

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2023-06-07, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

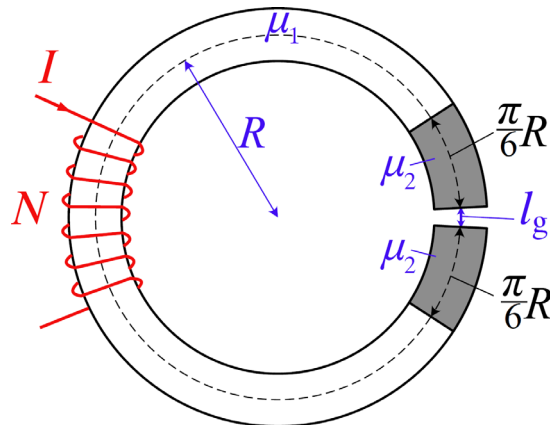
Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (5p)



En cirkulär magnetisk krets (se figuren) med medelradie R består av ett segment med permeabilitet μ_1 , två segment med permeabilitet μ_2 och längd $\frac{\pi}{6}R$ vardera; och ett luftgap med längden l_g .

Tvärsnittsarean är densamma i alla segment. Det första segmentet (med permeabiliteten μ_1) har en lindning med N varv och den elektriska strömmen I . Förluster kan försummas, och magnetfältet kan antas vara homogent över varje tvärsnitt. Bestäm riktningen och storleken på den magnetiska fältstyrkan H_g i luftgapet.

Ledning: man kan använda antingen reluktans-metoden eller Amperes lag med kontinuitet av magnetiska flöden vid gränserna mellan segmenten. Reluktansen $\mathcal{R}$, för ett segment med längden l , tvärsnittsarean S och permeabiliteten μ är $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$.

Uppgift 1**Lösningsförslag:**

Vi väljer medurs som referensriktningen för H-fältet. Medellängd av varje μ_2 -segment är $\pi R/6$ och medellängden av μ_1 -segmentet är $5\pi R/3 - l_g$. Amperes lag ger

$$H_1 \left(\frac{5\pi}{3} R - l_g \right) + 2H_2 \frac{\pi}{6} R + H_g l_g = NI,$$

där H_1 är magnetfält vid μ_1 segmentet, H_2 är magnetfält vid μ_2 segmenten. Kontinuitet av magnetiska flöden vid gränserna ger

$$\mu_1 H_1 S = \mu_2 H_2 S = \mu_0 H_g S,$$

där S är tvärsnittarean. Vi sätter

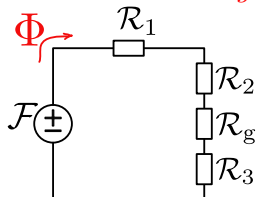
$$H_1 = \frac{\mu_0}{\mu_1} H_g, \quad H_2 = \frac{\mu_0}{\mu_2} H_g$$

i Amperes lag-ekvationen och får

$$H_g = \frac{\mu_1 \mu_2 NI}{\left(\frac{5\pi}{3} R - l_g \right) \mu_2 \mu_0 + \frac{\pi}{3} R \mu_1 \mu_0 + l_g \mu_1 \mu_2}.$$

Magnetfältet är riktat nedåt enligt strömriktningen i lindningen och högerhandsregeln.

Alternativ lösning (reluktansmetoden):



Ekvivalenta kretsen är i figuren. Där magnetomotoriska kraften är $\mathcal{F} = NI$, reluktanserna är $\mathcal{R}_1 = \frac{5\pi R/3 - l_g}{\mu_1 S}$, $\mathcal{R}_2 = \mathcal{R}_3 = \frac{\pi R/6}{\mu_2 S}$, $\mathcal{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 S}$. Polaritet på magnetomotoriska kraften är enligt strömriktningen i lindningen och högerhandsregeln. Flödet är

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_g} = \frac{\mu_0 \mu_1 \mu_2 S NI}{\left(\frac{5\pi}{3} R - l_g \right) \mu_2 \mu_0 + \frac{\pi}{3} R \mu_1 \mu_0 + l_g \mu_1 \mu_2}.$$

Vi använder $\Phi = B_g S = \mu_0 H_g S$ för att beräkna

$$H_g = \frac{\mu_1 \mu_2 NI}{\left(\frac{5\pi}{3} R - l_g \right) \mu_2 \mu_0 + \frac{\pi}{3} R \mu_1 \mu_0 + l_g \mu_1 \mu_2}.$$

Uppgift 2 (5p)

En cirkulär trådslinga är i xy -planet och har en radie R . Ett homogent tidsberoende magnetfält $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t)(\cos(\alpha) \hat{z} + \sin(\alpha) \hat{x})$ appliceras. Bestäm:

- elektromotoriska kraften $\mathcal{E}$ som induceras i slingan,
- värdet på α som maximerar effektivvärdet (root mean square) $\mathcal{E}_{RMS}$ för den elektromotoriska kraften.

Här är ω vinkelfrekvensen, t är tid och α är vinkeln mellan $\vec{B}$ och z -axeln vid $t = 0$.

Uppgift 2

Lösningförslag:

Flödet genom slingan är

$$\Phi_B = \int_{\text{slingan}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS.$$

Här är $\hat{n} = \hat{z}$ normalvektorn till slingan. Magnetfältet är homogent, då får vi

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \hat{z} \int_{\text{slingan}} dS = B_0 \sin(\omega t) \cos(\alpha) \pi R^2.$$

Elektromotoriska kraften är

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\omega B_0 \cos(\omega t) \cos(\alpha) \pi R^2.$$

Effektivvärdet är

$$\mathcal{E}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=0}^T [\mathcal{E}(t)]^2 dt} = |\omega B_0 \cos(\alpha) \pi R^2| \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=0}^T \cos^2(\omega t) dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\omega B_0 \cos(\alpha) \pi R^2|,$$

där $T = 2\pi/\omega$. Vinklar $\alpha = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ (d.v.s. $\vec{B}$ vinkelrät till xy -planet) maximerar effektivvärdet till $\frac{1}{\sqrt{2}} |\omega B_0 \pi R^2|$.

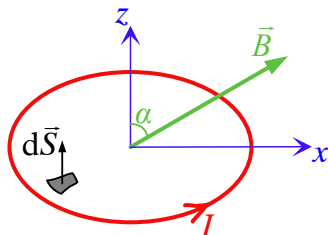
Uppgift 3 (5p)

En cirkulär trådslinga med radien R är i xy -planet och bär den elektriska strömmen I . Ett statiskt homogent magnetfält $\vec{B}$ appliceras. Magnetfältet $\vec{B}$ är i vinkeln α med z -axeln. Bestäm vridmomentet $\vec{T}$ på slingan och värdet på α som maximerar vridmomentet.

Ledning: Vridmomentet för en slinga med det magnetiska dipolmomentet $\vec{m}$ i ett homogent magnetfält $\vec{B}$ är $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$.

Uppgift 3

Lösningförslag:



Om vi antar strömmens riktning enligt figuren, normalvektorn till ytan innesluten av slingan är $\hat{n} = \hat{z}$ enligt högerhandsregeln (vid motsatt strömriktning $\hat{n} = -\hat{z}$). Därför $d\vec{S} = \hat{z}dS$. Magnetiska dipolmomentet av slingan är

$$\vec{m} = I \int_{\text{slingan}} d\vec{S} = \hat{z} I \pi R^2.$$

Vi väljer koordinatsystemet så att $\vec{B}$ är parallell med xz -planet (se figuren) och

$$\vec{B} = B_0 (\cos(\alpha)\hat{z} + \sin(\alpha)\hat{x}).$$

Eftersom magnetfältet är homogent, kan vi beräkna vridmomentet som

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = I \pi R^2 B_0 \hat{z} \times (\cos(\alpha)\hat{z} + \sin(\alpha)\hat{x}) = I \pi R^2 B_0 \sin(\alpha) \hat{y}.$$

Vridmomentet har störst magnitud när $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, d.v.s. när $\vec{B}$ är i xy -planet.

Uppgift 4 (10p)

En separatmagnetiserad DC-maskin har följande märkdata (data vid märklast):

$v_{T,m}=260$ V, $i_{a,m}=23,4$ A, $v_{f,m}=220$ V, $P_{mek,m}=4.5$ kW.

- a) För att estimeras maskinens parametrar görs tre mätningar i stationärdrift.
- Den första görs vid stillastående maskin. Ankarlindningen ansluts till en DC-källa på 4 V och ankarströmmen uppmäts till 2 A.
 - Den andra görs också vid stillastående maskin. Ankarlindningen ansluts till en AC-källa på 13 V RMS med frekvensen 50 Hz och ankarströmmen uppmäts till 2 A RMS.
 - I sista mätningen ansluts ankarlindningen till en DC-källa på 200 V och ankarströmmen uppmäts till 0,6 A, rotationshastigheten är 1400 RPM, fältspänningen är 220 V och fältströmmen uppmäts till 1.5 A.

Bestäm maskinens fem parametrar (R_a , L_a , R_f , K_f och λ , där $\lambda = K_f I_f$) (4p)

- b) Likströmsmaskinen ska driva en last med ett lastmoment som är proportionellt mot hastigheten med proportionalitetskonstant $B=0.01$ Nm s/rad. Fältspänningen är 220 V medan ankarkretsen kopplas in till en DC-källa på 200 V via en brytare. Innan brytaren sluts står likströmsmaskinen still och ankarströmmen är 0 A. Vid tiden $t=0$ s sluts brytaren. Det mekaniska systemet är mycket långsammare än det elektriska, dvs. strömmen kommer att nå den maximala startströmmen innan varvtalet hinner att öka. Beräkna den maximala startströmmen. (1p)

Om a) inte kunde lösas, kan följande parametrar användas (för en annan maskin):

$R_a = 1,5 \Omega$, $L_a = 30$ mH, $R_f = 200 \Omega$, $K_f = 0,5$ Wb/A och $\lambda = 0,75$ Wb.

- c) För driftfallet i b) beräkna stationärvärdet (efter lång tid $t \gg 0$ s) av maskinens: (3p)
- i. varvtal
 - ii. ankarström
 - iii. mot-EMK (e_a)
 - iv. elektriska förluster
 - v. mekaniska uteffekt
- d) Vad menas med märkström för en elmaskin och varför är den viktig att känna till? (2p)

Lösningsförslag:

a) Stillastående maskin betyder att det inte kommer induceras någon mot-EMK. Och DC-spänning innebär att induktansen inte har någon inverkan på strömmen i stationärtillstånd. Därmed kan första mätningen användas för att estimeras ankarkretsens resistans via ohm's lag:

$$R_a = \frac{v_{T,DC}}{i_{a,DC}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ ohm}$$

Nästa mätning görs även den med stillastående rotor, fast nu med AC-spänning. Då kommer både ankarresistansen och ankarinduktansen att påverka hur stor strömmen blir. Den matande spänningen och uppmätta strömmen kan därmed ge information om ankarkretsens RL-impedans $Z_{RL} = R_a + jX_L$. Eftersom vi redan känner resistansen, så kan induktansen beräknas enligt stegen:

$$|Z_{RL}| = \sqrt{R_a^2 + X_L^2} = \frac{|v_{T,AC}|}{|i_{a,AC}|} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ ohm} \Rightarrow$$

$$X_L = \sqrt{\left(\frac{|v_{T,AC}|}{|i_{a,AC}|}\right)^2 - R_a^2} = \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{38,25} = 6,1847 \text{ ohm} \Rightarrow$$

$$L_a = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6,18}{2\pi 50} = 19,7 \text{ mH}$$

Den tredje mätningen görs med spänning och ström i fältlindningen. Eftersom det är en DC-spänning i fältlindningen, kan dess resistans bestämmas på samma sätt som för ankarkretsen ovan enligt:

$$R_f = \frac{v_f}{i_f} = \frac{220 \text{ V}}{1,5 \text{ A}} = 146,7 \text{ ohm}$$

Nu när maskinen roterar vid känt varvtal i stationärtillstånd, kan även det länkade flödet uppskattas genom:

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r \Rightarrow \lambda = \frac{v_T - R_a i_a}{\omega_r} = \frac{200 - 2 \cdot 0,6}{1400 \cdot \frac{\pi}{30}} = 1,356 \text{ Wb} \Rightarrow$$

Därmed kan även sista parametern K_f estimeras genom

$$K_f = \frac{\lambda}{i_f} = \frac{1,356}{1,5} = 0,904 \frac{\text{Wb}}{\text{A}}$$

b) Vid starten ökar strömmen snabbt, medan varvtalet stiger långsammare. När startströmmen är som störst är dess tidsderivata lika med noll, vilket ger ett spänningsfall över induktansen som är noll. Samtidigt är varvtalet fortfarande ganska lågt vilket gör att mot-EMK'n i detta ögonblick är mycket lägre än resistansspänningsfallet. Därmed kan man estimera den maximala startströmmen som relationen mellan pålagd ankarspänning och ankarresistansen, enligt:

$$i_{a,max} \approx \frac{v_T}{R_a} = \frac{200 \text{ V}}{2 \text{ ohm}} = 100 \text{ A}$$

c) Här skall driftfallet i b) med given last vid given fält och ankarspänning drivas i stationärtillstånd. Då råder balans i både varvtalsekvationen och spänningsekvationen. För att kunna beräkna ström måste vi först beräkna varvtal eller omvänt.

i) Här väljs att beräkna varvtalet först, genom att lösa ut strömmen och ersätta med ett yttryck för varvtalet. I stationärtillstånd är drivande och lastande vridmoment vara lika stora, för att hålla rotationen vid ett konstant varvtal:

$$T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{B \omega_r}{\lambda}$$

Samtidigt råder även balans i spänningsekvationen, dvs. matande spänning är lika stor som kretsens spänningsfall tillsammans med mot-EMK'n:

$$\begin{aligned} v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r &= R_a \frac{B \omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right) \Rightarrow \omega_r = \frac{v_T}{\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right)} = \frac{200}{\frac{2 \cdot 0,01}{1,356} + 1,356} \\ &= 145,9056 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow 1393 \text{ rpm} \end{aligned}$$

ii) Strömmen kan nu beräknas till: $i_a = \frac{B \omega_r}{\lambda} = \frac{0,01 \cdot 145,9056}{1,356} = 1,076 \text{ A}$

iii) mot-EMK'n är då $e_a = \lambda \omega_r = 1,356 \cdot 145,9056 = 197,848 \text{ V}$

iv) Elektriska förluster sker i lindningen: $P_{lind} = R_a i_a^2 = 2 \cdot 1,076^2 = 2,32 \text{ W}$

v) Mekanisk uteffekt: $P_{mek} = \omega_r T_e = \omega_r \lambda i_a = 145,9056 \cdot 1,356 \cdot 1,076 = 212,88 \text{ W}$

d) Märkströmmen är den ström som motorn drar vid märkspänning och märklast. Det är även den ström som motorn klarar att hantera under kontinuerlig drift. Om den överskrids under för lång tid riskerar lindningen att överhettas så att dess spänningsisolering degraderas eller i värsta fall brister och orsakar en kortslutning.

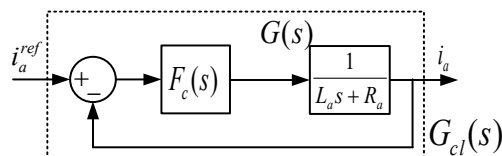
Uppgift 5 (7p)

En likströmsmaskin skall driva en last som har ett lastmoment som är proportionellt mot varvtalet med proportionalitetskonstanten B . Maskinens parametrar och märkdata är: $R_a=0.4$ ohm, $L_a=50$ μ H, $\lambda=0,015$ Wb, $v_{T,m}=12$ V, $i_{a,m}=7$ A. Det mekaniska systemets (elmaskin och last tillsammans) parametrar är: $J=7 \cdot 10^{-4}$ kg m², $B=1,4 \cdot 10^{-4}$ Nm s/rad. Maskinens reglersystem skall vara kaskadkopplat med en yttre varvtalsreglerings loop och en inre momentreglerings loop. Varvtalsreferensen fås från ett överordnat styrsystem. Momentregleringsloopen ska ha en stigtid på 300 ms och varvtalsregleringsloopen en stigtid på 3 sekunder.

- Härled lämplig ström/momentregulator och varvtals-regulator, samt ange numeriska värden på ström/moment och varvtalsregulatorn. Redogör även för eventuella antaganden under härledningen. (3p)
- Vid tiden $t=0$ stegas varvtalsreferensen från 0 rad/s till 500 rad/s, och vid tiden $t=500$ ms stegas varvtalsreferensen tillbaka till 0 rad/s. Skissa ankarströmmen och varvtalet under detta förlopp, samt beräkna approximativt strömmens toppvärde. (4p)

Lösningförslag:

När strömregulatorn härleds så ses motEMK'n, e_a som en störning, men en sådan störning som vi i regleringen kan estimerar, $\hat{e}_a$, och kompensera för genom en framkoppling för att få rätt ankarspanning till maskinen under drift. Vidare, när vi härleder strömregulatorn så antar vi att framkopplingen av motEMK'n som ideal, dvs. att $\hat{e}_a = e_a$ så att framkopplingen av den estimerade och den verkliga motEMKn "tar ut varandra". vid dimensioneringen av regulatorn. Vi börjar med att rita det förenklade blockschemat för strömregulatorn och den elektriska biten av DC-motorn



Det slutna systemet $G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}}$ designas som ett första ordningens lågpasfilter med bandbredd $\alpha_c = \ln(9)/t_{r,c} = \ln(9)/0.3$ s = 7,32 rad/s, detta ger

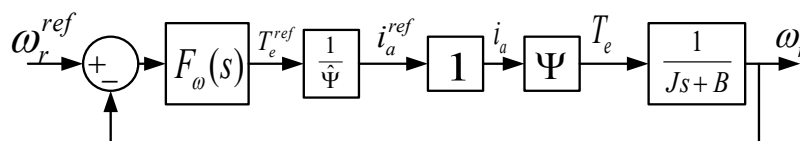
$$\frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} = \frac{\alpha_c/s}{1 + \alpha_c/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F_c(s)G(s)}{1 + F_c(s)G(s)} \Rightarrow$$

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s} G^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s} (\hat{L}_a s + \hat{R}_a) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \Rightarrow$$

$$K_{pc} = \hat{L}_a \alpha_c = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 7,32 = 0,000366 = 3,66 \cdot 10^{-4}$$

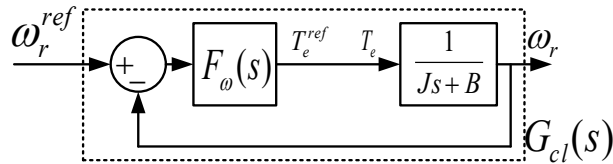
$$K_{ic} = \hat{R}_a \alpha_c = 0.4 \cdot 7,32 = 2,93$$

När varvtalsregulatorn härleds antas dels att strömregulatorn är ideal, dels att referensströmmen är lika med den faktiska strömmen, dvs. $i_a^{ref} = i_a$. Det senare motiveras av att strömregulatorn är mycket snabbare än varvtalsregulatorn. Vi ritas först det förenklade blockschemat där strömregulatorn och den elektriska delen av likströmsmaskinen har ersatts med ett block med förstärkning 1



Vi antar även att det estimerade länkade flödet är lika med maskinens faktiska länkade flöde, $\hat{\Psi} = \Psi$, detta ger

Med lösningsförslag



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpasfilter med bandbredd $\alpha_\omega = \ln(9)/t_{r,\omega} = \ln(9)/3 = 0.73 \text{ rad/s}$, detta ger

$$\frac{\alpha_\omega}{s + \alpha_\omega} = \frac{\alpha_\omega/s}{1 + \alpha_\omega/s} = G_{cl} = \frac{\omega_r}{\omega_r^{ref}} = \frac{F_\omega(s)G_\omega(s)}{1 + F_\omega(s)G_\omega(s)} \Rightarrow$$

$$F_\omega(s) = \frac{\alpha_\omega}{s} G_\omega^{-1}(s) = \frac{\alpha_\omega}{s} (\hat{J}s + \hat{B}) = K_{p\omega} + \frac{K_{i\omega}}{s} \Rightarrow$$

$$K_{p\omega} = \hat{J}\alpha_\omega = 7 \cdot 10^{-4} \cdot 0.73 = 5.13 \cdot 10^{-4}$$

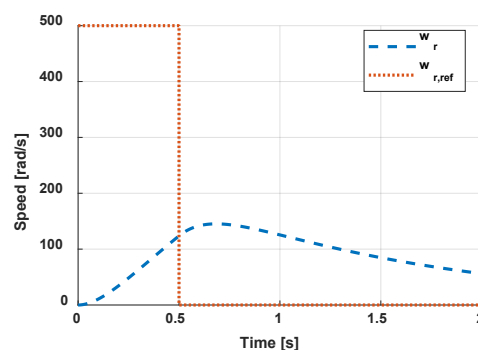
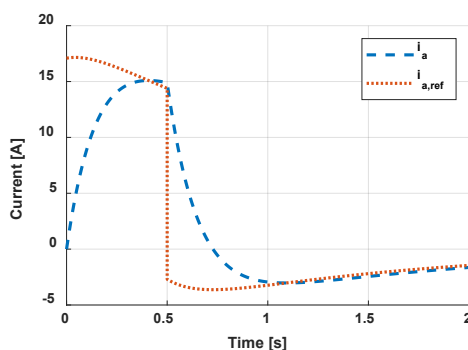
$$K_{i\omega} = \hat{B}\alpha_\omega = 1.4 \cdot 10^{-4} \cdot 0.73 = 1.03 \cdot 10^{-5}$$

b) Vid tiden $t=0$ stegas varvtalsreferensen från 0 till 500 rad/s, och vid tiden $t=500 \text{ ms}=0.5 \text{ s}$ stegas varvtalsreferensen tillbaka ner till noll, detta syns som den rödprickade grafen i övre högra figurfönstret nedan.

Vid startögonblicket är maskinens ström och varvtal noll. Det gör att varvtals-regler-felet ($\omega_r^{ref} - \omega_r$) är stort strax efter $t=0$. Varvtalet tar tid att öka på grund av rotns och lastens tröghetsmoment, vilket gör att varvtalsfelet i sin tur ger en hög positiv referenssignal till moment/ström-regulatorn, som alltså ger en hög i_a^{ref} i början, se den rödprickade grafen i övre vänstra figur-fönstret nedan.

Strömmen också tar lite tid att öka på grund av lindningens induktans. Den höga strömmen ger ett högt vridmoment, som är större än det bromsande, vilket ger en acceleration, dvs. varvtalet börjar öka. Eftersom varvtalsregulatorns stigtid är 3 s så hinner inte varvtalet upp till sin referens redan inom 0.5 s. Men fram till $t=0.5 \text{ s}$ så minskar varvtals-reglerfelet, och därmed även ström-referensen något. Dock hinner strömregulatorn nästan uppnå sin referens innan $t=0.5 \text{ s}$.

Efter $t=0.5 \text{ s}$ då varvtalsreferensen blir noll igen, så blir varvtalsreglerfelet negativt, vilket så småningom leder till en negativ ström-referens. Det tar lite tid för strömmen att nå sitt nya negativa värde. Den negativa strömmen skapar sedan ett bromsande vridmoment så att varvtalet börjar att sjunka ner mot noll.



Ett approximativt topp-värde för strömmen kan estimeras till den initiala strömreferensen (dvs. strax efter $t=0$), vilken via vridmomentsreferensen bestäms av det initiala varvtalsfelet och varvtalsregulatorns P-del då I-delen ännu är försumbar:

$$i_a^{ref} = \frac{T_e^{ref}}{\lambda} \approx \frac{(\omega_r^{ref} - \omega_r)K_{p\omega}}{\lambda} \approx \frac{(\omega_r^{ref} - 0)K_{p\omega}}{\lambda} = \frac{500 \cdot 5.13 \cdot 10^{-4}}{0.015} = 17.1 \text{ A}$$

Uppgift 6 (7p)

En boost-omvandlare omvandlar en batterispänning på 12 V till 24 V. Vid ett driftfall leder switchen under $5\mu\text{s}$. Omvandlarens induktans är $30\mu\text{H}$ och dess kondensator på $470\mu\text{F}$ och den lastas med en rent resistiv last på 30Ω .

- Vanligen används buck- eller boost-omvandlare för att hålla en konstant utspänning oavsett hur inspänningen varierar. Hur regleras omvandlaren för att uppnå detta, och med vilken storhet? (1p)
- Härled uttrycket för förhållandet mellan in och utspänning samt rita spänningen över och strömmen genom induktansen under en switchperiod. Markera alla spänningsnivåer på axlarna, samt om switchen leder eller ej. (3p)
- Beräkna omvandlarens switchfrekvens och avgör om den arbetar i CCM eller inte. (3p)

Lösningförslag:

a) Buck- och Boost-omvandlare är så kallade switchade omvandlare, dvs. man använder sig av styrbara strömbrytare i form av transistorer, som man stänger av och på tusentals gånger per sekund, med en fix periodtid. På så sätt omvandlas en konstant inspänning till en periodisk spänning vars medelvärde kan styras genom att styra hur länge switchen leder under en periodtid av den periodiska signalen, den så kallade **duty cyclen**. Ju högre duty cycle desto högre blir medelvärdet och därmed utspänningen.

b) Antag att omvandlaren arbetar i stationärtillstånd och CCM, att kondensatorn på utgången är mycket stor så att utspänningen är en ren DC-spänning ($v_o = V_o$), samt att komponenterna är ideala och förlustfria.

Sambandet mellan in- och ut-spänning fås genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i stationärtillstånd måste medelvärdet av spänningen över spolen under en period vara lika med noll. Innan vi ställer upp integralberäkningen gör vi följande delsteg:

KVL för vänstra delen av Boost-omvandlaren ger, $-V_d + v_L + v_s = 0 \Rightarrow v_L = V_d - v_s$

Då switchen leder är dess spänningsfall noll (om ideal), det ger att spänningen över induktansen är lika med inspänningen ($v_L = V_d$).

Då switchen inte leder, leder istället dioden, vilket gör att $v_s = v_o$. Då är spänningen över induktansen lika med inspänningen minus utspänningen ($v_L = V_d - v_o$).

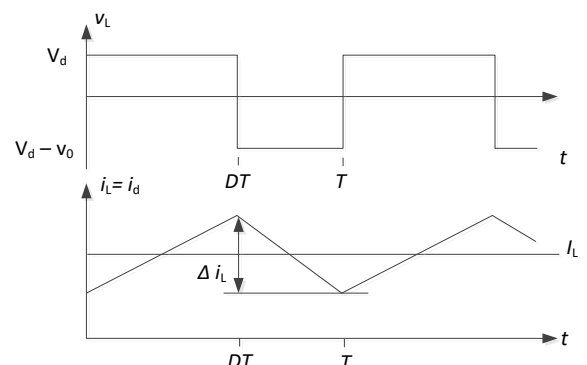
Nu ställer vi upp integralen för beräkning av medelvärdet av spänningen över spolen under en period, där tiden då switchen leder är DT , switchen då den är stängd är resten av periodtiden T :

$$V_L = \frac{1}{T} \int_0^T v_L dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} V_d dt + \frac{1}{T} \int_{DT}^T (V_d - V_o) dt =$$

$$= \frac{1}{T} (V_d DT + (V_d - V_o)(T - DT)) = V_d + V_o(1 - D) = 0$$

$$V_o = \frac{1}{(1 - D)} V_d \rightarrow D = \frac{V_o - V_d}{V_o}$$

Spänningen över spolen kan nu ritas enligt figuren:
En positiv konstant spänning ger en positiv konstant strömderivata och en negativ konstant spänning ger en negativ strömderivata, vilket ger den triangelformade strömmen.



c) Switchfrekvensen, f_{sw} , är inversen av periodtiden, T , vilken inte är känd. Men, vi vet även att t_{on} dvs. tiden då switchen leder är $5 \mu s$ av periodtiden, vilket även är definitionen av dess duty cycle, D . För en boost-omriktare är $D = \frac{V_o - V_d}{V_o}$, vilket i detta fall ger:

$$D = \frac{t_{on}}{T} \Rightarrow T = \frac{t_{on}}{D} \Rightarrow f_{sw} = \frac{1}{T} = \frac{D}{t_{on}} = \frac{V_o - V_d}{V_o t_{on}} = \frac{24 - 12}{24 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ kHz}$$

Omriktaren arbetar i CCM om spolens halva strömrippel är mindre än dess medelström.

Spolens strömrippel fås från relationen mellan ström och spänning för en spole. Eftersom spänningen är ”styckvis” konstant är strömderivatan ”styckvis” linjär:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow v_L = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L}$$

Under den delen av perioden då spolens spänning är positiv så ökar strömmen

$$\Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{L f_{sw}} = \frac{12 \cdot 0,5}{30 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^3} = 2 \text{ A}$$

För att beräkna medelströmmen genom spolen utnyttjas antagandet att omvandlaren är ideal, vilket medför att in-effekten är lika med ut-effekten. Detta ger:

$$P_o = P_d = V_d I_d = [I_d = I_L] \rightarrow I_L = \frac{P_o}{V_d} = \frac{V_o^2 / R_{last}}{V_d} = \frac{24^2 / 30}{12} = 1,6 \text{ A}$$

Halva strömripplet är 1 A vilket är mindre än medelvärdet på 1,6 A. Alltså arbetar omriktaren i CCM.

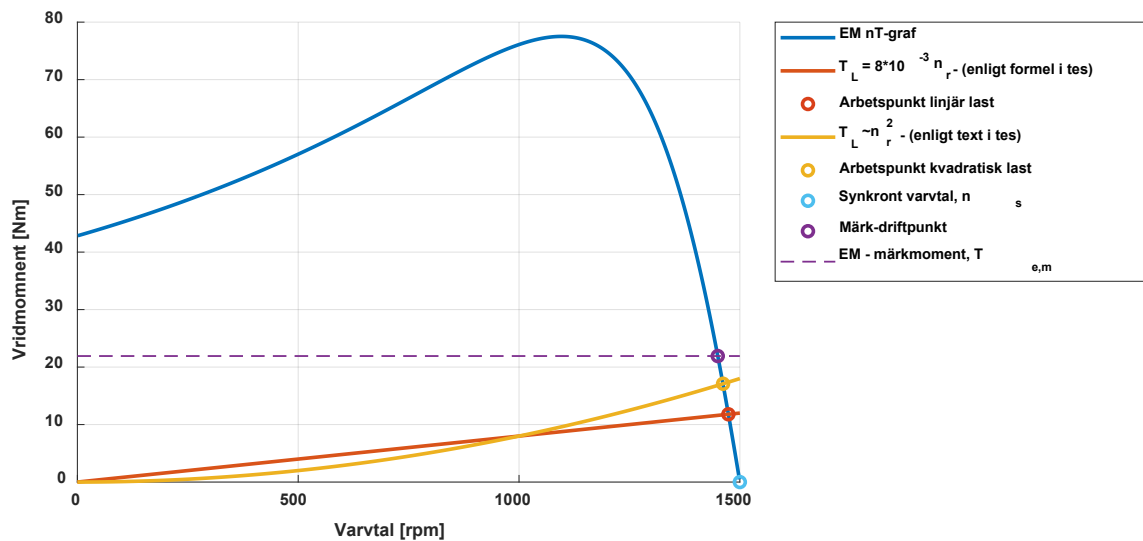
Uppgift 7 (7p)

En Y-kopplad asynkronmaskin ska driva en liten elbil via en frekvensomriktare. Bilens lastmoment kan antas vara kvadratisk proportionellt mot varvtalet enligt $T_L = 8 \cdot 10^{-3} n_r \text{ Nm}$, där n_r är rotorns mekaniska varvtal (rpm). Asynkronmotorns märkdata är $V_{s,m}=400 \text{ V}$ 50 Hz, $I_{s,m}=10 \text{ A}$, $n_{r,m}=1450 \text{ RPM}$, och dess parametrar vid märkspänning är $R_s=1.2 \Omega$, $X_s=2.4 \Omega$, $X_m=44 \Omega$, $X'_r=2.4 \Omega$, $R'_r=1.3 \Omega$.

- Skissa motorns moment-varvtals karakteristik (moment på y-axeln och varvtal på x-axeln) vid märkspänning. Skissa även bilens moment-varvtals-karakteristik. Markera maskinens synkrona varvtal, märkdrift-punkten och arbetspunkten då maskinen driver bilen. (2p)
- Beräkna motorns mekaniska axeleffekt vid märkdrift. (4p)
- Hur stort drivande moment skapas då rotorn roterar med samma hastighet som statorns flödesvektor, motivera ditt svar? (1p)

Lösningförslag:

a) Moment-varvtalskarakteristiken för motorn syns nedan. Observera att det redovisas två grafer för lastens moment-varvtalskarakteristik då det förekom motsägelsefull information i tesens uppgiftsbeskrivning. Båda svaren kan därmed betraktas som korrekta. En graf representerar den angivna formeln $T_L = 8 \cdot 10^{-3} n_r$, vilken representerar en linjär last, samt en graf för en last vars vridmoment är kvadratisk proportionellt mot varvtalet.



b) Vid märkdrift, beräkna motorns axeleffekt: $P_{\text{dev}} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s}$

Vi börjar med att bestämma maskinens antal poler, P, baserat på givet märkvarvtal och möjliga synkrona varvtal vid given märkfrekvens, f_s på 50Hz:

P=antal poler	n_s =synkront mekaniskt varvtal
2	$n_s = \frac{60f_s}{P} = \frac{60 \cdot 50}{2/2} = 3000 \text{ rpm}$
4	$n_s = \frac{60 \cdot 50}{4/2} = 1500 \text{ rpm}$
6	$n_s = \frac{60 \cdot 50}{3/2} = 750 \text{ rpm}$
...	...

Vid normal drift är asynkronmotorns varvtal några få procent lägre än synkrona varvtalet. Så om märkvarvtalet är 1450 rpm, så bör synkrona varvtalet vara 1500. Det ger att maskinen bör ha 4 poler eller 2 pol-par.

Sedan kan eftersläpningen vid märkdrift beräknas som:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1500 - 1450}{1500} = \frac{1}{30} = 3,3\%$$

Sedan vill vi beräkna strömmen i statorlindningen. Då behöver vi den totala ekvivalenta impedansen. Den består av en statordel plus en rotordel som är parallell-kopplad med magnetiseringsinduktansen. Vi beräknar först den ekvivalenta impedansen av magnetiseringsinduktansen parallellt med den totala rotor impedansen:

$$\begin{aligned} \vec{Z}_{r,m} &= \frac{jX_m(R'_r/s + jX'_r)}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} = \frac{j44(1,3/0,033 + j2,4)}{j44 + 1,3/0,033 + j2,4} = \frac{j44(39 + j2,4)}{39 + j46,4} = \frac{-105,6 + j1716}{39 + j46,4} \\ &= \frac{1716,03 \angle 93,52^\circ}{60,61 \angle 49,95^\circ} = 28,31 \angle 43,57^\circ = 20,51 + j19,51 \Omega \end{aligned}$$

Observera att det här förekommer avrundningar i beräkningarna, vilket påverkar resultaten något.

Sedan kan strömmen i statorn beräknas som matande spänning genom totala impedansen

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{V}_s}{R_s + jX_s + \vec{Z}_{r,m}} = \frac{400/\sqrt{3}}{1,2 + j2,4 + 20,51 + j19,51} = \frac{400/\sqrt{3}}{21,71 + j21,91} = \frac{400/\sqrt{3}}{30,84 \angle 45,26^\circ} = 7,49 \angle -45,26^\circ A$$

Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\vec{I}'_r = \frac{jX_m}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} \vec{I}_s = \frac{j44 \cdot 7,49 \angle -45,26^\circ}{39 + j46,4} = \frac{44 \angle 90^\circ \cdot 7,49 \angle -45,26^\circ}{60,61 \angle 49,95^\circ} = \frac{329,56 \angle 44,74^\circ}{60,61 \angle 49,95^\circ} = 5,44 \angle -5,21^\circ A$$

Mekanisk axeleffekt:

$$P_{\text{dev}} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 1,3 \cdot 5,44^2 \frac{1-0,033}{0,033} = 3,38 \text{ kW}$$

c) Då rotorn roterar med samma hastighet som statorns flödesvektor kommer det inte att produceras något vridmoment, eftersom det inte kommer att induceras några spänningar som driver strömmar i rotorn då rotor-lindningarna kommer uppleva konstanta magnetfält.

Uppgift 8 (4p)

En 2-polig PMSM har parametrarna: $R_s = 0,2 \Omega$, $L_{sd} = 1,5 \text{ mH}$, $L_{sq} = 3,5 \text{ mH}$ och $\lambda_m = 0,5 \text{ Wb}$, och märkdata. $n_s = 3000 \text{ rpm}$, $f_s = 100 \text{ Hz}$, $P_m = 50 \text{ kW}$, fas-spänning $U_{s,m} = 230 \text{ V rms}$, fas-ström $I_{s,m} = 75 \text{ A rms}$.

- Beräkna motorns MTPA ström-vinkel vid märkdrift. (1p)
- Vid stillastående rotor men med märk-ström, bestäm statorspänning, elektrisk in-effekt, samt mekanisk ut-effekt. (3p)

Lösningsförslag:

a) Vid märkström är strömmagnituden

$$I_{\text{mag}} = \sqrt{2} \cdot I_{s,m} = \sqrt{2} \cdot 75 = 106,07 \text{ A}$$

MTPA ström-vinkeln kan därefter beräknas som:

$$\begin{aligned} \cos(\beta) &= -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{\text{mag}}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{\text{mag}}}\right)^2} \\ &= -\frac{0,5}{4(1,5 \cdot 10^{-3} - 3,5 \cdot 10^{-3})106,07} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{0,5}{4(1,5 \cdot 10^{-3} - 3,5 \cdot 10^{-3})106,07}\right)^2} \\ &= 0,589 - 0,920 = -0,331 \end{aligned}$$

Det ger att strömvinkeln är:

$$\beta = \arccos(-0,331) = 109,33^\circ$$

b) Vid stillastående rotor och märkström kan statorspänningen beräknas som:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq} = [\omega_r = 0] = R_s i_{sd} = R_s I_{\text{mag}} \cos(\beta) = 0,2 \cdot 106,07 \cdot -0,331 = -7,02 \text{ V}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m = [\omega_r = 0] = R_s I_{\text{mag}} \sin(\beta) = 0,2 \cdot 106,07 \cdot 0,9436 = 20,02 \text{ V}$$

$$= \sqrt{u_d^2 + u_s^2} = \sqrt{(-7,02)^2 + 20,02^2} = 21,21 \text{ V}$$

Med lösningsförslag

Spänningsvinkeln är: $\beta_v = \arctan \frac{u_{sq}}{u_{sd}} = \arctan \frac{20,02}{-7,02} = (-70,677^\circ) + 180^\circ = 109,32^\circ$

Det ger statorspänningen: $U_s = 18,75 \angle 109,32^\circ V$

Elektrisk in-effekt:

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq}) = \frac{3}{2} (-7,02 \cdot 106,07 \cdot -0,331 + 20,02 \cdot 106,07 \cdot 0,9436) \\ &= \mathbf{3375,33 \text{ W}} \end{aligned}$$

Mekanisk ut-effekt:

$$P_{mek} = \omega_r T_e = [\omega_r = 0] = \mathbf{0 \text{ W}}$$