

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2022-06-08, 8:30-12:30.

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser: (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

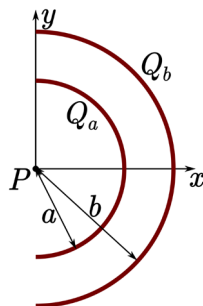
Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Uppgift 1 (5p)

Två halvcirklar med radie a respektive b , där $a < b$, med centrum i origo ligger i xy -planet enligt figuren. Halvcirkeln med radie a har en jämnt fördelad laddning Q_a medan halvcirkeln med radie b har en jämnt fördelad laddning Q_b . Observationspunkten P ligger i origo.

- Bestäm potentialen Φ_a vid punkten P från halvcirkeln med radien a : Välj ett lämpligt koordinatsystem, skriv ut källor och koordinatvektorer för källorna- och observationspunkterna. Formulera integralen för potentialen i termer av ovannämnda storheter och beräkna den.
- Upprepa stegen i (a) för halvcirkeln med radien b för att beräkna Φ_b .
- Beräkna den resulterande totala potentialen Φ i punkten P genom superposition. Vad ska förhållandet Q_a/Q_b vara för att potentialen i P ska vara noll?



Uppgift 1 lösn.:

a) Cylindriskt koordinatsystem, koordinatvinkeln ϕ' är moturs från x -axeln. Källor: linjeladdning med densitet $Q_a/(\pi a)$ vid koordinaten $\vec{r}' = a\hat{r}(\phi')$, där ϕ' går från $-\pi/2$ till $\pi/2$. Källelement $dq' = Q_a dl/(\pi a) = Q_a a d\phi'/(\pi a)$. Observationskoordinatvektorn är $\vec{r} = \vec{0}$. Då blir $|\vec{r} - \vec{r}'| = a$. Potentialen:

$$(1) \quad \Phi_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \frac{Q_a d\phi'}{\pi a} = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

b) Samma steg som i (a) med $Q_a \rightarrow Q_b$ och $a \rightarrow b$. Potentialen är

$$(2) \quad \Phi_b = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b}.$$

c) Superpositionen ger den totala potentialen vid P

$$(3) \quad \Phi = \Phi_a + \Phi_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_a}{a} + \frac{Q_b}{b} \right).$$

För att den totala potentialen ska vara noll bör förhållandet

$$(4) \quad \frac{Q_a}{Q_b} = -\frac{a}{b}$$

hålla.

Uppgift 2 (5p)

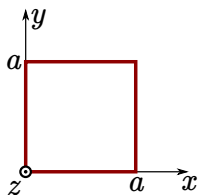
En kvadratisk trådslinga med sidan a ligger i xy -planet. Magnetfältet är

$$(1) \quad \vec{B} = \hat{z}B_0[\cos(\omega t) + 5] + \hat{x}B_0\sin(\omega t)$$

där B_0 är fältamplituden, ω är vinkelfrekvensen och t är tid.

- Bestäm flödet. Beskriv ytan (gränser och normalvektor) genom vilken flödet beräknas. Vilka komponenter i fältet bidrar till flödet? Vad skulle hända med flödet om trådslingan var i xz -planet istället?
- Från flödet, bestäm emk:n (den inducerade spänningen) i slingan. Vad händer med den tidsberoende komponenten?

Uppgift 2 lösn.:



a) Koordinatsystemet väljs enligt figuren. Ytan över vilken flödet beräknas definieras av $0 < x < a$ och $0 < y < a$, och normalvektorn är $\hat{z}$. Ytelementet är då $d\vec{S} = \hat{z}dS = \hat{z}dxdy$. Flödet är

$$(5) \quad \begin{aligned} \Phi &= \int_{\text{kvadratens yta}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{x=0}^a \int_{y=0}^a \{ \hat{z}B_0[\cos(\omega t) + 5] + \hat{x}B_0\sin(\omega t) \} \cdot \hat{z}dxdy \\ &= B_0[\cos(\omega t) + 5] \int_{x=0}^a \int_{y=0}^a dxdy = B_0[\cos(\omega t) + 5]a^2. \end{aligned}$$

Endast komponenten av $\vec{B}$ normal mot ytan (d.v.s. z -komponent) bidrar till flödet. Om slingan var i xz -planet (med normalvektorn $\hat{y}$), skulle flödet vara noll, eftersom $\vec{B}$ inte har y -komponent.

b) Emk:n är

$$(6) \quad V = -\frac{d\Phi}{dt} = B_0a^2\omega \sin(\omega t).$$

Den tidsberoende komponenten av flödet inducerar inte emk i slingan.

Uppgift 3 (5p)

Två oändligt långa ihåliga ledande cylindrar ligger längs z-axeln, med z-axeln som centrum. Båda cylindrarna har försumbart tunna väggar. Den inre cylindern har en radie a och bär en konstant ström I i den positiva z-riktningen. Den yttre cylindern har radien b ($b > a$) och bär en konstant ström I i motsatt riktning mot strömmen på den inre cylindern. Bestäm den magnetiska flödestätheten $\vec{B}$ i hela rymden.

Uppgift 3 lösn.:

P.g.a. symmetri: $\vec{B} = \hat{\phi}B(r_c)$. Amperes lag, integration över en cirkulär slinga $C(r_c)$ med radien r_c centrerad på axeln:

$$(7) \quad \oint_{C(r_c)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\phi=0}^{2\pi} B(r_c) \hat{\phi} \cdot \hat{\phi} r_c d\phi = 2\pi r_c B(r_c) = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

Elektrisk ström genom ytan på $C(r_c)$ är

$$(8) \quad I_{\text{encl}} = \begin{cases} 0 & r < a \\ I & a < r < b \\ 0 & r > b. \end{cases}$$

Då blir magnetiska flödestätheten

$$(9) \quad \vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{cases} 0 & r < a \\ I/r_c & a < r < b \\ 0 & r > b. \end{cases}$$

Uppgift 4 (11p)

En separatmagnetiserad likströmsmotor (enligt krets i formelsamlingen), matas med en styrbar spänningskälla. Motorns märkdata är $v_T=200$ V, $I_a = 12$ A, $v_f=200$ V, och dess parametrar är $R_a=1,5$ Ω , $L_a=1,5$ mH, $\lambda=1,5$ i_f Wb, $J=0,05$ kg m², $R_f=200$ Ω och $L_f=800$ mH. Motorn driver en fläkt med det lastande momentet $T_{L,fläkt}=b \omega_r = 0,1 \omega_r$ Nm.

- a) Maskinen driver fläkten med märkspänning i både ankar- och fältlindning. Beräkna:
- vid vilket varvtal som maskinen driver fläkten
 - det utvecklade vridmomentet
 - utvecklad mekanisk effekt
 - inmatad effekt i ankarlindningen
 - förlusterna i ankarlindningen
 - mot-EMKn (e_a)
- (4p)
- b) I denna deluppgift behöver numeriska värden ej anges.
- Skissa lastens moment-varvtalskaraktäristik.
 - Skissa maskinens moment-varvtalskaraktäristik, både vid märkdrift och då ankarspänningen är reducerad med ca. 10%.
 - Markera ut de arbetspunkter där maskinen driver fläkten vid de två matnings-spänningarna (från deluppgiften ovan)
 - För märkspänning, markera ut maskinens märk-moment, kipp-moment och tomgångsvarvtal.
- (4p)
- c) Beskriv hur man kan gå till väga för att mäta ankar-resistansen och ankar-induktansen för en separatmagnetiserad likströmsmaskin. Beskrivningen skall inkludera relevanta antaganden, kretsschema för mätuppkoppling med komponent- och parameterdefinitioner och nödvändiga beräkningsformler.
- (3p)

Lösningsförslag:

a) Antag att maskinen driver fläkten i stationärtillstånd, dvs. konstant varvtal, ankarström och fältström. Då är det drivande vridmomentet lika stort som det lastande, dvs.

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_{dev} - T_L = 0 \Rightarrow T_{dev} = T_L$$

Vidare kan man då relatera ankarströmmen och varvtalet via

$$T_{dev} = T_L \Rightarrow \lambda i_a = b \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{b \omega_r}{\lambda}$$

Den elektriska ekvationen i stationärtillstånd:

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$$

Vi känner v_T , R_a , och b , men behöver bestämma λ , i_a och ω_r .

$$\text{Vi börjar med } \lambda = 1,5 \text{ i}_f = 1,5 \frac{v_f}{R_v} = 1,5 \frac{200}{200} = 1,5 \text{ Wb}$$

i) Vi sätter sen in uttrycket för ankarströmmen i den elektriska ekvationen, för att endast ha varvtalet som obekant, enligt

$$v_T = R_a \frac{b \omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left(\frac{R_a b}{\lambda} + \lambda \right)$$

Sedan kan vi beräkna varvtalet som

$$\omega_r = \frac{v_T}{\frac{R_a b}{\lambda} + \lambda} = \frac{200}{\frac{1,5 \cdot 0,1}{1,5} + 1,5} = 125 \text{ rad/s} \approx 1193,7 \text{ rpm}$$

ii) För att beräkna det utvecklade vridmomentet behöver vi ankarströmmen, vilken kan beräknas från uttrycket ovan

$$i_a = \frac{b\omega_r}{\lambda} = \frac{0,1 * 125}{1,5} = 8,333 \text{ A}$$

Strömmen ger ett utvecklat vridmoment enligt

$$T_{dev} = \lambda i_a = 1,5 * 8,333 = 12,5 \text{ Nm}$$

iii) Den mekaniska effekten beräknas som

$$P_{mek} = \omega_r T_{dev} = 125 * 12,5 = 1562,5 \text{ W}$$

iv) Den inmatade effekten i ankarlindningen är elektrisk och beräknas som

$$P_{el} = v_T i_a = 200 * 8,333 = 1666,7 \text{ W}$$

v) Förlusteffekten i ankarlindningen beräknas som

$$P_{förl.lind} = R_a i_a^2 = 1,5 * 8,333^2 = 104,2 \text{ W}$$

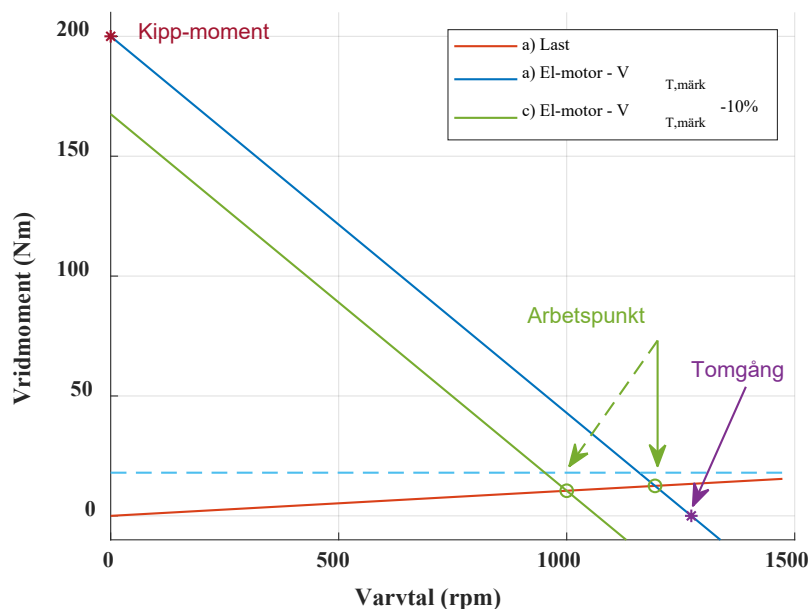
Här kan man kolla att det verkar stämma genom att beräkna skillnaden mellan in- och ut-effekt: $1666,7 - 1562,5 = 104,2$ så bra, då stämmer det.

vi) Ankarlindningens mot-EMK beräknas som $e_a = \lambda \omega_r = 1,5 * 125 = 187,5 \text{ V}$

b) Här räcker det med att redovisa figuren nedan utan numeriska värden, men som bakgrund kan man läsa följande text. Lastens och maskinens moment-varvtals-karaktäristik syns i figuren nedan där lasten är linjärt proportionell mot ökande varvtal, och maskinens moment

$$T_{dev} = \frac{\lambda}{R_a} (v_T - \lambda \omega_r) = \frac{\lambda v_T}{R_a} - \frac{\lambda^2}{R_a} \omega_r$$

dvs linjärt proportionell mot minskande varvtal. Uttrycket av vridmoment som funktion av varvtal fås genom att först lösa ut strömmen ur ankarlindningens spänningsekvation för stationärtillstånd, och sedan ersätta strömmen mot vridmomentet från deras relation via länkade flödet. Slutligen kan vridmomentet brytas ut på vänstra sidan och kvar blir ett uttryck som anger att momentet avtar linjärt med ökande varvtal, förutsatt att alla andra parametrar är konstanta. Om spänningen sänks kommer den linjära moment-varvtalskaraktäristiken också att sänkas med 10%, men behåller samma lutning som tidigare, eftersom den bestäms av länkade flödet och ankarresistansen och inte spänningen.



c) Ankarkretsens resistans, R_a och induktans, L_a kan mätas som gjordes i laboration i kursen. Då utgick vi från en stillastående rotor genom att inte spänningssätta fältkretsens. Eftersom rotorn inte roterar, så induceras ingen spänning i ankarkretsens.

Sen matar man ankarkretsens med en likspänningskälla och inväntar stationärtillstånd (det går snabbt), för i stationärtillstånd så bidrar inte heller lindningens induktans till något spänningsfall. Om man då mäter likströmmen in i ankarkretsens, i_a , samt likspänningen över den, v_T , så kan man beräkna ankarresistansen genom: $R_a = v_T / i_a$. Voltmetern bör kopplas mellan ankarlindningens två poler, och amperemetern i serie med källan. Detta ger en spänningsriktig uppkoppling, men en strömriktig uppkoppling skulle också gå bra i detta fall.

För att mäta ankarlindningens induktans, bör ankarkretsens istället matas av en växelspänningskälla med känd och stabil frekvens, så att $v_T = A \sin \omega t$ och $i_a = B \sin \omega t$. Förslagsvis används en ned-transformerad nätspänning med en hyfsat stabil och känd frekvens, f på 50 Hz. Mät växelströmmens och växelspänningens amplituder $|v_T|$ och $|i_a|$ (eller rms-värden), med samma uppkoppling som för R_a . Med dessa amplituder kan sedan beloppet på impedansen beräknas som $|Z| = \frac{|v_T|}{|i_a|} = \frac{A}{B}$, där $|Z|$ även beror på R_a och $X_L = \omega L_a$ som $|Z| = \sqrt{R_a^2 + X_L^2}$. Lös ut

$$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R_a^2}. \text{ Ankarkretsens induktans kan sedan beräknas som } L_a = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\sqrt{|Z|^2 - R_a^2}}{2\pi f}.$$

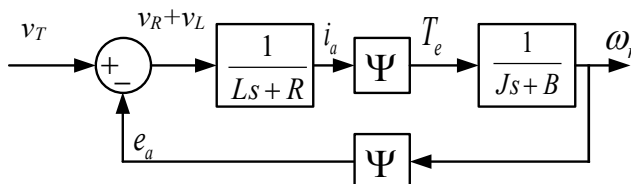
Uppgift 5 (5p)

Elmaskinen i föregående uppgift skall ström- och varvtals-styras. Reglersystemet skall vara kaskadkopplat med en yttre varvtalsregleringsloop och en inre ström-/moment-regleringsloop. Varvtalsregulatorn skall ha en stigtid på 0,1 s. Den inre reglerloopen skall vara 10 gånger snabbare än den yttre.

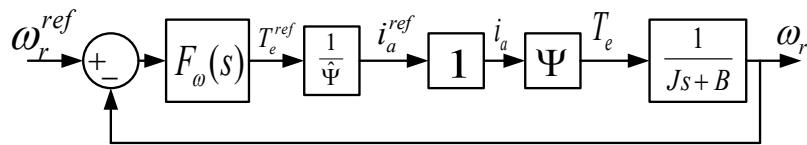
- Rita ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen och ange vad för signaler som går mellan blocken (dvs. ge en fysikalisk tolkning av signalerna). (2p)
- Härled en lämplig ström-/momentregulator samt en varvtals-regulator och beräkna deras regler-parametrar. Glöm ej att ange relevanta antaganden. (3p)

Lösningsförslag:

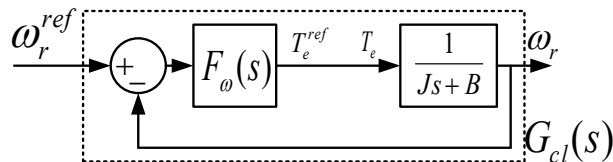
a) I figuren nedan är fläktens lastmoment inkluderat i det högra blocket. En alternativ representation skulle vara att inte lägga B parametern i det högra blocket utan addera lastmomentet till det utvecklade momentet, T_e via en återkoppling av B*varvtalet. Båda lösningarna betraktas här som godkända både i a) och b) uppgiften.



b) När **varvtalsregulatorn** härleds antas att moment-/ström-regulatorn är ideal och eftersom den är mycket snabbare antas att referensströmmen är lika med den faktiska strömmen, dvs. $i_a^{ref} = i_a$. Börjar med att rita det förenklade blockschemat där strömregulatorn och den elektriska delen av likströmsmaskinen har ersatts med ett block med förstärkning 1:



Vidare antas att det skattade länkade flödet är lika med maskinens faktiska länkade flöde, dvs. att $\hat{\Psi} = \Psi$, detta ger:



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpasfilter med stigtiden $t_{r,\omega}=0,1\text{s}$, och $\alpha_\omega = \ln(9)/t_{r,\omega} = \frac{2,1972}{0,1} = 21,9722$, detta ger

$$\frac{\alpha_\omega}{s + \alpha_\omega} = \frac{\alpha_\omega/s}{1 + \alpha_\omega/s} = G_{cl} = \frac{\omega_r}{\omega_r^{ref}} = \frac{F_\omega(s)G_\omega(s)}{1 + F_\omega(s)G_\omega(s)} \Rightarrow$$

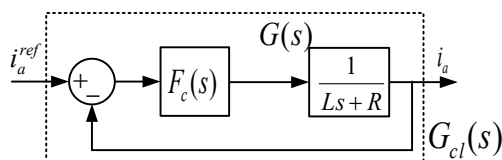
$$F_\omega(s) = \frac{\alpha_\omega}{s} G_\omega^{-1}(s) = \frac{\alpha_\omega}{s} (\hat{f}s + \hat{B}) = K_{p\omega} + \frac{K_{i\omega}}{s} \Rightarrow$$

$$K_{p\omega} = \hat{f}\alpha_\omega = 0,05 \cdot 21,9722 = 1,1$$

$$K_{i\omega} = \hat{B}\alpha_\omega = 0,1 \cdot 21,9722 = 2,2$$

Varvtalsregulatorn ger alltså ett referensvärde för vridmomentet. Denna vridmomentreferens omvandlas i moment-/ström-regulatorn till en ström-referens via det skattade länkade flödet. Därefter härleds en ström-regulator på liknande sätt som varvtalsregulatorn.

När ström-regulatorn härleds så betraktas den inducerade spänningen, e_a , som en störning, dvs. man sätter den till noll vid bestämningen av strömregulator-parametrarna. Börjar med att rita det förenklade blockschemat för strömregulatorn och den elektriska biten av DC-motorn



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpasfilter med stigtiden $t_{r,c}=0,1/10\text{ s}$, där $\alpha_c = \ln(9)/t_{r,c} = \frac{2,1972}{0,01} = 219,72\text{ rad/s}$, detta ger

$$\frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} = \frac{\alpha_c/s}{1 + \alpha_c/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F_c(s)G(s)}{1 + F_c(s)G(s)} \Rightarrow$$

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s} G^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s} (\hat{L}_a s + \hat{R}_a) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \Rightarrow$$

$$K_{pc} = \hat{L}_a \alpha_c = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 219,72 = 0,3$$

$$K_{ic} = \hat{R}_a \alpha_c = 1,5 \cdot 219,2 = 329,6$$

Vid implementeringen av ström-regulatorn behöver man nu ta hänsyn till den tidigare ignorerade inducerade spänningen. Det görs genom att man estimerar den via det mätta varvtalet och det skattade länkade flödet. Denna signal, som alltså är den estimerade inducerade spänningen, summeras i regleringen till ström-regulatorns utsignal som representerar den ankarspänning som krävs för att uppnå ström-referensen. Om man inte kompenserar för den inducerade spänningen skulle det uppstå ett reglerfel.

Uppgift 6 (8p)

Ankarkretsen till likströmsmaskinen i uppgift 4 styrs av en omriktare. Omriktaren får sin spänning från en likriktad nätspänning i serie med ett filter. Tillsammans ger detta en stabil likspänning på 200 V som in-spänning till omriktaren. Omriktaren har en switch, en diod, en mycket stor kondensator och en induktans. Switchfrekvensen är 100 kHz.

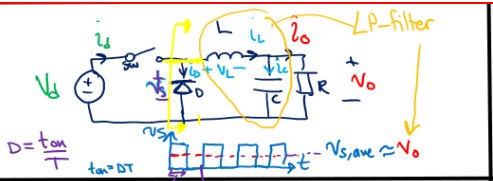
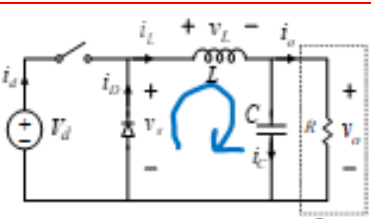
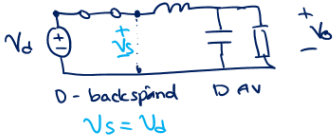
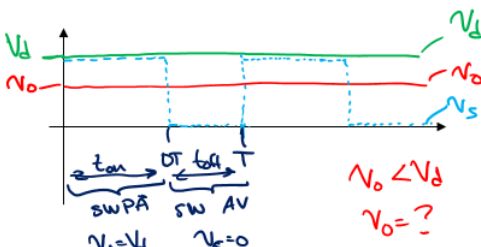
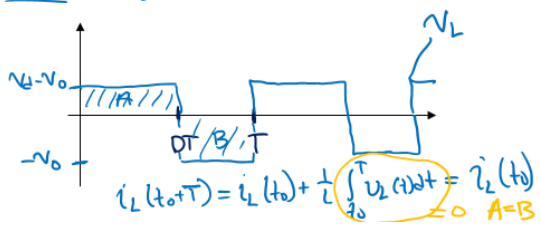
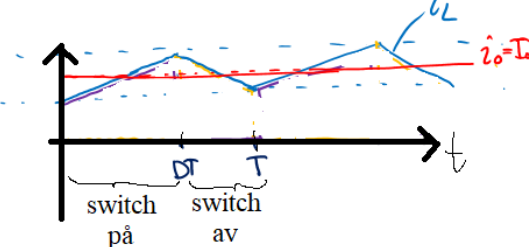
- Vilken typ av omriktare är lämplig att välja för uppdraget, en BUCK eller en BOOST? Motivera ditt val. (1p)
- För den valda omriktaren i (a) uppgiften, härled och rita spänningen över och strömmen genom omriktarens induktans, för två switchperioder. Glöm ej att ange relevanta antaganden. (3p)
- Vid det lägsta varvtalet som likströmsmotorn skall driva fläkten på behöver likströmsmotorns ankarkrets 162 V och 3.5 A. Beräkna det minsta värdet på omriktarens induktans så att omriktaren alltid arbetar i CCM. (2p)
- Hur definieras stationärtillstånd för kraftelektronik? Vad innebär denna typ av stationärtillstånd för en kondensator i en kraftelektronisk omvandlare? (2p)

Lösningsförslag:

a) Maskinens ankarlindning har en märkspänning på 200 V dc, vilket innebär att ankarspänningen inte bör vara högre än så för att inte riskera genombrott i den elektriska isoleringen eller förkortad livstid. Samtidigt är omriktarens inspänning 200 V dc. Därmed önskas en omriktare som kan mata ut 200 V eller mindre, dvs. en dc-dc nedspänningsomriktare, även kallad BUCK.

b) Antag följande: Buck-omriktaren arbetar i stationärtillstånd $\Rightarrow v_{L,medel} = 0$ $i_{C,medel} = 0$ och i CCM $\Rightarrow i_L(t) > 0$ samt att kretsen endast har två tillstånd; då switchen är av/på. C mycket stor, så utspänningen är nästan konstant. Omriktaren är förlustfri så ineffekt = uteffekt. Vidare antas även likströmsmotorn arbeta i stationärtillstånd.

Nedan visas härledning av spänning över och ström genom spolen (+ lite andra kommentarer). I detta fall representerar utspänningen (spänningsfallet över resistanslasten) maskinens ankarspänning, dvs. både spänningsfallet över ankarresistansen och mot-EMKn.

Steg 1	Steg 2
$N_d > 0$ 	
SW PÅ $t \in [0, DT]$  D - backspänd D AV $V_s = V_d$	 $N_o < V_d$ $V_o = ?$
SW AV $t \in (DT, T]$  L-strömtrög $\Rightarrow$ tvingar dioden att leda "från hjulsladd" $V_s = 0$	KVL: $-V_o + V_L + V_o = 0 \Rightarrow V_L = V_s - V_o$ SW PÅ: $V_L = [V_s = V_d] = V_d - V_o$ SW AV: $V_L = [V_s = 0] = -V_o$  $i_L(t_0 + T) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_0+T} V_L dt = i_L(t_0)$ $A=B$
Steg 3	
vi antog CCM $i_L > 0$ $V_L = L \frac{di_L}{dt}$ SW PÅ $V_L = V_d - V_o > 0 \Rightarrow$ positiv konstant spänning $\frac{di_L}{dt} > 0$ $i_L \uparrow$ SW AV: $V_L = -V_o < 0 \Rightarrow$ konstant negativ spänning $\frac{di_L}{dt} < 0$ $i_L \downarrow$	 switch på switch av

c) För att omriktaren skall gå i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} < I_L = I_{ut}$, där I_L är medelvärdet av induktansströmmen och I_{ut} är utströmmen. (Eftersom vi antar att omriktaren arbetar i stationärtillstånd måste medelvärdet av kondensator-strömmen vara noll, vilket gör att medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen.) Strömriplet kan beräknas via $v_L = L \frac{di_L}{dt}$. Eftersom spänningen över induktansen är konstant och positiv under tiden switchen är på, så kommer tidsderivatan av strömmen genom induktansen också att vara konstant och positiv, detta ger:

$$v_L = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow L > \frac{v_L \Delta t}{\Delta i_L} = \frac{(V_{in} - V_{ut})D}{2I_{ut}f_s} = \frac{(200 - 162) \cdot 0,81}{2 \cdot 3,5 \cdot 100 \cdot 10^3} = 4,3971e - 05 \text{ H} = 43,9714 \mu\text{H}$$

Där duty cyclen $D=162/200=0,81$, vid det aktuella driftfallet.

d) I kraftelektroniska kretsar är många signaler periodiska med periodtiden T (s), beroende på en switchfrekvens, f_{sw} (Hz) $= 1/T$. Definitionen av stationärtillstånd för kraftelektronik är:

En krets ha nått stationärtillstånd om de efterföljande perioderna har samma form. Dvs, om kretsen har nått stationärtillstånd vid tiden t_0 så skall följande gälla för vågformen $x(t)$:

$$x(t_0 + nT) = x(t_0) \text{ där } n = 1, 2, 3, \dots$$

För en kondensator innebär det definierade stationärtillståndet att strömmen kommer att pendla kring nollan, och omväxlande ladda upp och ur kondensatorn med lika stor laddningsmängd åt båda hållen. Därmed blir dess medelström lika med noll. Spänningen kommer att ha ett rippel kring ett medelvärde.

Uppgift 7 (8p)

En Y-kopplad 6-polig asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar:

$R_s=0.19 \, \Omega$, $X_s=0.62 \, \Omega$, $R'_r=0.18 \, \Omega$, $X'_r=0.23 \, \Omega$ och $X_m=13 \, \Omega$.

- Vid tomgång (olastad maskin) beräkna maskinens hastighet, fasström, effektfaktor och komplexa in-effekt. (4p)
- Beräkna maskinens startström (den högsta strömmen under starten) och startmoment. (3p)
- Vilket tecken har eftersläpningen vid generator-drift för asynkronmaskinen? Motivera ditt svar. (1p)

Lösningsförslag:

a) Enligt uppgift arbetar asynkronmaskinen i tomgång, dvs. olastad. Det innebär att det utvecklade vridmomentet är noll. Vridmomentet är noll om inte induceras några spänningar (och strömmar) i rotorn. Detta inträffar då rotorn roterar med samma hastighet som flödesvektorn vilken skapas av statorlindningen. När asynkronmaskinen arbetar i tomgång, roterar alltså rotorn med det synkrona varvtalet $\omega_r = \omega_s$, så att eftersläpningen är noll enligt

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_s}{\omega_s} = 0$$

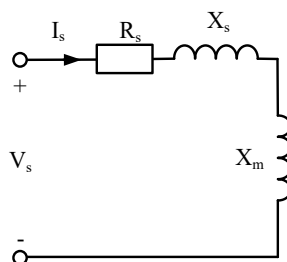
där den synkrona vinkelhastigheten är

$$\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi \frac{f_{el}}{P/2} = \frac{2\pi \cdot 50}{6/2} = 104,7198 \text{ rad/s}$$

där P är antal poler. Det ger att synkrona rotationshastigheten och **rotorns varvtal** är

$$n_r = n_s = \omega_s \frac{60}{2\pi} = \mathbf{1000 \text{ rpm}}$$

Eftersom rotorströmmen är noll, kan det ekvivalenta schemat reduceras till följande för en fas:



För att räkna ut strömmen i en fas behöver först den totala impedansen vid tomgång beräknas enligt

$$Z_{ekv,tomgång} = R_s + j(X_s + X_m) = 0,19 + j(0,62 + 13) = 0,19 + j13,62 = 13,6213 \angle 89,2^\circ$$

Det ger att **fassströmmen** är, fasspänningen ($|\text{fasspänning}| = |\text{huvudspänning}|/\sqrt{3}$ och vi sätter spänningen i vår fas som riktfas, dvs. 0o) dividerat med den ekvivalenta impedansen hos en fas:

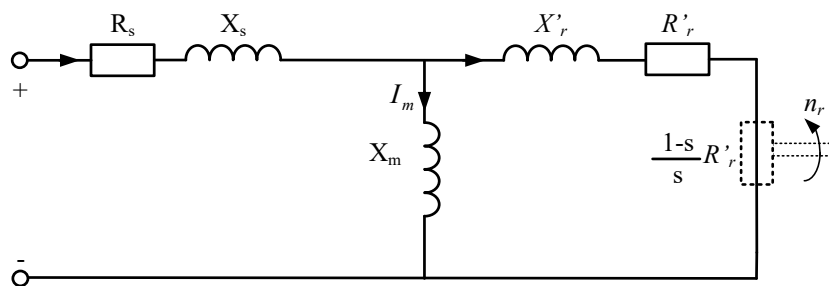
$$\vec{I}_{s,tomgång} = \frac{\vec{V}_s}{Z_{ekv,tomgång}} = \frac{400/\sqrt{3}}{13,6213 \angle 89,2^\circ} = \mathbf{16,95 \angle -89,2^\circ} = 0,2365 - j16,9527 \text{ A}$$

Effektfaktorn är $\cos(\varphi_v - \varphi_i) = \cos(0 - 89,2^\circ) = \cos(89,2^\circ) = 0,01396 \approx \mathbf{0,014}$

Den komplexa in-effekten beräknas som 3 gånger produkten av fasspänning och fassströmmens komplex-konjugat, enligt

$$S = 3 \vec{V}_s \vec{I}_s^* = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 16,9543 \angle 89,2^\circ = 11746,28 \angle 89,2^\circ = \mathbf{164,0 + j11745,1 \text{ VA} = 11\,746,3 \angle 89,2^\circ \text{ VA}}$$

b) Maskinens startström och startmoment beräknas för den korta stunden då rotor-varvtalet är nästan noll. För enkelhetsskull antas att rotor-varvtalet är just noll, dvs. eftersläpningen är som störst $s=1$. Då blir den delen av rotor-resistansen som är beroende på eftersläpningen lika med noll.



Det ger den ekvivalenta impedansen

$$Z_{ekv,start} = R_s + jX_s + \frac{(R'_r + jX'_r)jX_m}{R'_r + jX'_r + jX_m}$$

där OBS, vinkeln anges relativt positiva realaxeln

$$\frac{(R'_r + jX'_r)jX_m}{R'_r + jX'_r + jX_m} = \frac{(0,18 + j0,23)j13}{0,18 + j0,23 + j13} = \frac{-2,99 + j2,34}{0,18 + j13,23} = \frac{3,797 \angle 141,953^\circ}{13,2312 \angle 89,2205^\circ} = 0,287 \angle 52,73^\circ = 0,1738 + j0,2284 \Omega$$

Vilket ger

$$Z_{ekv,start} = R_s + jX_s + \frac{(R'_r + jX'_r)jX_m}{R'_r + jX'_r + jX_m} = 0,19 + j0,62 + 0,1738 + j0,2284 = 0,3638 + j0,8484 \text{ ohm} = 0,9231 \angle 66,79^\circ$$

Startströmmen kan nu beräknas som

$$\vec{I}_{s,start} = \frac{\vec{V}_s}{Z_{ekv,start}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0,9231 \angle 66,79^\circ} = \mathbf{250,19 \angle -66,79^\circ} = 98,595 - j229,94 \text{ A rms}$$

Sedan kan **startmomentet** beräknas som luftgapseffekten dividerat med den synkrona vinkelhastigheten, där luftgapseffekten beror på rotorströmmen i kvadrat enligt:

$$T_{start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{3R'_r |I'_r|^2 / s}{\omega_s}$$

med komplexa effektivvärden, och $s=1$.

Rotorströmmen fås genom strömdelning:

$$\vec{I}_r' = \frac{jX_m}{R_r' + jX_r' + jX_m} \vec{I}_{s,start} = \frac{13 \angle 90^\circ}{13,2312 \angle 89,22^\circ} 250,19 \angle -66,79^\circ = 245,82 \angle -66,01^\circ$$

$$T_{start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s} = \frac{3R_r'|I_r'|^2/s}{\omega_s} = \frac{3 \cdot 0,18 \cdot (245,82)^2/1}{104,7198} = \frac{32630}{104,7198} = \mathbf{311,6 \text{ Nm}}$$

c) Vid motordrift bromsar lasten rotorn relativt det synkrona varvtalet, vilket gör att det induceras spänningar i rotorledarna och ett vridmoment utvecklas. Vid generatordrift däremot så är det lasten som driver på rotorn att snurra snabbare än det synkrona varvtalet. Enligt definitionen av eftersläpningen s blir den då negativ enligt:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = [\omega_r > \omega_s] \Rightarrow s < 0$$

Uppgift 8 (3p)

En 8-polig 3-fas permanent magnetiserad synkron maskin (PMSM) har följande parametrar i en dq-modell: $R_s=8 \text{ m}\Omega$, $L_{sd}=230 \text{ }\mu\text{H}$, $L_{sq}=420 \text{ }\mu\text{H}$, $\Psi_m=104 \text{ mWb}$. Vid ett tillfälle arbetar motorn på varvtalet 3000 rpm, med en magnitud på stator-strömmen på 315 A och en strömvinkel på 120° . Beräkna: (3p)

- strömmarna i_{sd} och i_{sq}
- det utvecklade mekaniska vridmomentet, T_e
- den utvecklade mekaniska effekten, P_e

Lösningsförslag:

Statorströmmarna i dq-modellen i_{sd} och i_{sq} beräknas via strömmagnituden och dess vinkel enligt

$$i_{sd} = |I_s| \cos(\theta) = 315 \cos 120^\circ = -157,5 \text{ A}$$

$$i_{sq} = |I_s| \sin(\theta) = 315 \sin 120^\circ = 272,8 \text{ A}$$

Det utvecklade vridmomentet fås genom beräkningen

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\psi_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) \\ &= \frac{3 \cdot 8}{2} (104 \cdot 10^{-3} \cdot 272,8 + (230 - 420) \cdot 10^{-6} \cdot (-157,5 \cdot 272,8)) \\ &= \mathbf{219,21 \text{ Nm}} \end{aligned}$$

Den utvecklade mekaniska effekten är

$$P_e = \Omega_r T_e = 3000 \frac{\pi}{30} 219,21 = 68866,36 \text{ W}, \quad \mathbf{68,9 \text{ kW}}$$