

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2022-08-17, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser: (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (7p)

En rätlinjeladdning med ändar som ligger vid $P_1(x = a, y = 2a)$ och $P_2(x = a, y = -a)$ är jämnt fördelad och har det totala värdet Q . Observationspunkten P ligger i origo.

- Skriv ut källor och koordinatvektorer för källorna- och observations-punkterna.
- Formulera integralen för potentialen i termer av ovannämnda storheter.
- Beräkna integralen för att bestämma den elektrostatiske potentialen vid origo. Tips: identiteten nedan kan vara användbar.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + b^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + b^2}| + \text{konstant} \quad (1)$$

Lösningar

Uppgift 1 lösn.:

a) Källor: linjeladdning med densitet $Q/(3a)$ vid koordinaten $\vec{r}' = a\hat{x} + y'\hat{y}$, där y' går från $-a$ till $2a$. Källelement $dq' = \frac{Q}{3a}dy'$. Observationskoordinatvektorn är $\vec{r} = \vec{0}$. Då blir $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{a^2 + (y')^2}$.

b) Potentialen:

$$(3) \quad \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y'=-a}^{2a} \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y'=-a}^{2a} \frac{\frac{Q}{3a}dy'}{\sqrt{a^2 + (y')^2}}.$$

c) Vi använder identiteten för att beräkna integralen

$$(4) \quad \begin{aligned} \Phi &= \frac{Q}{12\pi\epsilon_0 a} \left[\ln|y' + \sqrt{(y')^2 + a^2}| \right]_{y'=-a}^{2a} = \frac{Q}{12\pi\epsilon_0 a} \left[\ln|2a + \sqrt{5}a| - \ln|-a + \sqrt{2}a| \right] \\ &= \frac{Q}{12\pi\epsilon_0 a} \ln \frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1}. \end{aligned}$$

Uppgift 2 (8p)

En cirkulär trådslinga med radien a placeras i ett magnetfält

$$\vec{B} = \hat{x}\sqrt{3}B_0 \sin(\omega t) + \hat{z}B_0[\sin(\omega t) + 3] \quad (2)$$

där $B_0 \neq 0$ är fältamplituden, ω är vinkelfrekvensen och t är tid. Normalvektorn för planet där slingan ligger är $\hat{n} = n_x\hat{x} + n_z\hat{z}$ (d.v.s. $n_y = 0$). Bestäm komponenterna n_x , n_z av normalvektorn $\hat{n}$ så att den elektromotoriska kraften (emk:n) i slingan är noll för alla t genom att följa stegen:

- Uttryck flödet Φ_B genom slingan i termer av ovan nämnda kvantiteter.
- Från flödet, bestäm emk:n i slingan.
- Från emk:n bestäm förhållandet n_x/n_z så att emk:n i slingan är noll för alla t . Utför normaliseringen av de vektorkomponenterna och bestäm normalvektorn $\hat{n}$.
- Vad blir vinkeln mellan slingans plan och xy -planet?

Uppgift 2 lösn.:

a) Flödet är

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \int_{\text{slingan}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} \text{ är koordinat-} \\ \text{oberoende} \end{array} \right\} = \vec{B} \cdot \hat{n} \int_{\text{slingan}} dS \\ (5) \quad &= [\hat{x}\sqrt{3}B_0 \sin(\omega t) + \hat{z}B_0[\sin(\omega t) + 3]] \cdot (n_x\hat{x} + n_z\hat{z})\pi a^2 \\ &= (n_x\sqrt{3}\sin(\omega t) + n_z[\sin(\omega t) + 3])\pi a^2 B_0. \end{aligned}$$

b) Emk:n blir

$$(6) \quad \mathcal{V} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi a^2 B_0 \omega \cos(\omega t) (\sqrt{3}n_x + n_z).$$

c) För att emk:n ska vara noll, bör

$$(7) \quad \frac{n_x}{n_z} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vi kombinerar denna ekvation med normaliseringen av $\hat{n}$:

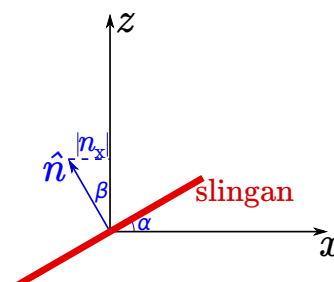
$$(8) \quad \sqrt{n_x^2 + n_z^2} = 1.$$

Detta ger oss $n_x = \pm \frac{1}{2}$ och $n_z = \mp \frac{\sqrt{3}}{2}$. Båda komponentparen beskriver samma position för slingan, därför använder vi $n_x = -\frac{1}{2}$ och $n_z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ och normalvektorn blir

$$(9) \quad \hat{n} = -\frac{1}{2}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{z}.$$

d) Eftersom slingan och $\hat{n}$ är ortogonala, blir vinkeln α mellan xy -planet och slingan samma som vinkeln β , se figuren. Därmed,

$$(10) \quad \alpha = \beta = \arcsin\left(\frac{|n_x|}{|\hat{n}|}\right) = \arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}.$$

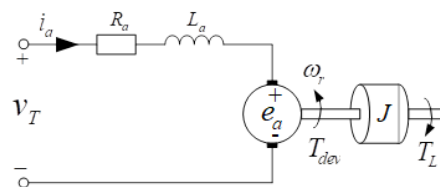


Uppgift 3 (11p)

En batterielektrisk skruvdragare drivs av en permanent-magnetiserad likströmsmotor som har parametrar enligt tabellen nedan. Vid ett tillfälle då skruvdragaren används är lastmomentet $T_L = 0,005\omega_r Nm$.

Motorparametrar:

R_a	0,1 Ω	Märk spänning	18 V
L_a	0,2 mH	Märk ström	15 A
λ	0,1 Wb		
J	$1 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$		
B_{motor}	$1 \cdot 10^{-6} \text{ Nm s/rad}$		



- a) Beräkna: (4p)
- maskinens märkvarvtal
 - maskinens tomgångsvarvtal
 - varvtalet vid vilken maskinen driver den aktuella lasten
 - maskinens verkningsgrad då den driver lasten
- b) Rita ankarspänning, ankarström, utvecklat vridmoment och varvtal vid ett typiskt startförlopp för en likströmsmaskin och beskriv varför graferna ser ut som de gör. Numeriska värden behöver ej redovisas. (4p)
- c) Rita moment-varvtalskaraktäristiken för två olika typer av laster som vi tittat på i kursen (till exempel med så kallad "konstant", "linjär" eller "kvadratisk" karaktäristik). Ge även ett exempel var, på en verklig applikation som skulle kunna representeras av de två valda lasttyperna. (2p)
- d) Förklara en av anledningarna till att det ibland används en växel mellan elmotor och last i ett elektriskt drivsystem. (1p)

Lösningsförslag:

a) Antag att maskinen arbetar vid de olika varvtalen i stationärtillstånd

i. maskinens märkvarvtal

Maskinen producerar märkvarvtal om den matas med märkspänning och drar märk-ström.

Då är $v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ och vi kan lösa ut vinkelhastigheten

$$\omega_{r, \text{märk}} = \frac{v_{T, \text{märk}} - R_a i_{a, \text{märk}}}{\lambda} = \frac{18 - 0,1 \cdot 15}{0,1} = 165 \text{ rad/s}$$

vilket motsvarar varvtalet $n_{r, \text{märk}} = \omega_{r, \text{märk}} \frac{30}{\pi} = 165 \cdot \frac{30}{\pi} = \mathbf{1575,6 \text{ rpm}}$

ii. maskinens tomgångsvarvtal

Vid tomgång drar maskinen ingen ström, även om den matas med märkspänning.

Det gör att vinkelhastigheten vid tomgång endast beror på ankarspänning och länkat flöde enligt

$$\omega_{r, \text{tomgång}} = \frac{v_{T, \text{märk}} - R_a \overbrace{i_{a, \text{tomgång}}}^{=0}}{\lambda} = \frac{v_{T, \text{märk}}}{\lambda} = \frac{18}{0,1} = 180 \text{ rad/s}$$

vilket motsvarar tomgångsvarvtalet

$$n_{r, \text{tomgång}} = \omega_{r, \text{tomgång}} \frac{30}{\pi} = 180 \cdot \frac{30}{\pi} = \mathbf{1718,9 \text{ rpm}}$$

iii. varvtalet vid vilken maskinen driver den aktuella lasten

Vi kan fortfarande utgå från ankarlindningens ekvation i stationärtillstånd: $v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$, med det skiljer detta driftfall från det i deluppgift i) märkdriften, är att vi nu har en annan ström. När motorn driver en last beror strömmens värde även på hur stor lasten, T_L , är.

Därför behöver vi nu även ta hänsyn till den mekaniska ekvationen: $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$. I

stationärtillstånd är varvtalet konstant, vilket ger att dess tidsderivata är noll. Det betyder att det utvecklade vridmomentet från elmotorn är lika stort som de bromsande d.v.s. lastande momenten $T_e = T_L$. I detta fall finns två lastande moment: ett från lasten $T_{L,last} = 5 \cdot 10^{-3} \omega_r \text{ Nm}$, och ett från motorn $T_{L,em} = 1 \cdot 10^{-6} \omega_r \text{ Nm}$. Det bromsande momentet från motorn är alltså i stort sett försumbart jämfört med det från lasten i detta fall, och kommer därför att negligeras i beräkningarna. Det ger att

$$T_{e,last} = T_L \Rightarrow \lambda i_{a,last} = 0,005 \omega_r \text{ Nm}, \text{ vilket ger ett uttryck för den nödvändiga ankarströmmen } i_a = \frac{0,005 \omega_r}{\lambda} \text{ A}$$

Detta uttryck kan nu användas i den elektriska ekvationen ovan

$$v_{T,märk} = R_a i_a + \lambda \omega_r = R_a \frac{0,005 \omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left(\frac{0,005 R_a}{\lambda} + \lambda \right) \text{ nu kan vi lösa ut}$$

$$\text{vinkelhastigheten } \omega_{r,last} = \frac{v_{T,märk}}{\frac{0,005 R_a}{\lambda} + \lambda} = \frac{18}{\frac{0,005 \cdot 0,1}{0,1} + 0,1} = \frac{18}{0,105} = 171,4 \text{ rad/s}$$

$$\text{Vilket motsvarar varvtalet } n_{r,last} = \omega_{r,last} \frac{30}{\pi} = 171,4 \cdot \frac{30}{\pi} = \mathbf{1637,0 \text{ rpm}}$$

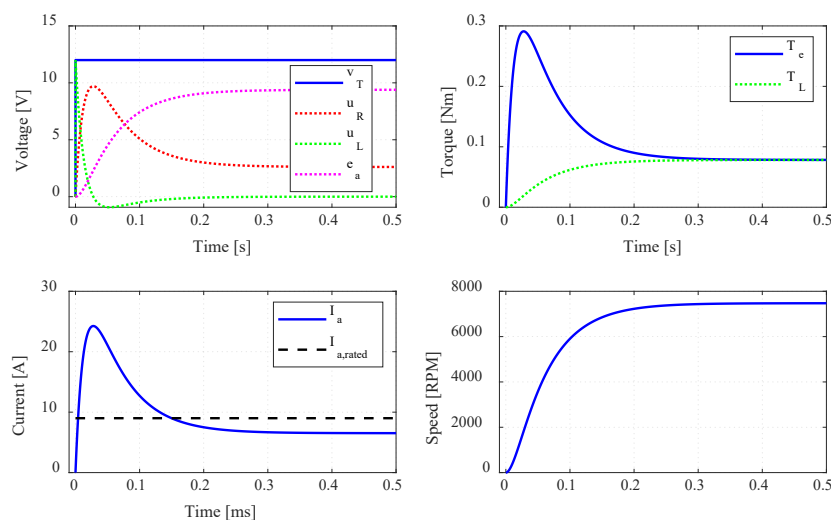
$$(\text{Det ger ankarströmmen } i_a = \frac{0,005 \omega_r}{\lambda} = 8,57 \text{ A})$$

iv. maskinens verkningsgrad då den driver lasten

Verkningsgraden är kvoten mellan ut-effekten och in-effekten, där ut-effekten är den mekaniskt levererade effekten och in-effekten är den elektrisk inmatade effekten:

$$\eta = \frac{P_{ut}}{P_{in}} = \frac{P_{mek}}{P_{el}} = \frac{\omega_{r,last} T_{e,last}}{v_{T,märk} i_{a,last}} = \frac{\omega_{r,last} \lambda i_{a,last}}{v_{T,märk} i_{a,last}} = \frac{\omega_{r,last} \lambda}{v_{T,märk}} = \frac{171,4 \cdot 0,1}{18} = 0,952 \text{ dvs. } 95,2\%.$$

- b) Nedan visas ett typiskt startförlopp för en pm-likströmsmaskin (har ej samma parameter som de givna ovan, men principen är den samma). De blå graferna är de som frågas efter i uppgiften:



Den initiala strömderivatan begränsas enbart av induktansen då både mot-emkn och resistansspänningsfallet initialt är noll, eftersom både ström och varvtal är noll initialt:

$$V_a = R_a \underbrace{i_a}_{=0} + L_a \frac{di_a}{dt} + \underbrace{\omega_r \lambda}_{=0} \Rightarrow V_a = L_a \frac{di_a}{dt} \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{V_a}{L_a}$$

Detta ger en kraftig positiv strömderivata, dvs. ström-ökning, i början.

När strömmen ökar p.g.a. den positiva strömderivatan så ökar spänningen över resistansen och spänningen över induktansen sjunker, vilket resulterar i en minskande strömderivata, men den är fortfarande positiv, så strömmen ökar fortfarande, men i en avtagande takt:

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + \underbrace{\omega_r \lambda}_{\approx 0} \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{V_a - R_a i_a}{L_a} \Rightarrow i_a \uparrow \Rightarrow \frac{di_a}{dt} \downarrow$$

Max strömmen begränsas sedan av ankarresistansen, vid toppströmmen eftersom

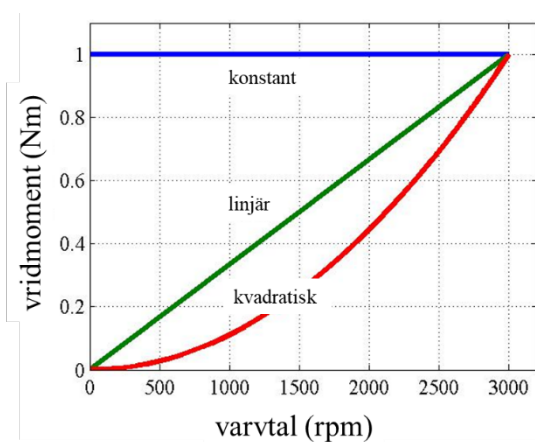
$$V_a = R_a i_{a,max} + L_a \underbrace{\frac{di_{a,max}}{dt}}_{=0} + \underbrace{\omega_r \lambda}_{\approx 0}$$

När det går en ankarström i kretsen så producerar maskinen moment. Eftersom det producerade momentet är mycket större än det lastande (dvs. bromsande) gör det att tröghetsmassan börjar accelereras, dvs. att varvtalet ökar och därmed även mot-emkn i maskinen. När mot-emkn ökar så kommer spänningen över induktansen att bli negativ vilket medför att ankarströmmen sjunker från sitt maxvärde:

$$V_a = \underbrace{R_a i_a}_{\approx 18 V} + L_a \frac{di_a}{dt} + \omega_r \lambda \Rightarrow \frac{di_a}{dt} = \frac{\overset{= 18 V}{\widehat{V}_a} - \overset{\approx 18 V}{\widehat{R_a i_a}} - \overset{\uparrow}{\widehat{\omega_r \lambda}}}{L_a} = < 0$$

Varvtalet kommer att fortsätta öka på grund av att det drivande momentet, T_e , är större än lastmomentet, T_L och det ökande varvtalet gör att strömmen fortsätter att sjunka. Med en sjunkande ström kommer det producerade momentet att sjunka vilket medför att hastighetsökningen kommer att gå långsammare. Hastigheten ökar till dess att strömmen har sjunkit ner så att det drivande momentet är lika med lastmomentet. På grund av att lasten kräver ett drivande moment vid sluthastigheten så kommer strömmen ej att sjunka till noll.

c)



Bredvid visas moment-varvtalskaraktäristik för de tre olika last-typerna; konstant, linjär och kvadratisk. Det frågas efter två av dessa grafer.

- Konstant lastmoment är oberoende av varvtalet, t.ex. hiss (gravitation), rullband, $T_L = k = \text{konstant}$
- Linjärt lastmoment ökar linjärt med varvtalet, t.ex. omrörare, mixer $T_L = k \omega_r$
- Kvadratisk lastmoment ökar kvadratisk med varvtalet, t.ex. luftmotstånd för fordon, fläkt, pump $T_L = k \omega_r^2$

d) Förklara en av anledningarna till att det ibland används en växel mellan elmotor och last i ett elektriskt drivsystem.

Elmaskiner dimensioneras efter lastens krav på arbete som skall utföras, i fråga om kraft/vridmoment, och hastighet/varvtal, vilka tillsammans utgör mekanisk effekt. Ibland kan det vara så att lasten kräver ett högt vridmoment, men relativt lågt varvtal. En mekaniskt direkt kopplad elmaskin i ett sådant fall behöver då leverera detta. Vridmomentet från en roterande elmaskin beror främst av tre saker; strömstyrka, magnetfältstyrka och radie på rörlig del. Alla tre hålls med fördel på låga nivåer för att minimera värmeförluster, materialåtgång, vikt och volym. Med hjälp av en växel mellan last och elmotor, kan samma effekt föras över från motor till last, men motorn kan i stället arbeta på ett högre varvtal med ett lägre vridmoment. Tack vara växeln kan alltså strömstyrka, magnetfältstyrka och radie på rörlig delar hållas låga.

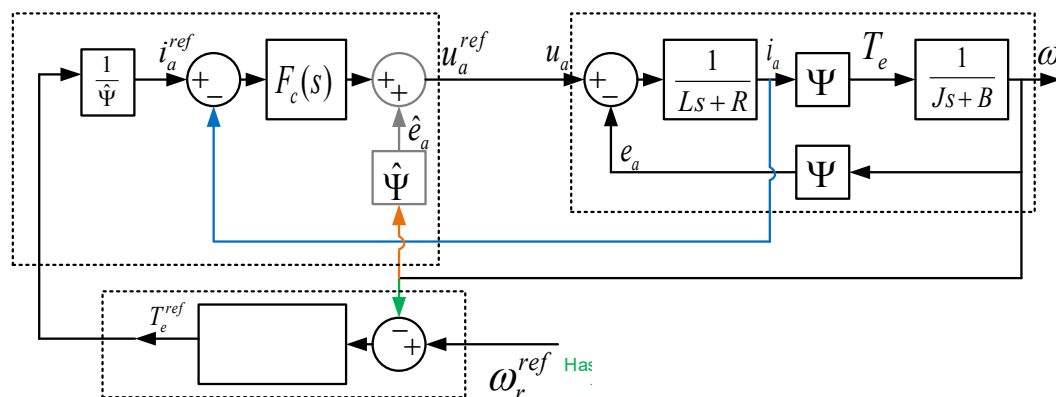
Uppgift 4 (5p)

Skruvdragaren i föregående uppgift styrs via en reglage-knapp av användarens finger. Ju snabbare användaren vill att skruvdragaren skall rotera, desto mer måste knappen tryckas in. På så sätt är användaren en del av skruvdragarens varvtalsreglersystem. Läget på reglageknappen (0-100% intryckt) ger en moment-referenssignal som skall omvandlas till en strömreferenssignal till skruvdragarens inre strömregulator av likströmsmaskinen.

- Rita ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen och dess varvtalsreglersystem inklusive strömstyrning. Glöm ej att ange fysikalisk tolkning av alla signaler samt att ange vilka block som representerar vilken delkomponent i systemet. (3p)
- För det beskrivna lastfallet i uppgift 3, härled en lämplig strömregulator inklusive dess reglerparametrar, som har en stigtid på 30 ms. Glöm ej att redogöra för gjorda antaganden under härledningen. (2p)

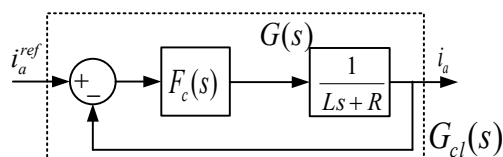
Lösningförslag:

- Blockschemat nedan ritas med antagandet att strömregulatorn ej tar hänsyn till inducerad spänning, men att den behöver kompenseras för genom att estimeras, $\hat{e}_a$, via mätt vinkelhastighet och uppskattat länkat flöde.



- Moment-referensen från gasreglaget omvandlas i strömregulatorn till en strömreferens via det uppskattade länkade flödet.

När strömregulatorn härleds så betraktas framkopplingen av den inducerade spänningen som ideal, dvs. att e_a och $\hat{e}_a$ tar ut varandra vid dimensioneringen av regulatorn. Det förenklade blockschemat för strömregulatorn och den elektriska biten av DC-motorn syns nedan.



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpasfilter med stigtiden $t_r = 30 \text{ ms}$, vilket ger en bandbredd $\alpha_c = \frac{n(9)}{t_r} = \frac{2,2}{0,03} = 73,2 \text{ rad/s}$, detta ger

$$\frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} = \frac{\alpha_c/s}{1 + \alpha_c/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{\text{ref}}} = \frac{F_c(s)G(s)}{1 + F_c(s)G(s)} \Rightarrow$$

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s} G^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s} (\hat{L}_a s + \hat{R}_a) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \Rightarrow$$

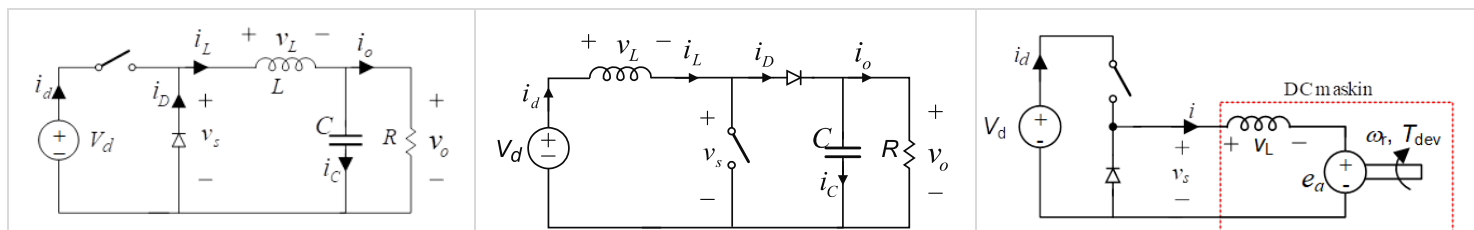
$$K_{pc} = \hat{L}_a \alpha_c = 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 73,2 = 0,015$$

$$K_{ic} = \hat{R}_a \alpha_c = 0,1 \cdot 73,2 = 7,32$$

Uppgift 5 (8p)

Vi har tagit upp olika typer av likspänningsomriktare i kursen.

- Av de kraftelektroniska omvandlarna som vi tagit upp i kursen, motivera vilken typ av kraftelektronisk omvandlare som är mest lämplig för skruvdragaren i uppgift 3 och 4?
(1p)
- För en BUCK, en BOOST och en 1-kvadrantomriktare, enligt nedan kretsar; förklara och visa (genom att rita och markera i deras ekvivalenta kretsscheman) hur strömmen går i de tre omriktar-kretsarna beroende på om deras switch är öppen eller stängd, när de arbetar i stationärtillstånd.
(3p)



- En BOOST-omriktare med resistans-last har inspänningen 10 V, switchfrekvensen, f_{sw} 20 kHz, induktansen, L , 800 μ H, kondensatorn, C , 470 μ F, utspänningen 24 V och en uteffekt på 20W.
 - Skissa kurvformen av spänningen över och strömmen genom induktansen och switchen över en switchperiod, samt ange relevanta antaganden.
(2p)
 - Beräkna amplituden på rippet i induktansströmmen och nämn ett förslag på hur det kan minskas för den aktuella omriktaren.
(2p)

Lösningsförslag:

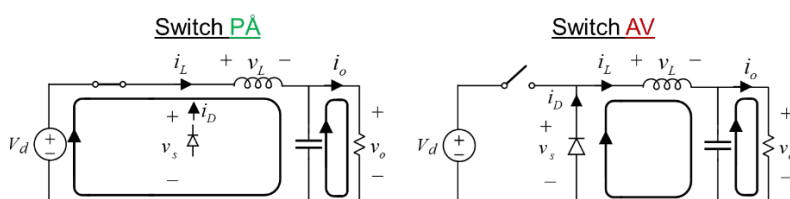
a) Eftersom man vill kunna skruva både i och ur skruvar med en skruvdragare behöver varvtalet kunna ändra riktning. Det kan göras genom att ändra polariteten på spänningen elektriskt. Den enda omriktaren vi studerat som kan göra det är en 4-kvadrantomriktare.

b) Förutom stationärtillstånd, antar vi att omriktarna arbetar i CCM. Då finns bara två ”tillstånd” eftersom kretsarna endast har en switch (brytare) var; sluten eller öppen switch.

För kretsen längst till vänster: BUCK

När switchen är på/stängd: dioden är backspänd och blockerar ström, så strömmen från källan går genom induktansen, vars energinivå ökar, och vidare till resistanslasten och kondensatorn. Under en del av tiden då switchen är på kommer kondensatorn att laddas ur och den andra delen kommer den att laddas upp. Lastströmmen är alltid positiv. Om vi även antar att kondensatorn är mycket stor så kommer lastströmmen att vara nära konstant.

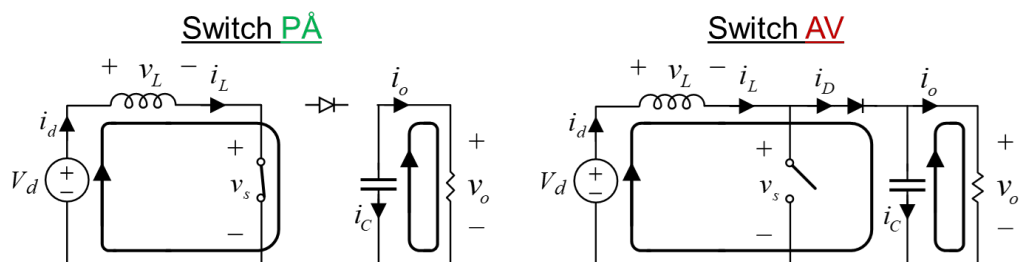
När switchen är av/öppen: strömmen från källan och genom switchen är noll. Men den upplagrade energin i spolen driver strömmen i samma riktning som tidigare. Nu kommer dioden vara framspänd och leda induktans-strömmen. Även under denna tidsperiod kommer kondensatorn att laddas upp under en del av tiden och ur den andra delen, och lastströmmen är fortsatt positiv och konstant.



För kretsen i mitten: BOOST

När switchen är på/stängd: strömmen går från källan, genom spolen och genom switchen som "kortsluter" resten av kretsen eftersom dess spänningsfall är nästan noll då den leder (dioden blir backspänd med negativa utspänningen). Därmed förses resistanslasten med ström från kondensatorn som laddar ur sig. Lastströmmen är alltid positiv. Om vi även antar att kondensatorn är mycket stor så kommer lastströmmen att vara nära konstant.

När switchen är av/öppen: strömmen går från källan, genom spolen och nu genom dioden, då switchen är öppen. Spolen laddas nu ur, (dess spänning är negativ), strömmen är fortsatt positiv men avtar i styrka. Strömmen går vidare för att förse både resistanslasten och kondensatorn med ström så kondensatorn laddas upp.

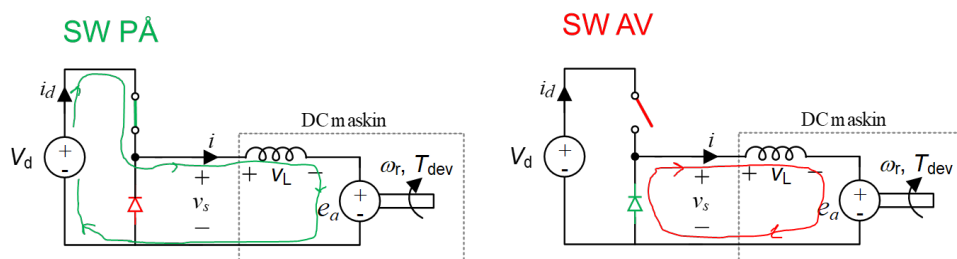


För kretsen längst till höger: 1-kvadrant

Här har vi för enkelhetsskull försummat elmaskinens-ankarresistans.

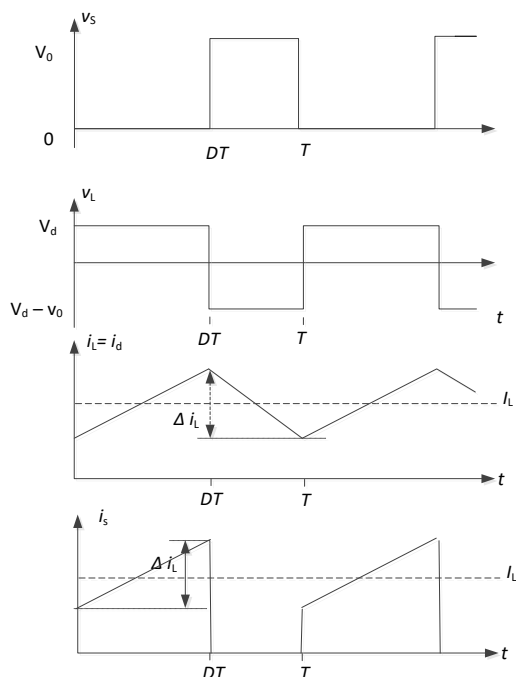
När switchen är på/stängd: dioden är backspänd och blockerar ström, så strömmen från källan går genom maskinens ankarinduktans, vars energinivå ökar, och vidare genom ankarkretsen och sedan tillbaka till källan. Eftersom den mekaniska dynamiken är långsammare än den elektriska, kan vi anta att varvtalet är konstant under en switchperiod, vilket innebär att motEMK:n är konstant. Ankarströmmen är alltid positiv.

När switchen är av/öppen: strömmen från källan och genom switchen är noll. Men den upplagrade energin in ankarinduktansen driver strömmen i samma riktning som tidigare. Nu kommer dioden vara framspänd och leda strömmen. MotEMK:n har samma beteende som i fallet ovan.



c,i) De sökta graferna visas nedan.

Antaganden: stationärtillstånd, CCM, C är mycket stor, ideala komponenter



c,ii) Topp-till-topp värdet för rippet på induktorströmmen kan exempelvis beräknas under tiden $t = 0$ till DT vilket ger följande uttryck:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \left\{ \begin{array}{l} SW \text{ on} \\ v_L = V_d \\ \Delta t = DT \end{array} \right\} = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{Lf}$$

Därmed behöver vi ett uttryck för dutycyclen via in och utspänningen. Om man ej kan det utantill kan man härleda det genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll. Med KVL kan man se att under den tid som switchen leder kommer spänningen över induktansen att vara lika med inspänningen ($v_L = V_d$) och under den tid som switchen ej leder kommer spänningen över induktansen att vara lika med inspänningen minus utspänningen ($v_L = V_d - V_o$).

$$\begin{aligned} V_L &= \frac{1}{T} \int_0^T v_L dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} V_d dt + \frac{1}{T} \int_{DT}^T V_d - V_o dt = \\ &= \frac{1}{T} (V_d DT + (V_d - V_o)(T - DT)) = V_d + V_o(1 - D) = 0 \end{aligned}$$

$$V_o = \frac{1}{(1 - D)} V_d \rightarrow D = \frac{V_o - V_d}{V_o} = 1 - \frac{V_d}{V_o}$$

Detta kan nu användas i beräkningen av stömriplet:

$$\Delta i_L = \frac{V_d D}{Lf} = \frac{V_d (1 - \frac{V_d}{V_o})}{Lf} = \frac{V_d - \frac{V_d^2}{V_o}}{Lf} = \frac{10 - \frac{10^2}{24}}{800 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3} = 0,36 \text{ A}$$

För den aktuella omriktaren, vilken kan betraktas som byggd, kan man enligt uttrycket ovan, minska på strömrippet genom att öka switchfrekvensen.

Uppgift 6 (8p)

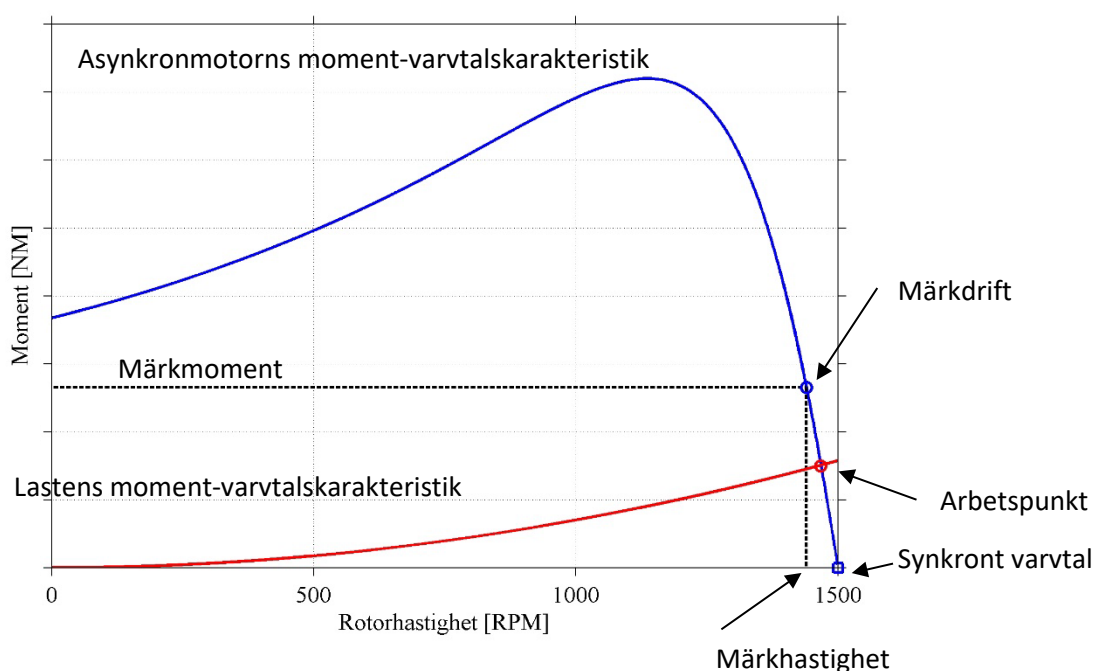
En elbil drivs av en Y-kopplad 4-polig asynkronmaskin via en frekvensomvandlare. Maskinens parametrar är $R_s=0.2 \Omega$, $X_s=0.5 \Omega$, $R'_r=0.15 \Omega$, $X'_r=0.5 \Omega$ och $X_m=10 \Omega$, och dess märkspänning är 400 V (RMS huvudspänning) och 50Hz.

Vid körning i konstant hastighet domineras en bils lastkaraktäristik av dess luftmotstånd som ökar kvadratisk med hastigheten.

- Skissa asynkronmotorns momentvarvtalskaraktäristik (moment på y-axen och varvtal på x-axeln) då den matas med märkspänning. Skissa även lastens karaktäristik i det beskrivna driftfallet. Märk ut maskinens synkrona varvtal, arbetspunkten i vilken den driver lasten och märkdriftpunkten (4p)
- Vid ett tillfälle matas maskinen med märkspänning och arbetar med en eftersläpning på 4%. Beräkna den utvecklade mekaniska effekten (dvs. axeleffekten). (3p)
- Vid motorvägskörning vill man driva maskinen kring ett synkront varvtal på 12 000 rpm, beräkna vilken frekvens på matningsspänningen som då är nödvändig? (1p)

Lösningsförslag:

- Antag att motorn är lämpligt dimensionerad, för att ha följande typiska karaktäristik. Numeriska värden har ej frågats efter här.



b)

Axeleffekten beräknas som: $P_{dev} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s}$

För att beräkna rotorströmmen kan man först beräkna statorströmmen och sedan få fram rotorströmmen via strömdelning. Statorströmmen beräknas som kvoten av matningsspänning och total impedans. Den totala impedansen vid en eftersläpning på 4% kan beräknas i två steg: steg 1) den ekvivalenta impedansen för parallell-kopplingen av rotor-impedansen och magnetiseringsinduktansen:

$$\vec{Z}_{r,m} = \frac{jX_m(R'_r/s + jX'_r)}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} = \frac{j10(0,15/0,04 + j0,5)}{j10 + 0,15/0,04 + j0,5} = \frac{-5 + j37,5}{3,75 + j10,5} = 3,017 + j1,553 \Omega = 3,39 \angle 27,25^\circ \Omega$$

Steg 2) summera den beräknade ekvivalenta impedansen ovan med statorimpedansen

$$Z_{tot} = R_s + jX_s + \vec{Z}_{r,m} = 0,2 + j0,5 + 3,017 + j1,553 = 3,2 + j2,05 = 3,82 \angle 32,56^\circ \Omega$$

Nu kan statorströmmen beräknas som

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{V}_s}{Z_{tot}} = \frac{400/\sqrt{3}}{3,82 \angle 32,56^\circ} = \frac{230,1 \angle 0^\circ}{3,82 \angle 32,56^\circ} = 60,2 \angle -32,56^\circ \text{ A}$$

Nu kan rotorströmmen beräknas genom strömdelning

$$\vec{I}'_r = \frac{jX_m}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} \vec{I}_s = \frac{j10 \cdot 60,2 \angle -32,56^\circ}{3,75 + j10,5} = \frac{10 \angle 90^\circ \cdot 60,2 \angle -32,56^\circ}{11,15 \angle 70,35^\circ} = \frac{602 \angle 57,44^\circ}{11,15 \angle 70,35^\circ} = 53,99 \angle -12,91^\circ \text{ A}$$

Slutligen kan den mekaniska effekten beräknas till

$$P_{dev} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 0,15 \cdot 54^2 \frac{1-0,04}{0,04} = 31,5 \text{ kW}$$

Alternativ och kortare lösning skulle kunna vara att med hjälp av spänningsdelning beräkna spänningen över $\vec{Z}_{r,m}$ genom $\vec{V}_r = \vec{V}_s \frac{\vec{Z}_{r,m}}{Z_{tot}} = 230,1 \angle 0^\circ \cdot \frac{3,39 \angle 27,25^\circ}{3,82 \angle 32,56^\circ} = 204,2 \angle -5,31^\circ$

Och sedan beräkna rotorströmmen genom

$$\vec{I}'_r = \frac{\vec{V}_r}{R'_r/s + jX'_r} = \frac{204,2 \angle -5,31^\circ}{3,75 + j0,5} = \frac{204,2 \angle -5,31^\circ}{3,78 \angle 7,59^\circ} = 54,02 \angle -12,9^\circ \text{ A}$$

Vilket alltså ger samma värde på rotorströmmen och därmed samma axeleffekt.

c) Relationen mellan spänningens matningsfrekvens och det synkrona varvtalet är

$n_s = \frac{60f}{P/2}$, så om man löser ut frekvensen f blir relationen och den nödvändiga frekvensen:

$$f = \frac{n_s P/2}{60} = \frac{12000 \cdot 4/2}{60} = 400 \text{ Hz}$$

Uppgift 7 (3p)

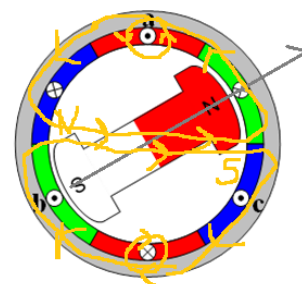
Förklara vilken PMSM-faslinndning som bör användas för att skapa ett vridmoment i figuren bredvid, och vad skall strömriktningen vara för att skapa en rotation medurs (positiv ström är definierad enligt markeringarna i figuren, och negativ är tvärtom)? (3p)

Lösningsförslag:

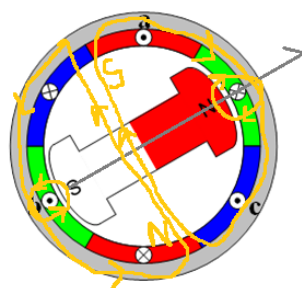
I PMSM roterar luftgapsflödet (som skapas av statorn) med samma hastighet som rotorn, vilken även har magneter som skapar magnetfält över luftgapet. Det finns alltså ett magnetfält från statorn och ett från rotorn. Det utvecklade vridmomentet beror på styrkan hos dessa båda magnetfält, samt vinkelskillnaden mellan dem, vilken ger upphov till attraktions- eller repelleringskraft. Om de är helt i fas skapas därför inget vridmoment. Och om vinkelskillnaden är 90 grader skapas maximalt vridmoment.

Här kan man titta på en fas i taget, där varje fas har två ledare i tvärsnittet, med omvänd strömriktning. Ledare med prick betyder att strömmen definieras som positiv när den går ut ur planet, medan ledare med kryss betyder att strömmen definieras som positiv om den går in i planet. Vi tittar på de olika fallen då strömmen är positiv i en fas i taget.

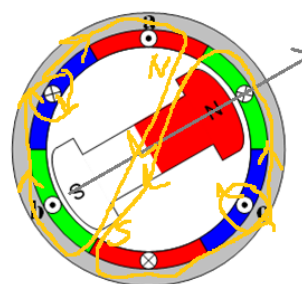
För a-fasen: en positiv ström ut ur planet ger upphov till ett magnetfält som cirkulerar i planet i moturs riktning. Detta kan fås med hjälp av högerhandsregeln, där höger tumme pekar i strömriktningen och fingrarnas krökning i magnetfältets riktning. Samtidigt ger den nedre ledaren upphov till ett magnetfält som cirkulerar kring den i medurs riktning. Tillsammans ger de upphov till ett totalt magnetfält riktat horisontellt åt höger, med en viss vinkel (30°) mot magnetens central-axel. Sett inifrån rotorn kan man då tänka sig att statorns magnetfält har sin nordpol där magnetfältet mynnar ut, alltså till vänster, och sin sydpol där magnetfältet går in, alltså till höger. Därmed kan rotorns nordpol dras mot statorns sydpol och orsaka en rotation medurs.



För b-fasen: Vid positiv ström enligt markeringarna hamnar det resulterande magnetfältet från lindning b 90° ur fas med rotorns magnetfält, enligt figur bredvid, vilket skulle ge upphov till en rotation moturs. För att istället få en rotation medurs krävs omvänd strömriktning. Då vinkelskillnaden mellan statorns och rotorns magnetfält fortsatt är 90° , blir vridmomentet maximalt.



För c-fasen: här hamnar det resulterande magnetfältet också 30° ur fas med rotorns magnet. Med positiv ström repelleras rotorns nordpol från statorns nordpol och ger upphov till en rotation medurs.



Så, för att skapa medurs rotation kan fas a eller c användas med positiv ström, eller fas b med negativ ström, relativt de indikerade strömriktningarna i uppgiften. Fas b ger maximalt vridmoment och bör därför användas.