

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155).

2023-03-13, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser: (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (10p)

En ledande rektangulär slinga har sitt centrum i origo. Två av slingans sidor har längden b och är parallella med y -axeln. De andra två sidorna har längden a . Slingan roterar runt y -axeln med en vinkelfrekvens ω (dvs slingans normalvektor är i xz -planet). Ett externt magnetfält $\vec{B} = B_0(\sin(\Omega t) \hat{x} + \cos(\Omega t) \hat{z})$ appliceras.

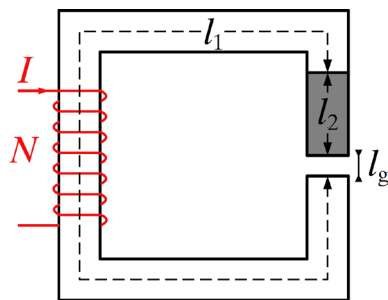
- Hur förändras $\vec{B}$ med tiden? Skissa $\vec{B}$ vid $t = 0, \frac{\pi}{4\Omega}, \frac{\pi}{2\Omega}, \frac{3\pi}{4\Omega}, \dots, \frac{2\pi}{\Omega}$ i xz -planet.
- Skriv ett uttryck för slingans normalvektor $\hat{n}$. Välj en av de två möjliga rotationsriktningarna som referens. Skissa $\hat{n}$ vid $t = 0, \frac{\pi}{4\omega}, \frac{\pi}{2\omega}, \dots, \frac{2\pi}{\omega}$ xz -planet.
- Bestäm det magnetiska flödet Φ genom slingan och den elektromotoriska kraften $\mathcal{E}$. Följande identiteter kan vara användbara:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta;$$

- Bestäm effektivvärdet (root mean square) $\mathcal{E}_{RMS}$ för den elektromotoriska kraften.
- Hur ändras effektivvärdet om man byter slingans rotationsriktning? Skriv uttrycket för $\hat{n}$ för den omvända rotationsriktningen. Visa hur resultatet av stegen (c)-(d) påverkas av omvändningen av rotationsriktningen.

Uppgift 2 (5p)



En magnetisk krets består av ett segment med längden l_1 och permeabiliteten μ_1 , ett segment med längden l_2 och permeabiliteten μ_2 samt ett luftgap (permeabilitet μ_0) med längden l_g enligt figuren. Tvärsnittsarean är densamma i alla segmenten. Det första segmentet (med längden l_1) har en lindning med N varv och med en elektrisk ström I . Förluster kan försummas.

Bestäm riktningen och storleken på den magnetiska flödestätheten B_g i luftgapet. *Ledning:* man kan använda antingen reluktansmetoden eller Amperes lag med kontinuitet av magnetiska flöden vid gränserna mellan segmenten.

Uppgift 3 (9p)

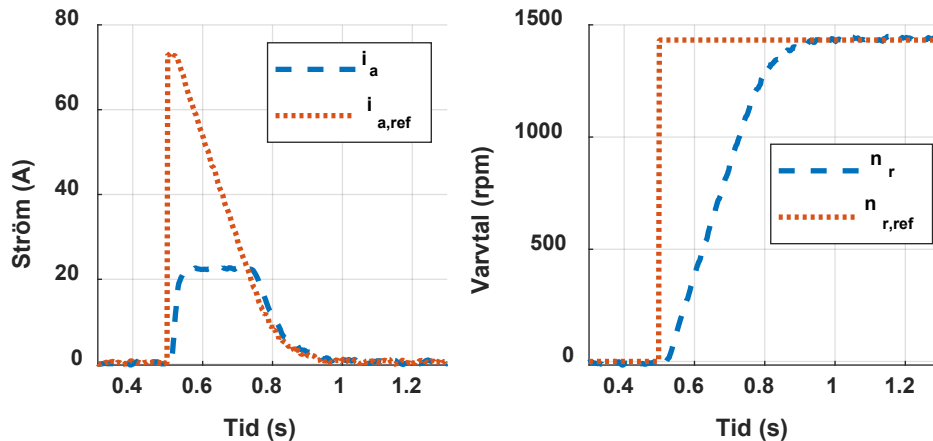
En permanentmagnetiserad likströmsmaskin med märkdata $v_T=200$ V, $i_a = 12$ A, och dess parametrar är $R_a=1.5$ Ω , $L_a = 1.5$ mH, $J=0.05$ kg m². Olastad är maskinens varvtal 1000 rpm vid märkspänning. Maskinen skall driva en hiss vars lastande moment är oberoende av varvtalet. När hissen är som tyngst är lastmomentet $T_L=18$ Nm. Motorns friktionsmoment kan anses försumbart.

- Beräkna maskinens länkade flöde, λ . (1p)
- När maskinen driver den tyngsta lasten vid märkspänning, beräkna maskinens ankarström, varvtal och verkningsgrad. (om inte a) kan lösas, använd $\lambda=1.6$ Wb) (2p)
- Moment-varvtalskaraktäristik: (4p)
 - Rita maskinens moment-varvtals-karaktäristik vid matning med märkspänning, samt med halva märkspänningen och markera vilken graf som representerar vilken matningsspänning.
 - Beräkna och märk ut samtliga tomgångsvarvtal och kipp-moment.
 - Skissa lastens momentvarvtalskaraktäristik.
 - Markera den eller de arbetspunkter som maskinen kan driva lasten i med de två fallen av matningsspänning.
- Vad innebär fältförsvagning, varför används det och varför kan inte den aktuella motorn fältförsvagas? (2p)

Uppgift 4 (7p)

Maskinen i föregående uppgift skall ström- och varvtals-styras när den driver hissen. Strömregleringen skall ha en stigtid på 50 ms. I detta fall kan inte elmaskinens friktionsmoment försummas, utan anses vara proportionellt mot varvtalet som $T_{L,frikt}=b \omega_r=0.01 \omega_r$ Nm.

- Härled en lämplig varvtalsregulator och beräkna dess regulatorparametrar. Redogör för nödvändiga antaganden och relevanta resonemang. (2p)
- Rita ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen och dess ström- och varvtals-regulatorer, och ange vad signalerna mellan blocken representerar. (3p)
- I kursens laboration vid omriktarstyrning av likströmsmaskin erhöles vid ett driftfall nedan resultat. Vad är orsaken till skillnaden mellan den röda och blå grafen till vänster och hur påverkas graferna till höger? (2p)



Uppgift 5 (8p)

En Buck och en Boost-omriktare med kretsschema enligt formelbladet längre bak har parametrarna $L=200\ \mu\text{H}$, $C=300\ \mu\text{F}$, och matningsspänningen från dess källa är 240V.

- För båda omriktarna, härled och rita spänningen v_s och strömmen genom samma krets-gren som funktion av tid över två switchperioder. Ange antaganden, när switchen är PÅ och AV och relevanta storheter på axlarna. Numeriska värden behöver inte beräknas. (4p)
- Antag att Buck-omriktaren används för driftfallen i 3c), ta fram uttrycket för och beräkna den lägsta switchfrekvensen som omriktaren bör ha för att säkerställa att den arbetar i CCM? (3p)
(Om något numeriskt värde saknas från uppgift 3, kan lämpligt värde antas.)
- Motivera vilken av omriktar-typerna som tagits upp i kursen som skulle behövas för att kunna driva hissen både upp och ner, samt bromsa den i båda dessa fall. (1p)

Uppgift 6 (6p)

En asynkronmaskin matas med märkspänning på 400 V RMS och 50 Hz. Dess märkeffekt är 3,5 kW vid en märkeftersläpning på 3% och dess synkrona varvtal är 1500 rpm. Maskinens Y-ekvivalenta krets-parametrar är $R_s=1,3\ \Omega$, $X_s=2,5\ \Omega$, $X'_r=2,5\ \Omega$, $R'_r=1,1\ \Omega$ och $X_m=43\ \Omega$.

- Hur många poler har maskinen, och vad är märkvarvtalet? Motivera ditt svar (2p)
- Vid märkdrift, beräkna den komplexa statoreffekten, och utvecklat vridmoment. Redovisa beräkningsstegen utförligt. (4p)

Uppgift 7 (5p)

En 4-polig permanentmagnetiserad synkronmaskin (PMSM) har krets-parametrarna $R_s=0.106\ \Omega$, $L_{sd}=1,38\ \text{mH}$, $L_{sq}=3.42\ \text{mH}$, $\lambda_m=0,411\ \text{Wb}$, märkeffekt $P_{märk}=50\ \text{kW}$, märkvarvtal $n_s=3000\ \text{rpm}$ vid märkspänning 400 V RMS och 100 Hz, och märk-fasström 81 A RMS.

- Rita moment-varvtalskaraktäristiken för maskinen, och märk ut tomgångsdriftpunkten. (2p)
- Vid märkström, beräkna MTPA-strömvinkeln och utvecklat vridmoment. (3p)

EEN155 Formelsamling

Differential Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Integral Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} &= \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} & \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} & \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 I_{\text{enc}} + \epsilon_0 \mu_0 \oint_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}\end{aligned}$$

where

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Induced voltage - electromotive force

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Electrostatics

The Electric Field

Coulomb's Law:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^2} \hat{\mathbf{R}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

The Electric Field:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \quad \mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (\Phi \text{ electric potential})$$

Electric Field due to discrete point charges:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

Electric Field due to a continuous charge distribution:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (\text{volume charge})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \quad (\text{surface charge})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

$$\Phi(b) - \Phi(a) = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Potential due to a localized charge distribution:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{volume charge})$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \quad (\text{surface charge})$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

Work and Energy in Electrostatics

Energy stored in a point charge distribution: (Φ is potential)

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \Phi(\mathbf{r}_i)$$

Energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') dV'$$

Total energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{all space}} E^2(\mathbf{r}') dV'$$

Conductors

$\mathbf{E} = \mathbf{0}$ inside a conductor.

Electric Field immediately outside a conductor:

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$

Surface charge:

$$\rho_s = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial n}$$

Capacitors:

$$\begin{aligned}Q &= C\Phi \\ W &= \frac{1}{2} C\Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q\Phi\end{aligned}$$

Potentials

Laplace's Equation:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Electric Dipole

Dipole Moment:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{r}'_i = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV$$

Electric Dipole Potential (at origin):

$$\Phi_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Electric Fields in Matter

Bound Charges:

$$\rho_s = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad \rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

The Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{f,\text{enc}}$$

Linear Dielectrics

Polarization:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

Energy in a Dielectric System:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\text{all space}} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV$$

Magnetostatics

Lorentz Force Law:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Currents:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$$

Biot-Savart Law:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Magnetic Vector Potential

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{where} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Vector Potential Poisson's Equation:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

Vector Potential when $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}$ at infinity:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

Dipole momentum of a current loop:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Magnetic Dipole Moment for a vector area $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{m} = I \int d\mathbf{S} = I \mathbf{a}$$

Magnetic Fields in Matter

Bound Currents:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad \mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_f$$

Linear Media

Magnetization in linear media:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$$

Volume bound current:

$$\mathbf{J}_b = \chi_m \mathbf{J}_f$$

Boundary Conditions

Tangential components:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (\mathbf{J}_s \text{ surface current})$$

Normal components:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (\rho_s \text{ surface charge})$$

Vector Derivatives

Cartesian

$$d\mathbf{l} = dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}}, \quad dV = dx dy dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} v_\phi$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{r}} +$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial v_r}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (rv_\phi) \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f =$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Cylindrical

$$dV = \rho d\rho d\phi dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right] \hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}} +$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\phi) - \frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Fundamental Theorems

Fundamental Theorem of Line Integrals:

$$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\mathbf{l} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

Divergence Theorem:

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

Stoke's Theorem:

$$\int (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

Vector Identities

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{R}}{R^2} \right) = 4\pi \delta^3(R)$$

$$\nabla \left(\frac{1}{R} \right) = -\frac{\mathbf{R}}{R^3}$$

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x)$$

Spherical Coordinates

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\sqrt{x^2 + y^2} / z \right)$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

Cylindrical Coordinates

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \cos \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$z = z$$

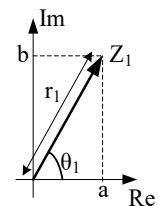
$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

Formelsamling EEN155 2023

Komplexa tal
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$
a och c är realdelen och b och d är imaginärdelen av de komplexa talen. r_1 och r_2 är beloppet, modulen eller längden (radien) θ_1 och θ_2 är vinkeln av de komplexa talen på polär form
$Z_1 + Z_2 = a + c + j(b + d)$ addition
$Z_1 - Z_2 = a - c + j(b - d)$ subtraktion
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$
$ Z = Z^* = \sqrt{ZZ^*}$



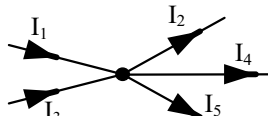
Andragradsekvationer
$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

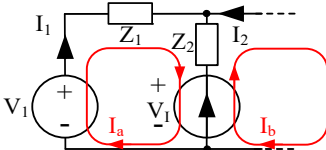
Medelvärde	
Medelvärdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Medelvärdet är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T .	
Några medelvärden av olika funktioner:	
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant	
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

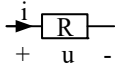
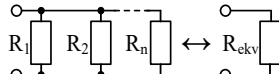
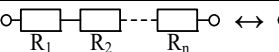
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som	
$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}.$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant	
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos (\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin (\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

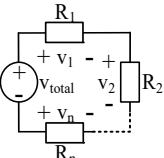
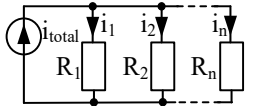
Storhet	Beteckning	SI-enhet	Förklaring
Elektrisk laddning	q	[C], [As]	Materia innehåller två typer av laddningar, positiva och negativa. Den minsta laddningen är elementarladdningen $= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektrisk ström	I, i	[A]	Mäter flöde av laddningar $i = \frac{dq}{dt}$
Elektrisk spänning	V, U, v, u	[V]	Mäts mellan två punkter (= potentialskillnaden) = energi för att flytta en enhetsladdning mellan punkterna $v = \frac{dW}{dq}$
Energi	W	[J], [Ws]	Förmåga att utföra arbete, $W = \int P dt$
Effekt, aktiv effekt	P	[W], [J/s]	Mäter energiflöde, $P = v i = \frac{dW}{dt}$
Reaktiv effekt	Q	[VAR]	
Skenbar effekt	S	[VA]	
Resistans	R	[Ω]	Motstånd mot ström
Induktans	L	[H]	
Kapacitans	C	[F]	
Konduktans	G	[S]	Ledningsförmåga, $G=1/R$
Impedans	Z	[Ω]	$Z = R + jX$
Reaktans	X	[Ω]	
Admittans	Y	[S]	$Y = 1/Z = G + jB$
Susceptans	B	[S]	
Frekvens	f	[Hz]	
Vinkelfrekvens	ω	[rad/s]	$\omega = 2\pi f$
Magnetiskt flöde	Φ	[Wb], [Vs]	Ett mått på totalt antal magnetiska flödeslinjer mellan två magnetiska poler
Flödestäthet	B	[Wb/m ²], [T]	Flöde per tvärsnittsarea $= \Phi/A$
Elektromotorisk kraft, mmk	$F_m = NI$	[At]	Ett mått på den magnetiska kraften som ger ett visst magnetiskt flöde
Antal lindningsvarv	N	[-]	Antal lindningsvarv i en spole
Länkat flöde	$\lambda = N\Phi$		Magnetiskt flöde som passerar genom en spole med N antal varav
Reluktans	R_m	[A/Wb]	Mått på magnetisk resistans i en magnetisk krets
Permeabilitet	$\mu = \mu_0 \mu_r$	[Wb/Am]	Materialets förmåga att leda det magnetiska flödet i en magnetisk krets
	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$	[Wb/Am]	Permeabiliteten hos vakuum
Relativ permeabilitet	μ_r	[-]	Den relativa permeabiliteten hos ett material jämför med vakuum (luft)
	$\mu_r = 1$		För luft
	$\mu_r = 4000$		För elektriskt stål
	$\mu_r = 1000000$		För metglas (tunn amorf metall)
	$\mu_r = 0.999994$		För koppar
	$\mu_r \approx 1$		För permanent magneter

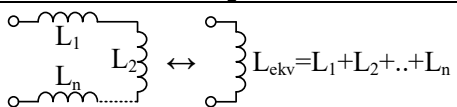
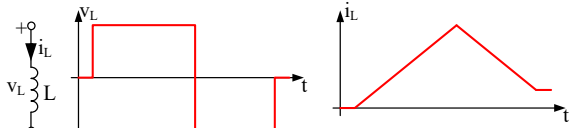
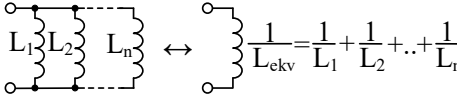
Beräkning av ledarresistans	
$R = \frac{\rho \cdot l}{A} [\Omega]$ där:	l är ledarens längd i km
A är ledararean i mm^2	ρ är ledarens resistivitet
För koppar $\rho_{cu}=17,2 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$ vid 20°C	För aluminium $\rho_{al}=28,3 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$ vid 20°C
Ledarresistansens temperaturberoende är $R_T = R_{T_0}(1 + \alpha(T - T_0)) [\Omega]$ där	
R_T är resistansen vid temperaturen T	R_{T_0} är resistansen vid temperaturen T_0
α är temperaturkoefficienten för ledarmaterialet	
För koppar $\alpha_{cu} = 0,0039 /K$	För aluminium $\alpha_{al} = 0,0040 /K$

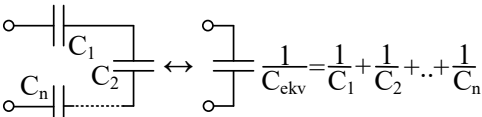
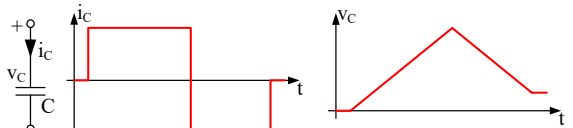
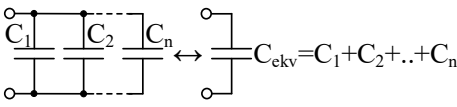
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

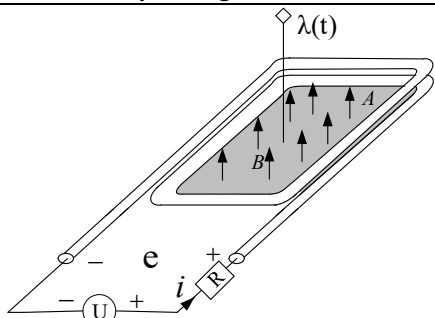
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel: $V_1 - Z_1 I_a - Z_2(I_a - I_b) - V_l = 0$	

Likström		
Ohms lag: $U = R \cdot I$		Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$
Parallellkoppling av n resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av n resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de n seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömdelning, de n parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
		För två:	$\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Induktans (transient)	Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög	 Serie
	 Parallell

Kapacitans (transient)	Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} Cv(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg	 Serie
	 Parallell

Inducerad spänning		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, e, i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen u på spolen, så blir den $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ Där R representerar spolens lindnings-resistans.

Stationär växelström, AC. jω-metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där U är spänningsvisaren för spänningen över elementet och I^* är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är U_{RMS} RMS-värdet av spänningen över elementet och I_{RMS} RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S = U I = U_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P = S \cos(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q = S \sin(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAR]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X = Z \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

För ett rent resistivt element $P = U_{RMS} I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{R} = R I_{RMS}^2$ $Q = 0$	För ett rent induktivt element $P = 0$ $Q = U_{RMS} I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{X_L} = X_L I_{RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element $P = 0$ $Q = -U_{RMS} I_{RMS} = -\frac{U_{RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{RMS}^2$
--	--	--

3-fas växelspanning

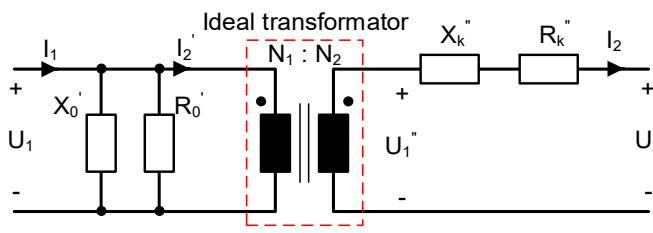
Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvrida de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ där V_f är fasspänningens RMS-värde.	En symmetrisk trefasström kan beskrivas som $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ där I_f är fasströmmens RMS-värde
---	--

Fasspänningen mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan). Huvudspänning mäts mellan två faser, t.ex. $V_{12} = V_h \angle 30^\circ \text{ där } V_h = \sqrt{3}V_f$ $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$ $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$	
--	--

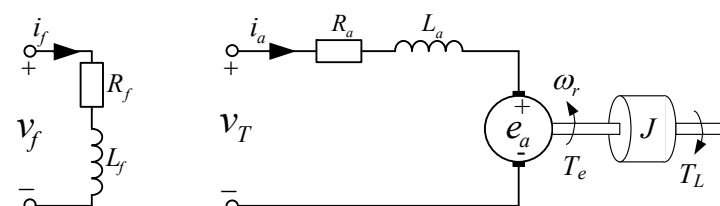
Total 3-faseffekt beräknas generellt enligt $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.	Total 3-faseffekt beräknas i en symmetrisk krets som $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ där S_1, P_1, Q_1 är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.
--	---

YD-transformation För att få samma fasströmmar, I_1, I_2 och I_3, med den Y-kopplade lasten, Z_Y, och med den D-kopplade lasten, Z_D, skall impedanserna förhålla sig som $Z_D = 3Z_Y$ För D-kopplingen gäller $I_1 = I_f = \sqrt{3} I_{D1}$	
--	--

Transformatorn Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är  Där: U_1 är fasspänning på primärsidan I_1 är fasström på primärsidan U_2 är fasspänning på sekundärsidan. I_2 är fasström på sekundärsidan.	Transformatorns impedanser: X_0' är tomgångs reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster. R_0' är tomgångs resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster. X_k'' är serie reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster. R_k'' är serie resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.
Spänningsfallet i transformatorn beräknas som: $\Delta U = U_1'' - U_2$ [V]	Spänningsfallet kan approximeras som: $\Delta U \approx R_k'' \frac{P_2}{U_2} + X_k'' \frac{Q_2}{U_2}$ [V]
Basimpedansen för en transformator definieras som $Z_{bx} = \frac{U_{Nx}^2}{S_N}$ [Ω] där x står för vilken sida av transformatorn	Belastningsgrad för parallellkopplade transformatorer $z_{ka} \frac{S_a}{S_{Na}} = z_{kb} \frac{S_b}{S_{Nb}}$
Den relativa impedansen beräknas som $z = \frac{Z^x}{Z_{bx}}$	
Ideal transformator Omsättning $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_1'} = \frac{I_2}{I_2'} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}$	Impedans transformering $\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2$

Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



Där: v_T = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

i_a = Ankarström [A]

R_a = Ankarresistans [Ω]

L_a = Ankarinduktans [H]

e_a = motemk (inducerad sänning) [V]

λ = Länkatflöde [Wb], [Vs]

v_f = Fältspänning [V]

i_f = Fältström [A]

R_f = Fältresistans [Ω]

L_f = Fältinduktans [H]

ω_r = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

n_r = Rotorn varvtal [RPM] = $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

J = tröghetsmoment (inertia) [kgm^2]

$T_{dev} = T_e$ = Vridmomentet DC-maskinen producerar [Nm]

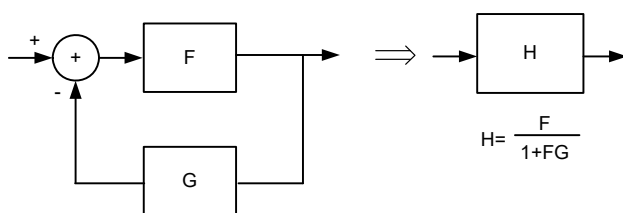
T_L = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$ = Mekanisk axeleffekt [W]

Dynamisk modell	Stationär modell ($\frac{dx}{dt} = 0$)	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$
		Seriemagnetiserad	$\lambda = k i_a$
		Shuntmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_T}{R_f}$

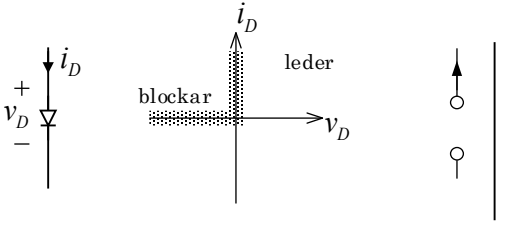
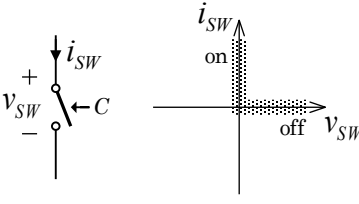
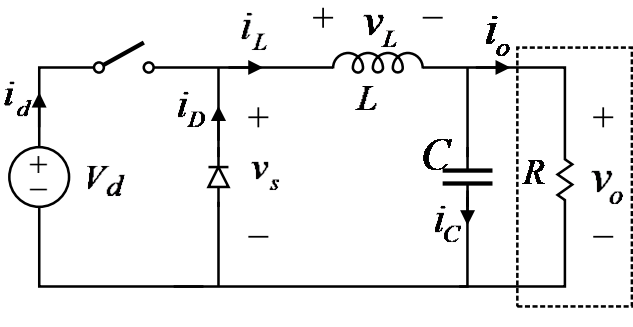
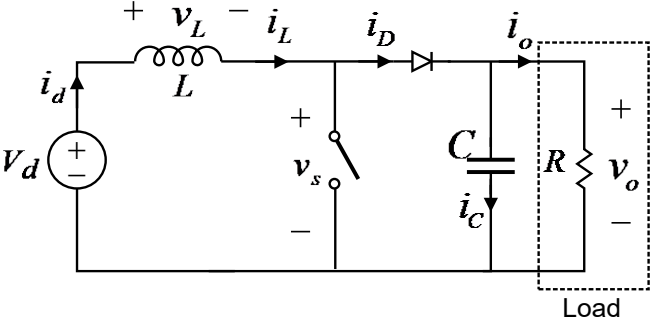
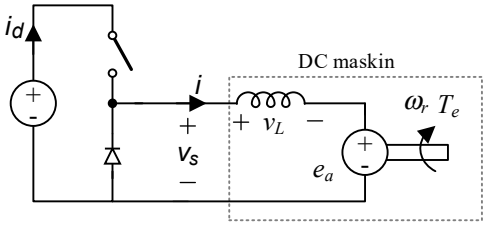
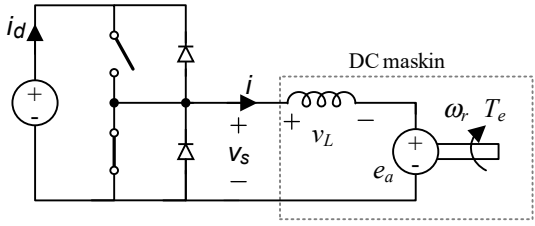
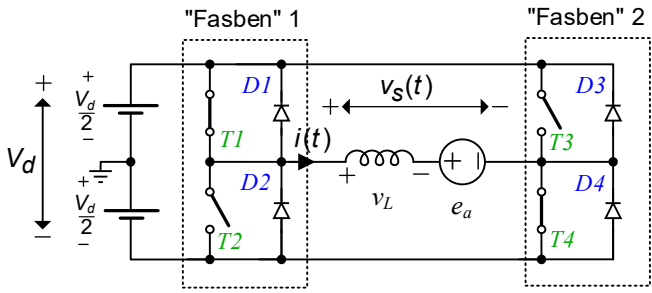
Reglering

Block manipulation regel:



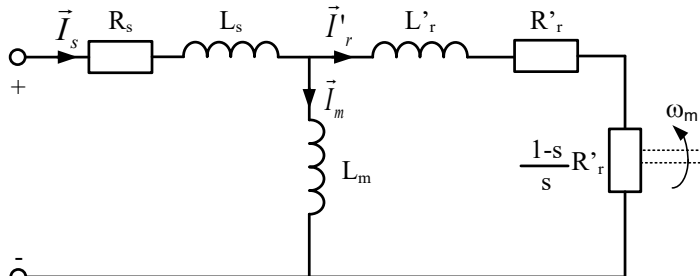
Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1 skrivs

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \text{ tidskonstanten kan beräknas som } \tau = \frac{1}{\alpha} \text{ och stigtiden } t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Kraftelektronik	
Diod	Switch (IGBT och MOSFET)
	 Icke-negativ ström (en verklig transistor)
Buck	Boost
	
1-kvadrant omriktare med likströmsmotor	2-kvadrant omriktare med likströmsmotor
	
4-kvadrant omriktare med likströmsmotor	
	En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden t_0, så skall följande gälla för vågformen $x(t)$: $x(t_0 + nT) = x(t_0) \text{ where } n = 1, 2, 3, \dots$ För en induktans i stationärtillstånd gäller: $v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)$ För en kondensator i stationärtillstånd gäller: $i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)$

Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



P antal poler

$$n_p \text{ polpar-tal} = \frac{P}{2}$$

$$\omega_s \text{ statorspänningens vinkelfrekvens [rad/s]} = 2\pi f_s$$

$$\omega_{s,\text{mek}} \text{ statorspänningens mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]}$$

$$n_s \text{ mekanisk synkron hastighet [RPM]} = \frac{60f_s}{n_p}$$

$$\omega_r \text{ rotorns elektriska vinkelfrekvens} = \Omega_r n_p$$

$$\Omega_r \text{ rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]}$$

$$n_r \text{ rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM]} = \frac{30}{\pi} \Omega_r$$

$$\omega_{sl} \text{ rotor-spänningens elektriska vinkelfrekvens}$$

$$\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r = s\omega_s$$

Space vectors

$\vec{V}_s$ stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$ stator-ström (stationär AC i komplex form)

R_s statorresistans, R'_r rotorresistans

L_s statorns läckinduktans

L_r rotorns läckinduktans

L_m magnetiseringsinduktans

$$\text{Eftersläpning (slip): } s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

$$\text{Axeleffekt: } P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2$$

$$\text{Last-vridmoment: } T_L = T_e$$

$$\text{Statoreffekt: } P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$$

$$\text{Statorns lindningsförluster: } P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2$$

$$\text{Rotorns lindningsförluster: } P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$$

$$\text{Luftgapseffekt: } P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |I'_r|^2$$

$$\text{Start-vridmoment (s=1): } T_{e,\text{start}} = \frac{P_{ag}}{\omega_{s,\text{mek}}}$$

$$\omega_{s,\text{mek}} = \frac{2\pi f_s}{n_p} = \frac{\omega_s}{n_p}$$

Tre-fas till två-fas transformation, stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet s_a, s_b, s_c till $\alpha\beta$

$$\underline{s}^s = \frac{2}{3} K \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Amplitud-invariant skalning: $K = 1 \Rightarrow |\underline{x}^s| = \hat{x}_a = \hat{x}_b = \hat{x}_c$

RMS-värde skalning: $K = 1/\sqrt{2} \Rightarrow |\underline{x}^s| = X_{a,\text{RMS}} = X_{b,\text{RMS}} = X_{c,\text{RMS}}$

Effekt-invariant skalning: $K = \sqrt{3/2} \Rightarrow p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta$

Transformera $\alpha\beta$ storhet $\underline{s}^s$ till 3-fas s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

 $\alpha\beta$ till dq transformation, roterande koordinatsystem

Transformera $\alpha\beta$ storhet, $\underline{s}^s$, till dq-systemet, $\underline{s}$

$$\underline{s} = s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet, $\underline{s}$, till $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^s = s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

Transformations vinkeln, θ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

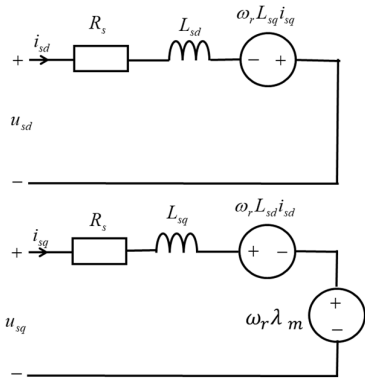
The instantaneous power in three-phase can be calculated as

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\}$$

$$= \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\}$$

Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Gäller för amplitud-invariant transformation:



ω_s statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$
 ω_r elektrisk rotor-vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$
 Ω_r mekanisk rotor-vinkelfrekvens [rad/s]
 n_s mekaniskt synkront varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p}$
 n_r mekaniskt rotorvarvtal [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$
 $\omega_s = \omega_r$ och $n_s = n_r$
 n_p polpartal
 R_s stator-resistans
 L_{sd} stator-induktans i d-riktning
 L_{sq} stator induktans i q-riktning
 λ_m länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

Statorspänning:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

$$\text{Last-vridmoment: } T_L = T_e$$

$$\text{Axel-effekt: } P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Stator-effekt: } P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$$

$$\text{Statorns lindningsförluster: } P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$$

MTPA:

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

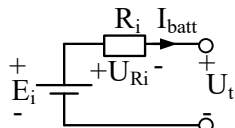
$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq}) \sin(\beta) \cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}\right)^2}$$

Batteri

Ett batteri kan modelleras som:



E_i intern spänning, från kemisk reaktion
 R_i ekvivalent intern batteri-resistans
 I_{batt} ström ut från batteriets terminaler
 U_{Ri} internt spänningsfall i batteriet $= R_i I_{batt}$
 U_t terminal-spänning $= E_i - R_i I_{batt}$
 P_i effekt från kemiska reaktioner $= E_i I_{batt}$
 P_{ut} batteriets ut-effekt $= U_t I_{batt}$
 P_{Ri} effektförlust i batteriet $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$