

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155).

2023-06-07, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

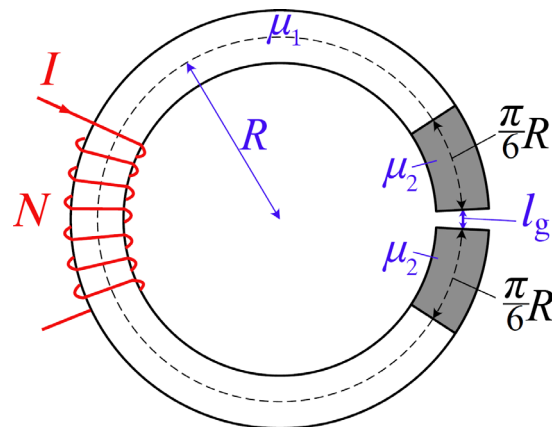
Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (5p)



En cirkulär magnetisk krets (se figuren) med medelradie R består av ett segment med permeabilitet μ_1 , två segment med permeabilitet μ_2 och längd $\frac{\pi}{6}R$ vardera; och ett luftgap med längden l_g .

Tvärsnittsarean är densamma i alla segment. Det första segmentet (med permeabiliteten μ_1) har en lindning med N varv och den elektriska strömmen I . Förluster kan försummas, och magnetfältet kan antas vara homogent över varje tvärsnitt. Bestäm riktningen och storleken på den magnetiska fältstyrkan H_g i luftgapet.

Ledning: man kan använda antingen reluktans-metoden eller Amperes lag med kontinuitet av magnetiska flöden vid gränserna mellan segmenten. Reluktansen $\mathcal{R}$, för ett segment med längden l , tvärsnittsarean S och permeabiliteten μ är $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$.

Uppgift 2 (5p)

En cirkulär trådslinga är i xy -planet och har en radie R . Ett homogent tidsberoende magnetfält $\vec{B} = B_0 \sin(\omega t)(\cos(\alpha) \hat{z} + \sin(\alpha) \hat{x})$ appliceras. Bestäm:

- elektromotoriska kraften $\mathcal{E}$ som induceras i slingan,
- värdet på α som maximerar effektivvärdet (root mean square) $\mathcal{E}_{RMS}$ för den elektromotoriska kraften.

Här är ω vinkelfrekvensen, t är tid och α är vinkeln mellan $\vec{B}$ och z -axeln vid $t = 0$.

Uppgift 3 (5p)

En cirkulär trådslinga med radien R är i xy -planet och bär den elektriska strömmen I . Ett statiskt homogent magnetfält $\vec{B}$ appliceras. Magnetfältet $\vec{B}$ är i vinkeln α med z -axeln. Bestäm vridmomentet $\vec{T}$ på slingan och värdet på α som maximerar vridmomentet.

Ledning: Vridmomentet för en slinga med det magnetiska dipolmomentet $\vec{m}$ i ett homogent magnetfält $\vec{B}$ är $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$.

Uppgift 4 (10p)

En separatmagnetiserad DC-maskin har följande märkdata (data vid märklast):

$v_{T,m}=260$ V, $i_{a,m}=23,4$ A, $v_{f,m}=220$ V, $P_{mek,m}=4.5$ kW.

- För att estimeras maskinens parametrar görs tre mätningar i stationärdrift.
 - Den första görs vid stillastående maskin. Ankarlindningen ansluts till en DC-källa på 4 V och ankarströmmen uppmäts till 2 A.
 - Den andra görs också vid stillastående maskin. Ankarlindningen ansluts till en AC-källa på 13 V RMS med frekvensen 50 Hz och ankarströmmen uppmäts till 2 A RMS.
 - I sista mätningen ansluts ankarlindningen till en DC-källa på 200 V och ankarströmmen uppmäts till 0,6 A, rotationshastigheten är 1400 RPM, fältspänningen är 220 V och fältströmmen uppmäts till 1.5 A.

Bestäm maskinens fem parametrar (R_a, L_a, R_f, K_f och λ , där $\lambda = K_f I_f$) (4p)

- Likströmsmaskinen ska driva en last med ett lastmoment som är proportionellt mot hastigheten med proportionalitetskonstant $B=0.01$ Nm s/rad. Fältspänningen är 220 V medan ankarkretsen kopplas in till en DC-källa på 200 V via en brytare. Innan brytaren sluts står likströmsmaskinen still och ankarströmmen är 0 A. Vid tiden $t=0$ s sluts brytaren. Det mekaniska systemet är mycket långsammare än det elektriska, dvs. strömmen kommer att nå den maximala startströmmen innan varvtalet hinner att öka. Beräkna den maximala startströmmen. (1p)

Om a) inte kunde lösas, kan följande parametrar användas (för en annan maskin):

$R_a = 1,5 \Omega$, $L_a = 30$ mH, $R_f = 200 \Omega$, $K_f = 0,5$ Wb/A och $\lambda = 0,75$ Wb.

- För driftfallet i b) beräkna stationärvärdet (efter lång tid $t \gg 0$ s) av maskinens: (3p)
 - varvtal
 - ankarström
 - mot-EMK (e_a)
 - elektriska förluster
 - mekaniska uteffekt
- Vad menas med märkström för en elmaskin och varför är den viktig att känna till? (2p)

Uppgift 5 (7p)

En likströmsmaskin skall driva en last som har ett lastmoment som är proportionellt mot varvtalet med proportionalitetskonstanten B . Maskinens parametrar och märkdata är: $R_a=0.4\ \Omega$, $L_a=50\ \mu\text{H}$, $\lambda=0.015\text{Wb}$, $v_{T,m}=12\text{V}$, $i_{a,m}=7\ \text{A}$. Det mekaniska systemets (elmaskin och last tillsammans) parametrar är: $J=7\cdot 10^{-4}\ \text{kg m}^2$, $B=1.4\cdot 10^{-4}\ \text{Nm s/rad}$. Maskinens reglersystem skall vara kaskadkopplat med en yttre varvtalsreglerings loop och en inre momentreglerings loop. Varvtalsreferensen fås från ett överordnat styrsystem. Momentregleringsloopen ska ha en stigtid på 300 ms och varvtalsregleringsloopen en stigtid på 3 sekunder.

- Härled lämplig ström/momentregulator och varvtals-regulator, samt ange numeriska värden på ström/moment och varvtalsregulatorn. Redogör även för eventuella antaganden under härledningen. (3p)
- Vid tiden $t=0$ stegas varvtalsreferensen från 0 rad/s till 500 rad/s, och vid tiden $t=500\ \text{ms}$ stegas varvtalsreferensen tillbaka till 0 rad/s. Skissa ankarströmmen och varvtalet under detta förlopp, samt beräkna approximativt strömmens toppvärde. (4p)

Uppgift 6 (7p)

En boost-omvandlare omvandlar en batterispänning på 12 V till 24 V. Vid ett driftfall leder switchen under $5\ \mu\text{s}$. Omvandlarens induktans är $30\ \mu\text{H}$ och dess kondensator på $470\ \mu\text{F}$ och den lastas med en rent resistiv last på $30\ \Omega$.

- Vanligen används buck- eller boost-omvandlare för att hålla en konstant utspänning oavsett hur inspänningen varierar. Hur regleras omvandlaren för att uppnå detta, och med vilken storhet? (1p)
- Härled uttrycket för förhållandet mellan in och utspänning samt rita spänningen över och strömmen genom induktansen under en switchperiod. Markera alla spänningsnivåer på axlarna, samt om switchen leder eller ej. (3p)
- Beräkna omvandlarens switchfrekvens och avgör om den arbetar i CCM eller inte. (3p)

Uppgift 7 (7p)

En Y-kopplad asynkronmaskin ska driva en liten elbil via en frekvensomriktare. Bilens lastmoment kan antas vara kvadratisk proportionellt mot varvtalet enligt $T_L = 8 \cdot 10^{-3} n_r\ \text{Nm}$, där n_r är rotorns mekaniska varvtal (rpm). Asynkronmotorns märkdata är $V_{s,m}=400\ \text{V}$ 50 Hz, $I_{s,m}=10\ \text{A}$, $n_{r,m}=1450\ \text{RPM}$, och dess parametrar vid märkspänning är $R_s=1.2\ \Omega$, $X_s=2.4\ \Omega$, $X_m=44\ \Omega$, $X_r=2.4\ \Omega$, $R_r=1.3\ \Omega$.

- Skissa motorns moment-varvtals karakteristik (moment på y-axeln och varvtal på x-axeln) vid märkspänning. Skissa även bilens moment-varvtals-karakteristik. Markera maskinens synkrona varvtal, märkdrift-punkten och arbetspunkten då maskinen driver bilen. (2p)
- Beräkna motorns mekaniska axeleffekt vid märkdrift. (4p)
- Hur stort drivande moment skapas då rotorn roterar med samma hastighet som statorns flödesvektor, motivera ditt svar? (1p)

Uppgift 8 (4p)

En 2-polig PMSM har parametrarna: $R_s = 0.2\ \Omega$, $L_{sd} = 1.5\ \text{mH}$, $L_{sq} = 3.5\ \text{mH}$ och $\lambda_m = 0.5\ \text{Wb}$, och märkdata. $n_s = 3000\ \text{rpm}$, $f_s = 100\ \text{Hz}$, $P_m = 50\ \text{kW}$, fas-spänning $U_{s,m} = 230\ \text{V rms}$, fas-ström $I_{s,m} = 75\ \text{A rms}$.

- Beräkna motorns MTPA ström-vinkel vid märkdrift. (1p)
- Vid stillastående rotor men med märk-ström, bestäm statorspänning, elektrisk in-effekt, samt mekanisk ut-effekt. (3p)

EEN155 Formelsamling

Differential Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Integral Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} &= \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} & \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} & \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 I_{\text{enc}} + \epsilon_0 \mu_0 \oint_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}\end{aligned}$$

where

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Induced voltage - electromotive force

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Electrostatics

The Electric Field

Coulomb's Law:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^2} \hat{\mathbf{R}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

The Electric Field:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \quad \mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (\Phi \text{ electric potential})$$

Electric Field due to discrete point charges:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

Electric Field due to a continuous charge distribution:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (\text{volume charge})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \quad (\text{surface charge})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

$$\Phi(b) - \Phi(a) = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Potential due to a localized charge distribution:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{volume charge})$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \quad (\text{surface charge})$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

Work and Energy in Electrostatics

Energy stored in a point charge distribution: (Φ is potential)

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \Phi(\mathbf{r}_i)$$

Energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') dV'$$

Total energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{all space}} E^2(\mathbf{r}') dV'$$

Conductors

$\mathbf{E} = \mathbf{0}$ inside a conductor.

Electric Field immediately outside a conductor:

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$

Surface charge:

$$\rho_s = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial n}$$

Capacitors:

$$\begin{aligned}Q &= C\Phi \\ W &= \frac{1}{2} C\Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q\Phi\end{aligned}$$

Potentials

Laplace's Equation:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Electric Dipole

Dipole Moment:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{r}'_i = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV$$

Electric Dipole Potential (at origin):

$$\Phi_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Electric Fields in Matter

Bound Charges:

$$\rho_s = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad \rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

The Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{f,\text{enc}}$$

Linear Dielectrics

Polarization:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

Energy in a Dielectric System:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\text{all space}} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV$$

Magnetostatics

Lorentz Force Law:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Currents:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$$

Biot-Savart Law:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Magnetic Vector Potential

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{where} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Vector Potential Poisson's Equation:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

Vector Potential when $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}$ at infinity:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

Dipole momentum of a current loop:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Magnetic Dipole Moment for a vector area $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{m} = I \int d\mathbf{S} = I \mathbf{a}$$

Magnetic Fields in Matter

Bound Currents:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad \mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_f$$

Linear Media

Magnetization in linear media:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$$

Volume bound current:

$$\mathbf{J}_b = \chi_m \mathbf{J}_f$$

Boundary Conditions

Tangential components:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (\mathbf{J}_s \text{ surface current})$$

Normal components:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (\rho_s \text{ surface charge})$$

Vector Derivatives

Cartesian

$$d\mathbf{l} = dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}}, \quad dV = dx dy dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} v_\phi$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{r}} +$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial v_r}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (rv_\phi) \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Cylindrical

$$dV = \rho d\rho d\phi dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right] \hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}} +$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\phi) - \frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Fundamental Theorems

Fundamental Theorem of Line Integrals:

$$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\mathbf{l} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

Divergence Theorem:

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

Stoke's Theorem:

$$\int (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

Vector Identities

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{R}}{R^2} \right) = 4\pi \delta^3(R)$$

$$\nabla \left(\frac{1}{R} \right) = -\frac{\mathbf{R}}{R^3}$$

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x)$$

Spherical Coordinates

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\sqrt{x^2 + y^2} / z \right)$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

Cylindrical Coordinates

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \cos \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

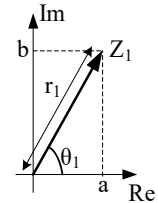
$$z = z$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

Komplexa tal
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$
a och c är realdelen och b och d är imaginärdelen av de komplexa talen. r_1 och r_2 är beloppet, modulen eller längden (radien) θ_1 och θ_2 är vinkeln av de komplexa talen på polär form
$Z_1 + Z_2 = a + c + j(b + d)$ addition
$Z_1 - Z_2 = a - c + j(b - d)$ subtraktion
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$
$ Z = Z^* = \sqrt{ZZ^*}$



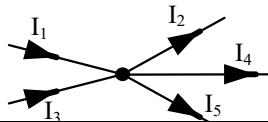
Andragradsekvationer
$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

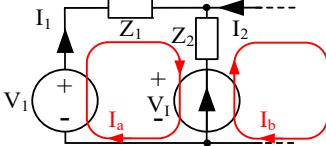
Medelvärde	
Medelvärdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Medelvärdet är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T .	
Några medelvärden av olika funktioner:	
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant	
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

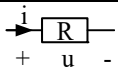
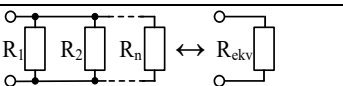
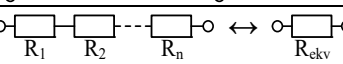
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som	
$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}.$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant	
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos (\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin (\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

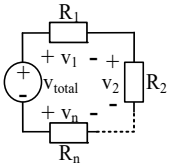
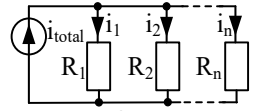
Storhet	Beteckning	SI-enhet	Förklaring
Elektrisk laddning	q	[C], [As]	Materia innehåller två typer av laddningar, positiva och negativa. Den minsta laddningen är elementarladdningen $= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektrisk ström	I, i	[A]	Mäter flöde av laddningar $i = \frac{dq}{dt}$
Elektrisk spänning	V, U, v, u	[V]	Mäts mellan två punkter (= potentialskillnaden) = energi för att flytta en enhetsladdning mellan punkterna $v = \frac{dW}{dq}$
Energi	W	[J], [Ws]	Förmåga att utföra arbete, $W = \int P dt$
Effekt, aktiv effekt	P	[W], [J/s]	Mäter energiflöde, $P = v i = \frac{dW}{dt}$
Reaktiv effekt	Q	[VAR]	
Skenbar effekt	S	[VA]	
Resistans	R	[Ω]	Motstånd mot ström
Induktans	L	[H]	
Kapacitans	C	[F]	
Konduktans	G	[S]	Ledningsförmåga, $G=1/R$
Impedans	Z	[Ω]	$Z = R + jX$
Reaktans	X	[Ω]	
Admittans	Y	[S]	$Y = 1/Z = G + jB$
Susceptans	B	[S]	
Frekvens	f	[Hz]	
Vinkelfrekvens	ω	[rad/s]	$\omega = 2\pi f$
Magnetiskt flöde	Φ	[Wb], [Vs]	Ett mått på totalt antal magnetiska flödeslinjer mellan två magnetiska poler
Flödestäthet	B	[Wb/m ²], [T]	Flöde per tvärsnittsarea $= \Phi/A$
Elektromotorisk kraft, mmk	$F_m = NI$	[At]	Ett mått på den magnetiska kraften som ger ett visst magnetiskt flöde
Antal lindningsvarv	N	[-]	Antal lindningsvarv i en spole
Länkat flöde	$\lambda = N\Phi$		Magnetiskt flöde som passerar genom en spole med N antal varav
Reluktans	R_m	[A/Wb]	Mått på magnetisk resistans i en magnetisk krets
Permeabilitet	$\mu = \mu_0 \mu_r$	[Wb/Am]	Materialets förmåga att leda det magnetiska flödet i en magnetisk krets
	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$	[Wb/Am]	Permeabiliteten hos vakuum
Relativ permeabilitet	μ_r	[-]	Den relativa permeabiliteten hos ett material jämför med vakuum (luft)
	$\mu_r = 1$		För luft
	$\mu_r = 4000$		För elektriskt stål
	$\mu_r = 1000000$		För metglas (tunn amorf metall)
	$\mu_r = 0.999994$		För koppar
	$\mu_r \approx 1$		För permanent magneter

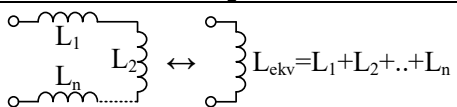
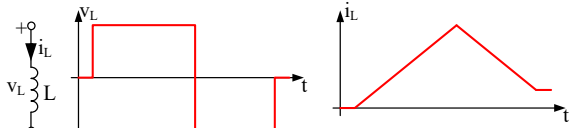
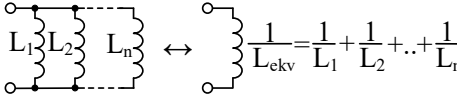
Beräkning av ledarresistans	
$R = \frac{\rho \cdot l}{A} [\Omega]$ där:	l är ledarens längd i km
A är ledararean i mm ²	ρ är ledarens resistivitet
För koppar $\rho_{cu}=17,2 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$ vid 20°C	För aluminium $\rho_{al}=28,3 \Omega \text{ mm}^2/\text{km}$ vid 20°C
Ledarresistansens temperaturberoende är $R_T = R_{T_0}(1 + \alpha(T - T_0)) [\Omega]$ där	
R_T är resistansen vid temperaturen T	R_{T_0} är resistansen vid temperaturen T_0
α är temperaturkoefficienten för ledarmaterialet	
För koppar $\alpha_{cu} = 0,0039 /K$	För aluminium $\alpha_{al} = 0,0040 /K$

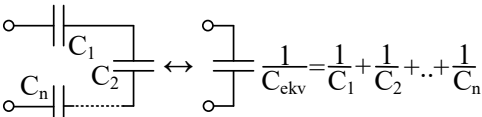
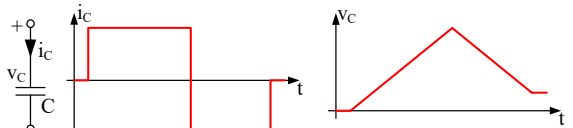
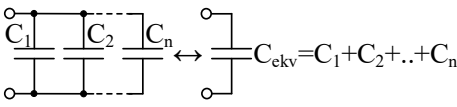
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

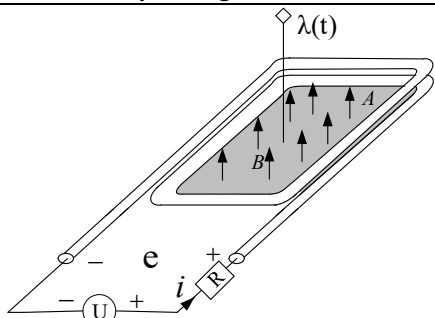
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel: $V_1 - Z_1 I_a - Z_2(I_a - I_b) - V_l = 0$	

Likström		
Ohms lag: $U = R \cdot I$ 	Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$	
Parallellkoppling av n resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av n resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de n seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömdelning, de n parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
		För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	

Induktans (transient)	Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög	 Serie
	 Parallell

Kapacitans (transient)	Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} Cv(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg	 Serie
	 Parallell

Inducerad spänning		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, e , i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen u på spolen, så blir den $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ Där R representerar spolens lindnings-resistans.

Stationär växelström, AC. $j\omega$ -metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där U är spänningsvisaren för spänningen över elementet och I^* är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är U_{RMS} RMS-värdet av spänningen över elementet och I_{RMS} RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S = U I = U_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P = S \cos(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q = S \sin(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [Var]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X = Z \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

För ett rent resistivt element $P = U_{RMS} I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{R} = R I_{RMS}^2$ $Q = 0$	För ett rent induktivt element $P = 0$ $Q = U_{RMS} I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{X_L} = X_L I_{RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element $P = 0$ $Q = -U_{RMS} I_{RMS} = -\frac{U_{RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{RMS}^2$
--	--	--

3-fas växelspanning

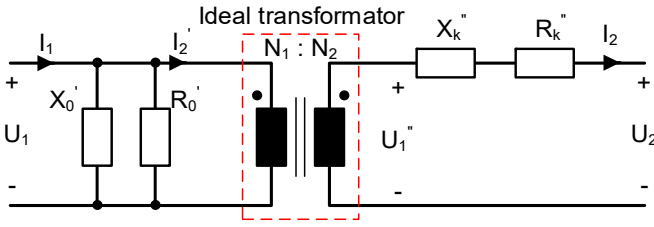
Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvrida de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ där V_f är fasspänningens RMS-värde.	En symmetrisk trefasström kan beskrivas som $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ där I_f är fasströmmens RMS-värde
---	--

Fasspänningen mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan). Huvudspänning mäts mellan två faser, t.ex. $V_{12} = V_h \angle 30^\circ \text{ där } V_h = \sqrt{3}V_f$ $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$ $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$	
--	--

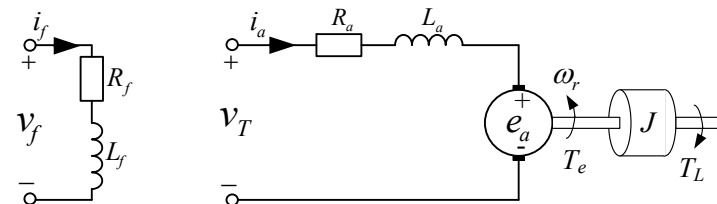
Total 3-faseffekt beräknas generellt enligt $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.	Total 3-faseffekt beräknas i en symmetrisk krets som $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ där S_1, P_1, Q_1 är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.
--	---

YD-transformation För att få samma fasströmmar, I_1, I_2 och I_3, med den Y-kopplade lasten, Z_Y, och med den D-kopplade lasten, Z_D, skall impedanserna förhålla sig som $Z_D = 3Z_Y$ För D-kopplingen gäller $I_1 = I_f = \sqrt{3} I_{D1}$	
--	--

Transformatorn Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är  Där: U_1 är fasspänning på primärsidan I_1 är fasström på primärsidan U_2 är fasspänning på sekundärsidan. I_2 är fasström på sekundärsidan.	Transformatorns impedanser: X_0' är tomgångs reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster. R_0' är tomgångs resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster. X_k'' är serie reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster. R_k'' är serie resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.
Spänningsfallet i transformatorn beräknas som: $\Delta U = U_1'' - U_2$ [V]	Spänningsfallet kan approximeras som: $\Delta U \approx R_k'' \frac{P_2}{U_2} + X_k'' \frac{Q_2}{U_2}$ [V]
Basimpedansen för en transformator definieras som $Z_{bx} = \frac{U_{Nx}^2}{S_N}$ [Ω] där x står för vilken sida av transformatorn Den relativa impedansen beräknas som $z = \frac{Z^x}{Z_{bx}}$	Belastningsgrad för parallellkopplade transformatorer $z_{ka} \frac{S_a}{S_{Na}} = z_{kb} \frac{S_b}{S_{Nb}}$
Ideal transformator Omsättning $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_1'} = \frac{I_2}{I_1'} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}$	Impedans transformering $\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2$

Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



Där: v_T = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

i_a = Ankarström [A]

R_a = Ankarresistans [Ω]

L_a = Ankarinduktans [H]

e_a = motemk (inducerad spänning) [V]

λ = Länkatflöde [Wb], [Vs]

v_f = Fältspänning [V]

i_f = Fältström [A]

R_f = Fältresistans [Ω]

L_f = Fältinduktans [H]

ω_r = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

n_r = Rotorn varvtal [RPM] = $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

J = tröghetsmoment (inertia) [kgm^2]

$T_{dev} = T_e$ = Vridmomentet DC-maskinen producerar [Nm]

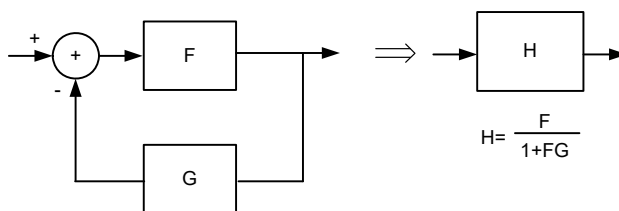
T_L = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$ = Mekanisk axeleffekt [W]

Dynamisk modell	Stationär modell ($\frac{dx}{dt} = 0$)	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$
		Seriemagnetiserad	$\lambda = k i_a$
		Shuntmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_T}{R_f}$

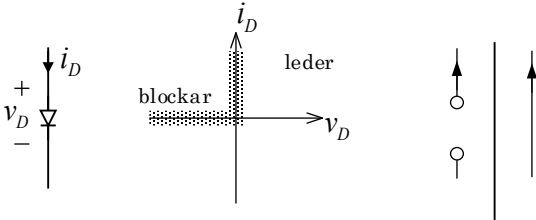
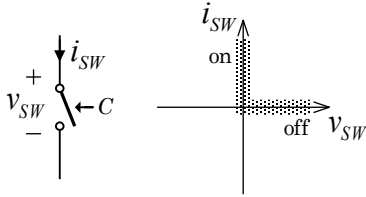
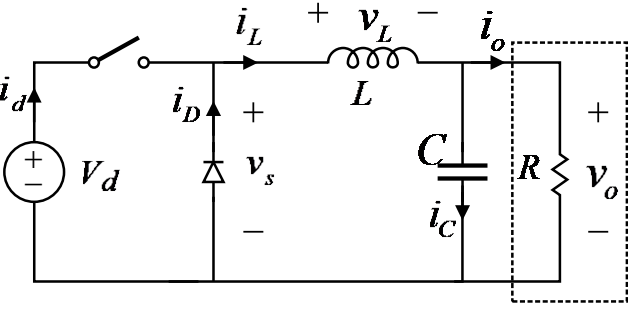
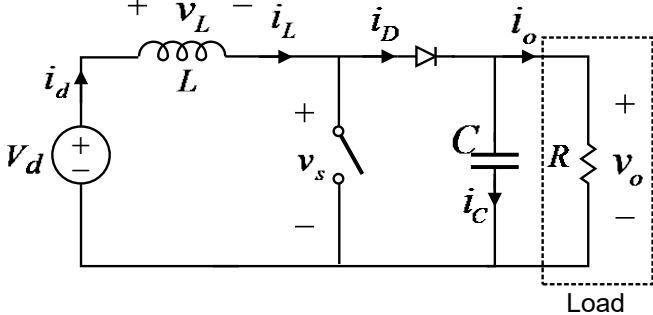
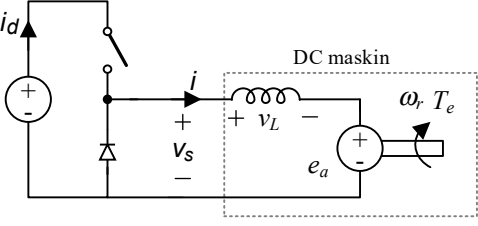
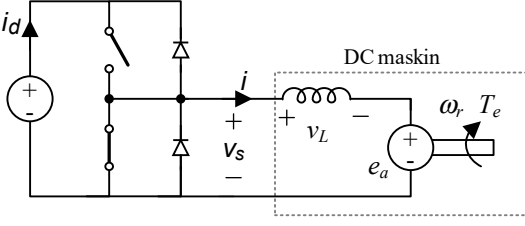
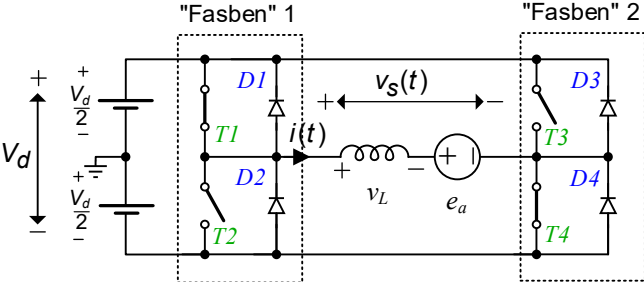
Reglering

Block manipulation regel:



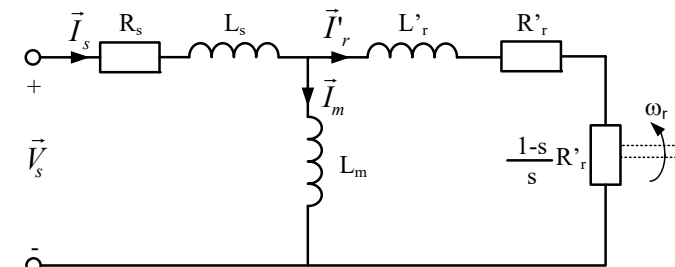
Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1 skrivs

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \text{ tidskonstanten kan beräknas som } \tau = \frac{1}{\alpha} \text{ och stigtiden } t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Kraftelektronik	
Diod	Switch (IGBT och MOSFET)
	 Icke-negativ ström (en verklig transistor)
Buck	Boost
	 Load
1-kvadrant omriktare med likströmsmotor	2-kvadrant omriktare med likströmsmotor
 DC maskin	 DC maskin
4-kvadrant omriktare med likströmsmotor	
 "Fasben" 1 "Fasben" 2	En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden t_0, så skall följande gälla för vågformen $x(t)$: $x(t_0 + nT) = x(t_0) \text{ where } n = 1, 2, 3, \dots$ För en induktans i stationärtillstånd gäller: $v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)$ För en kondensator i stationärtillstånd gäller: $i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)$

Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



P antal poler

n_p polpar-tal = $P/2$

ω_s statorspänningens vinkelfrekvens [rad/s] = $2\pi f_s$

n_s mekanisk synkron hastighet [RPM] = $\frac{60f_s}{n_p}$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens = $\Omega_r n_p$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]

n_r rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM] = $\frac{30}{\pi} \Omega_r$

ω_{sl} rotor-spänningens elektriska vinkelfrekvens

$\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r = s\omega_s$

Space vectors

$\vec{V}_s$ stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$ stator-ström (stationär AC i komplex form)

R_s statorresistans, R'_r rotorresistans

L_s statorns läckinduktans

L_r rotorns läckinduktans

L_m magnetiseringsinduktans

Eftersläpning (slip): $s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$

Axeleffekt: $P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Axel-vridmoment: $T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2$

Last-vridmoment: $T_L = T_e$

Statoreffekt: $P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$

Statorns lindningsförluster: $P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2$

Rotorns lindningsförluster: $P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Luftgapseffekt: $P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |I'_r|^2$

Start-vridmoment ($s=1$): $T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\Omega_r}$

Tre-fas till två-fas transformation, stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet s_a, s_b, s_c till $\alpha\beta$

$$\underline{s}^s = \frac{2}{3} K \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Amplitud-invariant skalning: $K = 1 \Rightarrow |\underline{x}^s| = \hat{x}_a = \hat{x}_b = \hat{x}_c$

RMS-värde skalning: $K = 1/\sqrt{2} \Rightarrow |\underline{x}^s| = X_{a,RMS} = X_{b,RMS} = X_{c,RMS}$

Effekt-invariant skalning: $K = \sqrt{3/2} \Rightarrow p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta$

Transformera $\alpha\beta$ storhet $\underline{s}^s$

till 3-fas s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

 $\alpha\beta$ till dq transformation, roterande koordinatsystem

Transformera $\alpha\beta$ storhet, $\underline{s}^s$, till dq-systemet, $\underline{s}$

$$\underline{s} = s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet, $\underline{s}$, till $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^s = s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

Transformations vinkeln, θ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

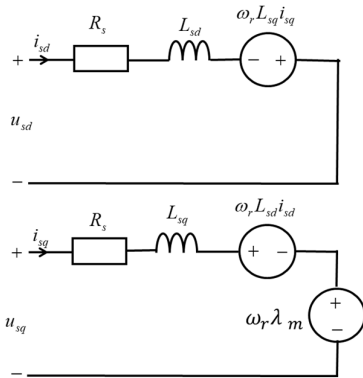
Den momentana effekten i tre-faser kan beräknas som

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\}$$

$$= \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\}$$

Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Gäller för amplitud-invariant transformation:



ω_s statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$
 ω_r elektrisk rotor-vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$
 Ω_r mekanisk rotor-vinkelfrekvens [rad/s]
 n_s mekaniskt synkront varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p}$
 n_r mekaniskt rotorvarvtal [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$
 $\omega_s = \omega_r$ och $n_s = n_r$
 n_p polpartal
 R_s stator-resistans
 L_{sd} stator-induktans i d-riktning
 L_{sq} stator induktans i q-riktning
 λ_m länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

Statorspänning:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

$$\text{Last-vridmoment: } T_L = T_e$$

$$\text{Axel-effekt: } P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Stator-effekt: } P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$$

$$\text{Statorns lindningsförluster: } P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$$

MTPA:

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

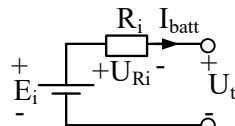
$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq}) \sin(\beta) \cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}\right)^2}$$

Batteri

Ett batteri kan modelleras som:



E_i intern spänning, från kemisk reaktion
 R_i ekvivalent intern batteri-resistans
 I_{batt} ström ut från batteriets terminaler
 U_{Ri} internt spänningsfall i batteriet $= R_i I_{batt}$
 U_t terminal-spänning $= E_i - R_i I_{batt}$
 P_i effekt från kemiska reaktioner $= E_i I_{batt}$
 P_{ut} batteriets ut-effekt $= U_t I_{batt}$
 P_{Ri} effektförlust i batteriet $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$