating system

Transforming the $\alpha\beta$ quantity, $\underline{s}^s$, to the dq-system, $\underline{s}$

$$\begin{aligned} \underline{s} &= s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta} \\ \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Transforming the dq-quantity, $\underline{s}$, to the $\alpha\beta$ -system

$$\begin{aligned} \underline{s}^s &= s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta} \\ \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

The transformation angle, θ , is selected so that the rotor flux is oriented in the d-direction, aligned with d.

The instantaneous power in three-phase can be calculated as

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\}$$