

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2023-08-16, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Andrei Osipov, ankn. 5056, besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (6p)

En rektangulär trådslinga med sidorna a och b ligger i xy -planet. Ett externt homogent magnetfält av formen $\vec{B} = B_z \sin(\omega t + \phi) \hat{z} + B_x \sin(\omega t) \hat{x}$ appliceras, där ω är vinkelfrekvens och t är tid.

Bestäm uttrycken på magnetfälts amplituderna B_z , B_x och fasen ϕ så att den elektromotoriska kraften $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ induceras i slingan.

Uppgift 1

Lösningsförslag:

Flödet genom slingan är

$$\Phi_B = \int_{\text{slingan}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS.$$

Här är $\hat{n} = \hat{z}$ normalvektorn till slingan. Magnetfältet är homogent, då får vi

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \hat{z} \int_{\text{slingan}} dS = B_z \sin(\omega t + \phi) ab.$$

Elektromotoriska kraften är

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\omega B_z ab \cos(\omega t + \phi).$$

För att inducera emk:n $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ måste

$$\mathcal{E}_0 \cos(\omega t) = -\omega B_z ab \cos(\omega t + \phi)$$

hållas. Ekvationen uppfylls när

$$B_z = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega ab}; \quad \phi = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad B_x \in \mathbb{R}.$$

(OBS att $\hat{x}$ -komponenten av $\vec{B}$ inte bidrar till flödet och till emk:n och därför kan B_x ha vilket värde som helst.)

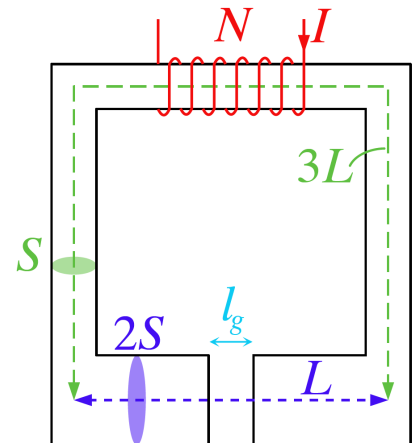
Med lösningsförslag

Uppgift 2 (5p)

En rektangulär magnetisk krets (se figuren) har ett luftgap med längd l_g och en lindning med N varv med den elektriska strömmen I . Det Π -formade segmentet (dvs allt förutom det nedre raka segmentet) har medellängden $3L$ och tvärsnittsarean S . Det nedre raka segmentet (det med luftgapet) har medellängden L (inklusive luftgapet l_g) och tvärsnittsarean $2S$. Magnetiska kretsen har relativa permeabiliteten μ_r . Förluster kan försummas, och magnetfältet kan antas vara homogent över varje tvärsnitt.

Bestäm riktningen och storleken på den magnetiska fältstyrkan H_g i luftgapet.

Ledning: man kan använda antingen reluktansmetoden eller Amperes lag med kontinuitet av magnetiska flöden vid gränserna mellan segmenten. Reluktansen för ett segment med längden l , tvärsnittsarean S och permeabiliteten μ är $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$.



Uppgift 2

Lösningsförslag:

Vi väljer medurs som referensriktningen för H-fältet. Vi betecknar kvantiteterna relaterade till det Π -formade segmentet med indexet 1, till de två delarna av nedre segmentet med indexen 2 och 3 och till luftgapet med indexet g. Då blir längderna $l_1 = 3L$, $l_2 = l_3 = \frac{L-l_g}{2}$.

Amperes lag ger

$$3LH_1 + \frac{L-l_g}{2}H_2 + \frac{L-l_g}{2}H_3 + H_g l_g = NI,$$

där NI har positivt tecken eftersom referensriktningen sammanfaller med riktningen för fältet som induceras av lindningen (enligt den elektriska strömriktningen och högerhandsregeln).

Kontinuitet av flödet ger

$$\mu_r \mu_0 S H_1 = \mu_r \mu_0 2S H_2 = \mu_r \mu_0 2S H_3 = \mu_0 2S H_g.$$

Vi sätter

$$H_1 = \frac{2}{\mu_r} H_g; \quad H_2 = H_3 = \frac{1}{\mu_r} H_g.$$

i Amperes lag-ekvationen och får

$$\frac{6L}{\mu_r} H_g + \frac{L-l_g}{\mu_r} H_g + H_g l_g = NI.$$

Då får vi magnetfältet i luftgapet till

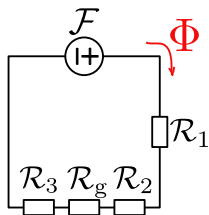
$$H_g = \frac{\mu_r NI}{7L + (\mu_r - 1)l_g}.$$

Magnetfältet är riktat medurs (dvs referensriktningen) eftersom $H_g > 0$.

Alternativ lösning (reluktansmetoden)...

Med lösningsförslag

Alternativ lösning (reluktansmetoden):



Den ekvivalenta kretsen visas i figuren; vi väljer medurs som referensriktningen för flödet. Vi har den magnetomotoriska kraften $\mathcal{F} = NI$, reluktanserna är $\mathcal{R}_1 = \frac{3L}{\mu_r \mu_0 S}$, $\mathcal{R}_2 = \mathcal{R}_3 = \frac{L-l_g}{\mu_r \mu_0 4S}$ och $\mathcal{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 2S}$. Polaritet på magnetomotoriska kraften är enligt strömriktningen i lindningen och högerhandsregeln. Flödet är

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_g} = \frac{\mu_r \mu_0 2SN I}{7L - l_g + \mu_r l_g}.$$

Vi använder $\Phi = B_g 2S = \mu_0 H_g 2S$ för att beräkna

$$H_g = \frac{\mu_r N I}{7L + (\mu_r - 1)l_g}.$$

Magnetfältet är riktat medurs (dvs flödets referensriktning) eftersom $H_g > 0$.

Uppgift 3 (4p)

En regelbunden-oktagonformad trådslinga (dvs. alla 8 sidor har samma längd a) ligger i xy -planet och bär den elektriska strömmen I . Ett externt magnetfält $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ appliceras.

Bestäm vridmomentet $\vec{T}$ på trådslingan.

Ledning: Vridmomentet för en slinga med det magnetiska dipolmomentet $\vec{m}$ i ett homogent magnetfält $\vec{B}$ är $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$.

Uppgift 3

Lösningsförslag:

Dipolmomentet är $\vec{m} = IS\hat{n}$, där S är arean innesluten av slingan och $\hat{n} = \pm \hat{z}$ är normalvektorn (tecknet beror på den elektriska strömmens riktning i förhållande till koordinatsystemet). Eftersom $\hat{z} \times \hat{z} = 0$, blir vridmomentet på trådslingan $\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = \vec{0}$.

Med lösningsförslag

Uppgift 4 (10p)

En separatmagnetiserad likströmsmaskin drivs av en batterispänning på 12 V via en nedspänningsomvandlare som levererar en medelspänning till ankarkretsen mellan 6-12 V. Maskinens märkdata är $v_{T,m} = 16 \text{ V}$, $i_{a,m} = 12 \text{ A}$, $v_{f,m} = 15 \text{ V}$, och dess parametrar är $R_a = 0,1 \Omega$, $L_a = 0,2 \text{ mH}$, $\lambda = k_\lambda i_f = 0,1 i_f$, $R_f = 20 \Omega$, $L_f = 0,4 \text{ mH}$, $J = 0,02 \text{ kg m}^2$. Motorn driver en last vars lastmoment kan antas öka linjärt med hastigheten; $T_L = b\omega_r = 0,006 \omega_r$.

- a) Vid ett tillfälle matas fältkretsen med dess märkspänning och ankarkretsen matas med den ankarspänning som gör att lasten drivs vid ett så högt varvtal som möjligt. **Beräkna** arbetspunkten då motorn driver lasten, dvs. dess varvtal och vridmoment samt effektförlusterna i lindningen. (3p)
- b) Genom att justera spänningen i fältkretsen kan maskinens moment varvtalskaraktäristik påverkas.
- Fältspänningen sänkts nu med 10%. Utgå från lämplig ankarspänning och **rita** motorns nya moment-varvtalskaraktäristik, och i samma figur, rita även dess moment-varvtalskaraktäristik för driftfallet just innan fältspänningen sänktes, alltså skall totalt 2 grafer ritas. (1p)
 - För båda fallen i uppgiften ovan, **beräkna** de numeriska värdena på axlarna då karaktäristiken korsar axlarna, samt **ange** namnen för dessa. (2p)
 - Motivera** valet av ankarspänning för fallet i deluppgift i) (1p)
 - Beräkna** det högsta varvtalet som motorn kan driva lasten på utan att överskrida någon märkdata. (1p)
- c) **Ange** vilka fyra huvudsakliga faktorer (både relaterade till design och drift) som påverkar hur stort vridmoment en separatmagnetiserad likströmsmaskin kan producera och **förklara** hur och varför faktorerna påverkar vridmomentet. (2p)

Lösningsförslag:

a)

Först beräknas det länkade flödet från fältkretsen. Fältströmmen fås vid märkfältspänning som

$$i_{f,m} = \frac{v_{f,m}}{R_f} = \frac{15}{20} = 0,75 \text{ A. Det länkade flödet kan nu bestämmas till } \lambda = k_\lambda i_f = 0,1 \cdot 0,75 = 0,075 \text{ Wb.}$$

I stationärtillstånd är drivande och lastande vridmoment vara lika stora, för att hålla rotationen vid ett konstant varvtal:

$$T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B\omega_r \Rightarrow i_a = \frac{B\omega_r}{\lambda}$$

Samtidigt råder även balans i spänningsekvationen, dvs. matande spänning är lika stor som kretsens spänningsfall tillsammans med mot-EMK'n:

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r = R_a \frac{B\omega_r}{\lambda} + \lambda \omega_r = \omega_r \left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right) \Rightarrow$$

$$\omega_r = \frac{v_T}{\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda \right)} = \frac{12}{\frac{0,1 \cdot 0,006}{0,075} + 0,075} = 144,58 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \mathbf{1381 \text{ rpm}}$$

$$\text{Strömmen kan nu beräknas till: } i_a = \frac{B\omega_r}{\lambda} = \frac{0,006 \cdot 144,58}{0,075} = 11,57 \text{ A}$$

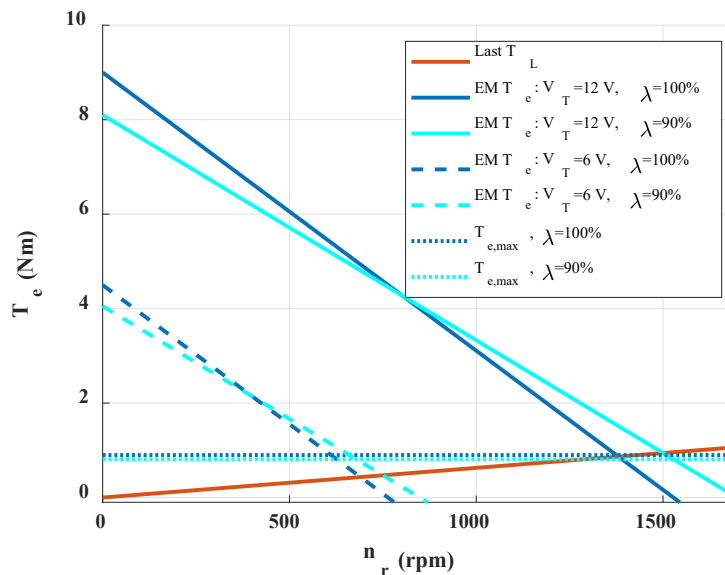
$$\text{Vridmomentet kan nu beräknas: } T_e = \lambda i_a = 0,075 \cdot 11,57 = \mathbf{0,87 \text{ Nm}}$$

$$\text{Effektförlusterna i lindningen: } P_{lind} = R_a i_a^2 = 0,1 \cdot 11,57^2 = 13,39 \text{ W}$$

Med lösningsförslag

b) i.

Momentvarvtalskaraktäristiken ses i figuren nedan som de heldragna linjerna, där mörkblå representerar full magnetisering, och cyan representerar 90% av full magnetisering.



b) ii.

Momentvarvtalskaraktäristiken fås som nedan

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{v_T - \lambda \omega_r}{R_a} \text{ och } i_a = \frac{T_e}{\lambda} \Rightarrow T_e = \frac{\lambda}{R_a} (v_T - \lambda \omega_r)$$

Den punkt då karaktäristiken korsar x -axeln kallas **tomgångsvarvtal**, då skapas inget vridmoment.

Det beräknas som: $\omega_{r,0} = \frac{v_T}{\lambda} = \frac{12}{0,075} = 160 \text{ rad/s}$ och 1528 rpm

Vid fältförsvagning blir det istället $\omega_{r,0} = \frac{v_T}{\lambda} = \frac{12}{0,9 \cdot 0,075} = 177,78 \text{ rad/s}$ och 1698 rpm

Den punkt då karaktäristiken korsar y -axeln kallas **kipmoment**, då står maskinen still. Det beräknas som $T_{e,kip} = \frac{\lambda v_T}{R_a} = \frac{0,075 \cdot 12}{0,1} = 9 \text{ Nm}$ vid full magnetisering och $T_{e,kip,FW} = \frac{0,9 \cdot 0,075 \cdot 12}{0,1} = 8,1 \text{ Nm}$ vid fältförsvagning.

b) iii.

För att öka varvtalet som motorn driver en last på, ökas först ankerspänningen så mycket det går. Denna spänning begränsas vanligen antingen av isoleringen i motorn eller av maximal spänning från omriktaren. I detta fall begränsas spänningen av omriktaren till 12 V. Om den högsta spänningen inte är tillräcklig, kan man istället sänka fältspänningen så att motorns magnetisering försvagas, så kallad "fältförsvagning". Det ger ett lägre mot-EMK vid ett visst varvtal, dvs. mer ström som kan skapa vridmoment. Samtidigt får inte lika högt vridmoment för samma ström som vid full magnetisering, men det räcker för att kunna producera ett högre vridmoment vid högre varvtal. Därmed är det rimligt att anta att innan fältförsvagning har ankerspänningen redan maximerats till 12 V.

b) iv.

Vi utgår igen från den elektriska och mekaniska ekvationen i stationärtillstånd

$$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r \text{ och } T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = B \omega_r$$

Denna gång vet vi ännu inte vad det länkade flödet är. Men vi vet att vi skall utgå från 12 V ankerspänning och titta på gränsfallet då ankarströmmen har sitt märkvärde.

Med lösningsförslag

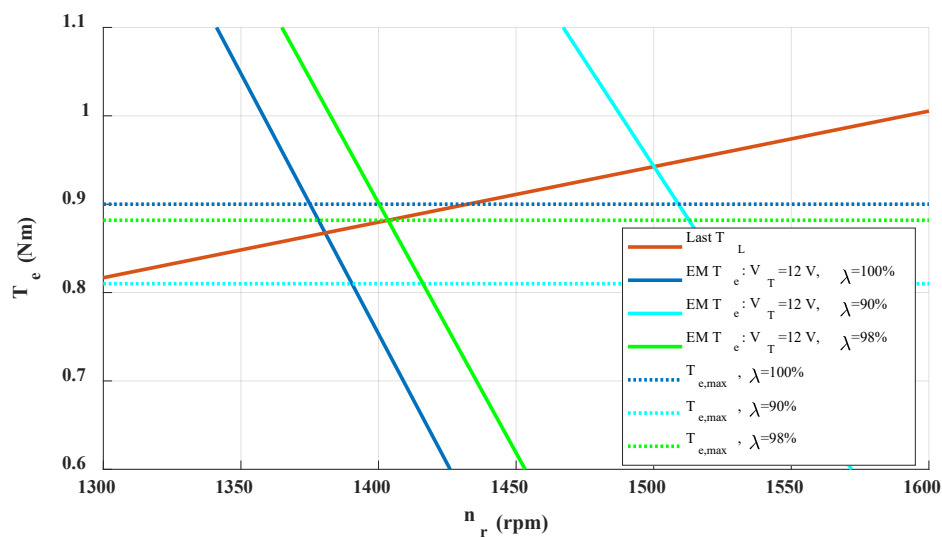
Om vi då börjar med att lösa ut varvtalet i den högra ekvationen: $\omega_r = \frac{\lambda i_a}{B}$ och sedan sätta in detta i spänningsekvationen: $v_T = R_a i_a + \lambda \frac{\lambda i_a}{B}$ och lösa ut länkade flödet:

$$\lambda = \sqrt{(v_T - R_a i_a) \frac{B}{i_a}} = \sqrt{(12 - 0,1 \cdot 12) \frac{0,006}{12}} = 0,0735 \text{ Wb} \text{ (motsvarar } \frac{0,0735}{0,075} = 98\% \text{ magnetisering)}$$

Nu kan vi beräkna det högsta varvtalet som maskinen kan driva lasten vid, utan att märkdata överskrids:

$$\omega_r = \frac{\lambda i_a}{B} = \frac{0,0735 \cdot 12}{0,006} = 147 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad 1404 \text{ rpm}$$

Detta kan även ses i figuren nedan, där maximala vridmoment blir olika högt för samma märkström, men vid olika magnetisering.



c)

Vridmomentet beror på kraften på rotorledaren gånger hävarmen, dvs. **rotorns radie** (om ledarna ligger precis vid ytan). Så en större radie ger ett högre vridmoment vid en viss kraft.

Kraften skapas genom att strömförande ledare befinner sig i ett externt magnetfält. Kraften är då proportionell mot $F = B \times i \times l$, där B är magnetfältet som skapas av och är proportionell mot **fältströmmen**, i är **ankarströmmen** och l är ankarledarnas längd i magnetfältet dvs. **rotorns längd**.

Så, en större kraft skapas med högre fältström, högre ankarström och/eller längre rotor.

Med lösningsförslag

Uppgift 5 (6p)

Likströmsmaskinen i uppgift 4 skall ström- och varvtals-styras, då den driver lasten. Lasten kan här betraktas som en förenklad representation av maskinens inre friktionsmoment.

- Välj lämpliga regulatorer (PI) och **beräkna** deras regulator-parametrar, så att ström-regleringen har en stigtid på 0,5 s och varvtalsregleringen en stigtid på 5 s. En fullständig härledning av regulatorerna behöver inte göras. (2p)
- Utgå från de dynamiska ekvationerna (elektriska och mekaniska) som beskriver likströmsmaskinen i tidsplanet, och **härled** elmaskinens blockschema i s-planet. (3p)
- Förklara** varför det fungerar bra att ha en inre och en yttre reglerloop för att styra likströmsmaskinen. (1p)

Lösningsförslag:

a)

Om ström-regleringen i inre regler-loopen skall ha en stigtid på 0.5 sekunder betyder det att dess bandbredd är:

$$t_{stig,c} = \frac{\ln(9)}{\alpha_c} = \frac{2,2}{\alpha_c} \rightarrow \alpha_c = \frac{2,2}{t_{stig,c}} = \frac{2,2}{0,5} = 4,4 \text{ rad/s}$$

Och dess PI-parametrar är:

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s} G_e^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s} (s\hat{L} + \hat{R}) = \alpha_c \hat{L} + \frac{\alpha_c \hat{R}}{s} = 4,4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} + \frac{4,4 \cdot 0,1}{s} = 8,8 \cdot 10^{-4} + \frac{0,44}{s}$$

Om ström-regleringen i inre regler-loopen skall ha en stigtid på 0.5 sekunder betyder det att dess bandbredd är:

$$t_{stig,s} = \frac{\ln(9)}{\alpha_s} = \frac{2,2}{\alpha_s} \rightarrow \alpha_s = \frac{2,2}{t_{stig,s}} = \frac{2,2}{5} = 0,44 \text{ rad/s}$$

Och dess PI-parametrar är:

$$F_s(s) = \frac{\alpha_s}{s} G_m^{-1}(s) = \frac{\alpha_s}{s} (s\hat{J} + \hat{b}) = \alpha_s \hat{J} + \frac{\alpha_s \hat{b}}{s} = 0,44 \cdot 0,02 + \frac{0,44 \cdot 0,006}{s} = 8,8 \cdot 10^{-3} + \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{s}$$

b)

Ekvationerna för en separatmagnetiserad likströmsmaskin tas från formelsamlingen:

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + \omega_r(t) \lambda$$

$$J \frac{d\omega_r(t)}{dt} = T_e(t) - T_L(t)$$

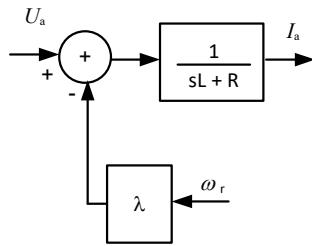
$$T_e(t) = i_a(t) \cdot \lambda$$

$$T_L(t) = B \cdot \omega_r(t)$$

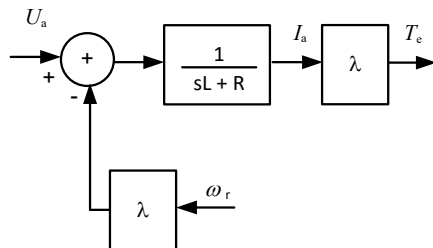
Ovanstående ekvationer skrivs om genom att byta d/dt mot operatören s som motsvarar d/dt och funktionen av tiden slopas genom att byta ut de små tidsvariabla enhetsbeteckningarna mot stora bokstäver.

$U_a = R_a I_a + L_a s I_a + \omega_r \lambda$ ger följande blockschema:

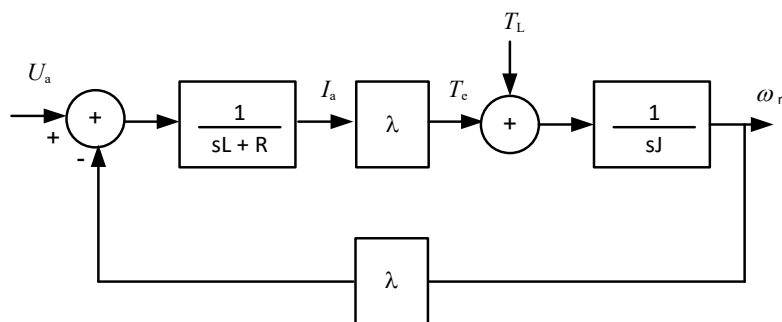
Med lösningsförslag



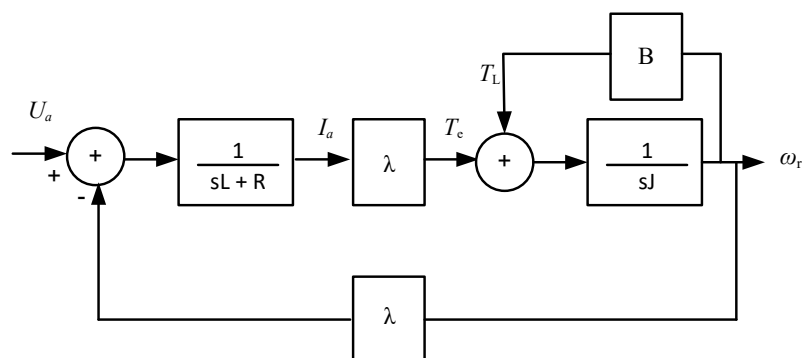
Utsignalen från ovanstående blockdiagram är i_a . För att få det elektrodynamiska momentet (T_e) multipliceras strömmen med flödet (λ): $T_e = I_a \cdot \lambda$, vilket ger följande bidrag i schemat:



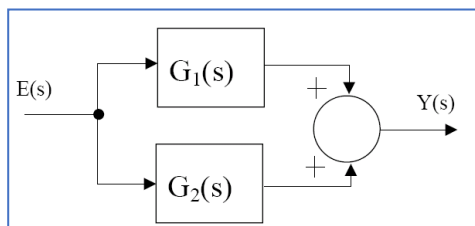
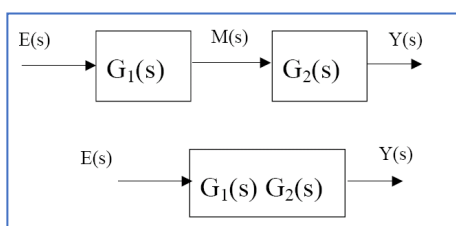
Den mekaniska relationen kan skrivas som: $J s \omega_r = T_e - T_L = I_a \lambda - B \omega_r$. Genom att subtrahera lastmomentet (T_L) från det elektrodynamiska momentet (T_e) och addera detta till varvtalsekvationen fås följande:



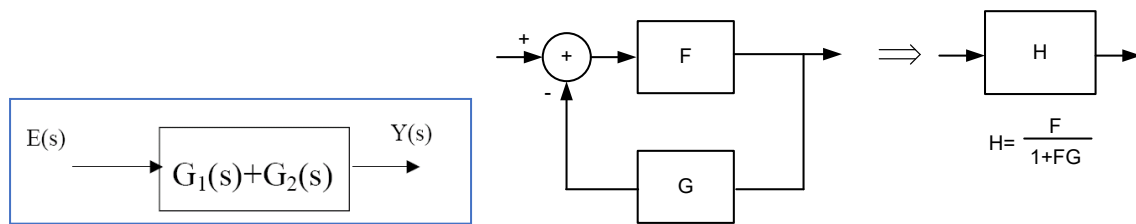
Eftersom lastmomentet är proportionellt mot varvtalet fås:



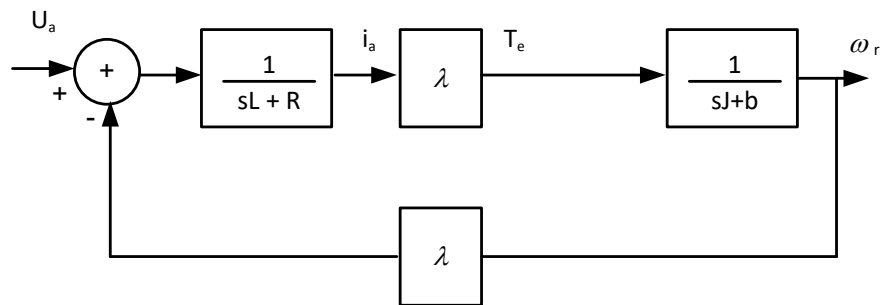
När man ritat blockdiagram är det viktigt att känna till vissa grundläggande manipulationsregler. De mest väsentliga är multiplikation, addition och kombination av feedback-loopen.



Med lösningsförslag



Genom att tillämpa den sista regeln, kombination av feedback-loopen, fås följande slutgiltiga blockdiagram för likströmsmaskinen.



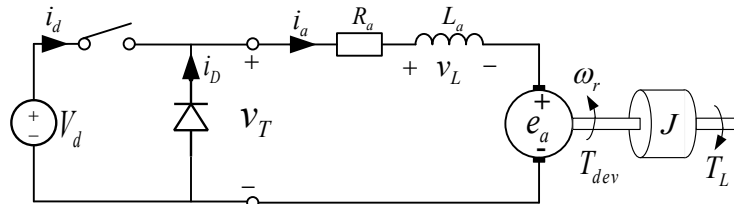
c)

Tack vare att den elektriska dynamiken är mycket snabbare än den mekaniska så hinner strömregleringen realiseras utan att det påverkar varvtalsregleringen. Därmed kan strömmen regleras i en inre loop och varvtalet i en yttre loop.

Med lösningsförslag

Uppgift 6 (8p)

Elmaskinen i uppgift 4 matas av ett batteri (12 V) enligt nedspänningsomriktarkretsen nedan. Omvandlarens switch och diod kan anses vara förlustfria. Maskinens mot-EMK, e_a kan betraktas som omriktarens utspänning, där sambandet mellan maskinens varvtal och inspänning som funktion av duty cyclen (D) kan härledas till $\frac{\omega_r}{V_d} = \frac{D}{\lambda}$.



a) **Vad** är maskinens ankarspänning om omvandlarens switch är på hela tiden, **motivera** ditt svar. (1p)

b) Switchen i omvandlaren switchas nu med en periodtid på T med $D=0,4$. För en periodtid i stationärtillstånd, **skissa**:

- ankarspänningen $v_T(t)$
- spänningen över induktansen $v_L(t)$
- mot-EMKn $e_a(t)$
- inströmmen $i_d(t)$
- strömmen genom dioden, $i_D(t)$
- strömmen genom induktansen $i_a(t)$

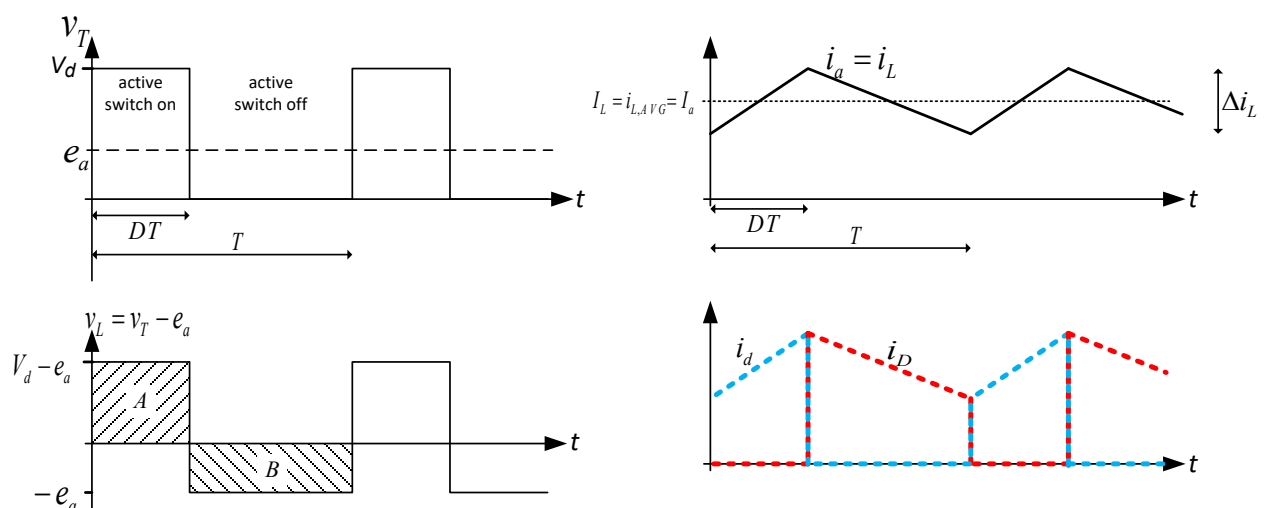
Glöm ej att **ange** relevanta storheter på y och x-axlarna, och **indikera** när switchen är på. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$ och mot-EMKn kan antas konstant. (3p)

c) Inom det givna spänningsintervallet för ankarkretsens matning, kan maskinen driva lasten på varvtal mellan ca. 690-1380 rpm (med fältmärkspänning). **Beräkna** det lägsta värdet på switchfrekvensen, $f=1/T$, för att omvandlaren skall arbeta i CCM. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$. (4p)

Lösningförslag:

a) Om switchen är på leder den ström och då är spänningen över den (idealt sett) noll. Det gör att ankarspänningen blir lika stor som batterispänningen, dvs. 12 V.

b)



Med lösningsförslag

c)

Omriktaren arbetar i CCM om spolens halva strömrippel är mindre än dess medelström:

$$\frac{\Delta i_L}{2} \leq I_L = i_a \Rightarrow \Delta i_L \leq 2i_a$$

Strömripplet kan beräknas via $v_L = L \frac{di_L}{dt}$. Eftersom spänningen över induktansen är konstant och positiv under tiden switchen är på, så kommer tidsderivatan av strömmen genom induktansen också att vara konstant och positiv, detta ger:

$v_L = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L}$ Till att börja med kan vi utveckla den ena delen för att så långt som möjligt uttrycka den i kända storheter:

$$\Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \left[\begin{array}{c} SW \text{ ON} \\ v_L = V_d - e_a \\ \Delta t = DT - 0 \end{array} \right] = \frac{(V_d - e_a)D}{Lf} = \left[\begin{array}{c} \text{Givet:} \\ \omega_r = \frac{D}{\lambda} \\ V_d = \frac{D}{\lambda} \end{array} \right] = \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda \frac{\omega_r}{V_d}}{L f} = \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda \omega_r}{L f V_d}$$

Sedan kan vi skriva ett uttryck för strömmen i_a via momentjämvikt som:

$$T_e = T_L \Rightarrow \lambda i_a = b \omega_r \Rightarrow i_a = \frac{b \omega_r}{\lambda}$$

$$\Delta i_L = \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda \omega_r}{L f V_d} \leq 2i_a = 2 \frac{b \omega_r}{\lambda} \Rightarrow \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda \omega_r}{L f V_d} \leq 2 \frac{b \omega_r}{\lambda}$$

Nu kan vi lösa ut den minsta frekvensen som krävs för CCM, då det bara är den kvar som är okänd:

$$f \geq \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda^2 \omega_r}{2 L V_d b \omega_r} = \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda^2}{2 L V_d b}$$

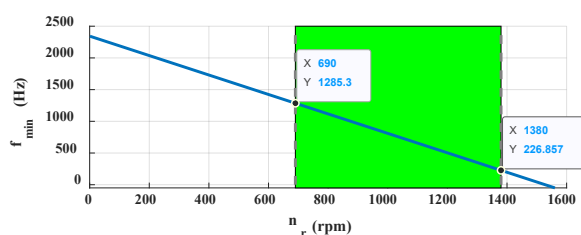
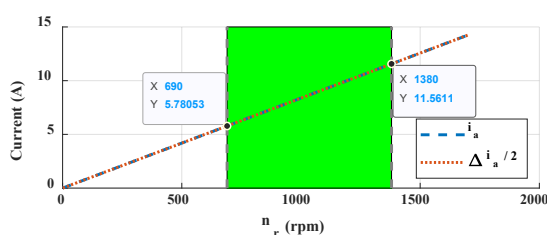
Vi ser då att den minsta frekvensen är lägre vid ett högt varvtal och högre vid ett lågt varvtal. Varvtalet kan variera inom ett visst intervall och vi skall beräkna den lägsta switchfrekvensen som fungerar i hela varvtalsintervallet. Så om vi använder oss av det lägsta varvtalet i beräkningen av frekvensen så kan vi vara säkra på att maskinen kommer att kunna arbeta i CCM även vid högre varvtal. Därmed kan vi beräkna den lägsta switchfrekvensen vi bör använda till:

$$f \geq \frac{\left(12 - 0,075 \cdot 690 \frac{\pi}{30}\right) 0,075^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 0,006} = 1285,3 \text{ Hz}$$

För säkerhetsskull kan vi även kolla vad lästa frekvensen måste vara vid det högsta varvtalet i intervallet:

$$f \geq \frac{(V_d - \lambda \omega_r) \lambda^2 \omega_r}{2 L V_d b \omega_r} = \frac{\left(12 - 0,075 \cdot 1380 \frac{\pi}{30}\right) 0,075^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 0,006} = 226,9 \text{ Hz}$$

Med hjälp av Matlab kan man även illustrera hur ankarströmmen ökar med varvtalet då maskinen driver lasten, samt hur strömripplet ökar med varvtalet då omriktaren arbetar på gränsen till CCM. Vi kan även se hur den beräknade lägsta switchfrekvensen varierar med systemets varvtal.



Med lösningsförslag

Uppgift 7 (8p)

En asynkronmaskin matas med en 3-fas sinusformad växelspanning vars huvudspänning är 400 V (effektivvärde) och frekvensen är 50 Hz. Asynkronmotorn är Y-kopplad och har följande parametrar vid 50 Hz: $R_s=1.33 \Omega$, $X_s=2.54 \Omega$, $X_m=42.4 \Omega$, $X'_r=2.54 \Omega$, $R'_r=1.24 \Omega$ och märkvarvtal 961 RPM. Asynkronmotorn driver en last som har ett konstant lastmoment på 18 Nm.

- Bestäm** maskinen polartal, redovisa ditt resonemang. (1p)
- Vid märkdrift, **beräkna** maskinens axeleffekt och utvecklade vridmoment. (4p)
- För estimering av maskinens ekvivalenta kretsparametrar utförs vanligen tre tester, varav ett tomgångsprov (no-load test) och ett låst-rotor test (locked-rotor test). För var och en av dessa två nämnda tester, **rita** det approximativa ekvivalenta kretsschemat, och **ange** vilken/vilka kretsparametrar som avses estimeras med varje test. **Motivera** dina svar. (3p)

Lösningförslag:

a) Maskinens antal poler, P , kan bestämmas baserat på givet märkvarvtal och möjligt synkrona varvtal vid given märkfrekvens, f_s på 50Hz:

P =antal poler	n_s =synkront mekaniskt varvtal
2	$n_s = \frac{60f_s}{P} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 3000 \text{ rpm}$
4	$n_s = \frac{60 \cdot 50}{4} = 1500 \text{ rpm}$
6	$n_s = \frac{60 \cdot 50}{6} = 1000 \text{ rpm}$
...	...

Vid normal drift är asynkronmotorns varvtal några få procent lägre än synkrona varvtalet. Så om märkvarvtalet är 961 rpm, så bör synkrona varvtalet vara 1000. Det ger att maskinen bör ha 6 poler, dvs. **3 pol-par**.

b) För att beräkna axeleffekt och utvecklat vridmoment behövs eftersläpningen och rotorströmmen. Eftersläpningen vid märkdrift beräknas som:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1000 - 961}{1000} = 3,9\%$$

Rotorströmmen fås via strömdelning av statorströmmen. För att beräkna statorströmmen behöver vi beräkna hela den ekvivalenta kretsimpedansen vid märkdrift. Den består av en statordel plus en rotordel som är parallell-kopplad med magnetiseringsinduktansen. Vi beräknar först den ekvivalenta impedansen av magnetiserings induktansen parallellt med den totala rotor impedansen:

$$\begin{aligned}\vec{Z}_{r,m} &= \frac{jX_m(R'_r/s + jX'_r)}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} = \frac{j42,4(1,24/0,039 + j2,54)}{j42,4 + 1,24/0,039 + j2,54} = \frac{j42,4(31,7949 + j2,54)}{31,7949 + j44,94} \\ &= \frac{-107,7 + j1348,1}{31,7949 + j46,4} = \frac{1352,4 \angle 94,57^\circ}{55,05 \angle 54,72^\circ} = 24,57 \angle 39,85^\circ = 18,86 + j15,74 \Omega\end{aligned}$$

Observera att det här förekommer avrundningar i beräkningarna, vilket påverkar resultaten något.

Sedan kan strömmen i statorn beräknas som matande spänning genom totala impedansen

$$\begin{aligned}\vec{I}_s &= \frac{\vec{V}_s}{R_s + jX_s + \vec{Z}_{r,m}} = \frac{400/\sqrt{3}}{1,33 + j2,54 + 18,86 + j15,74} = \frac{400/\sqrt{3}}{20,19 + j18,28} = \frac{400/\sqrt{3}}{27,24 \angle 42,16^\circ} \\ &= 8,48 \angle -42,16^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Med lösningsförslag

Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\begin{aligned}\vec{I}'_r &= \frac{jX_m}{jX_m + R'_r/s + jX'_r} \vec{I}_s = \frac{j42,4 \cdot 8,48 \angle -42,16^\circ}{31,7949 + j44,94} = \frac{42,4 \angle 90^\circ \cdot 8,48 \angle -42,16^\circ}{55,05 \angle 54,72^\circ} \\ &= \frac{359,50 \angle 47,84^\circ}{55,05 \angle 54,72^\circ} = 6,53 \angle -6,88^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Mekanisk axeleffekt:

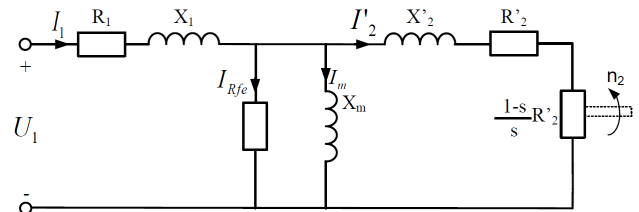
$$P_{\text{dev}} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2 \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 1,24 \cdot 6,53^2 \frac{1-0,039}{0,039} = 3,9 \text{ kW}$$

Utvecklat vridmoment:

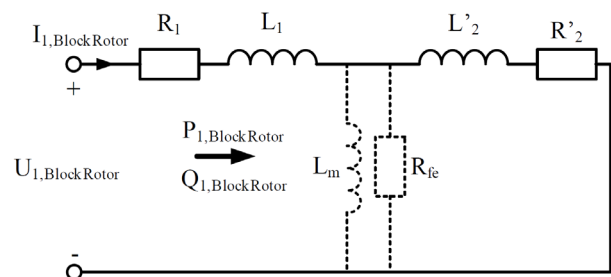
$$T_e = \frac{P_{e,\text{märk}}}{n_{r,\text{märk}} \frac{\pi}{30}} = \frac{3,9 \cdot 10^3}{961 \frac{\pi}{30}} = 38,85 \text{ Nm}$$

c)

Asynkronmaskinens ekvivalenta schema i normal drift (inklusive representation för järnförluster):



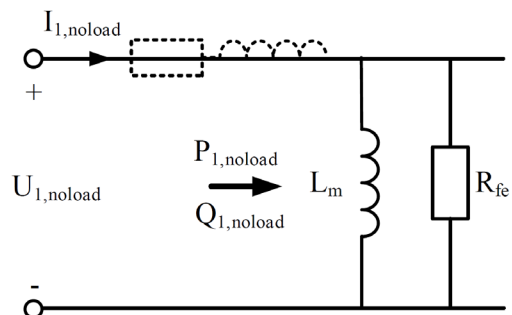
Blockerad-rotor-prov: man lägger på en statorspänning, men rotorn hålls fast så den inte kan rotera. Det ger en eftersläpning på $s=1$, och därför mycket högre frekvens på rotorspänningen än vid normal drift då eftersläpningen är på några få %. Därför använder man en statorspänning med en fjärdedel av märkspänningens frekvens för att undvika strömförträngning i rotorledningarna. Spänningen ökas gradvis tills märkström nås.



Då magnetiseringsimpedansen är mycket högre än läckinduktanserna i statorn och rotorn så kan deras inverkan i kretsen försummas, eftersom deras ström är låg. Det ekvivalenta schemat kan ritas som till höger.

Därmed kan den skenbara effekten som källan levererar antas helt tas upp av statorns och rotorns resistanser och läckinduktanser, vilka alltså approximativt kan bestämmas från pålagd statorspänning och statorström.

Tomgångsprov: Maskinen spänningssätts, men det finns ingen extern last på rotor-axeln. Därför roterar rotorn nästan lika snabbt som det roterande magnetfältet från statorn, vilket ger en eftersläpning $s=0$. Det kommer alltså inte induceras några strömmar i rotorn, vilket i ekvivalenta schemat representeras av att impedansen blir oändligt hög. Det ger ett ekvivalent schema där rotordelen kan betraktas som öppen krets, enligt figur till höger.



Kvar blir statorresistansen, stator-läckinduktansen i serie med magnetiseringsinduktansen och järnförlust-resistansen i en parallellkoppling. Den ekvivalenta impedansen av magnetiseringsinduktansen och järnförlust-resistansen är mycket större än statorresistansen och stator-läckinduktansen, så kan man anta att den skenbara effekten som källan levererar helt tas upp av magnetiseringsinduktansen och järnförlust-resistansen, vilka alltså approximativt kan bestämmas från pålagd statorspänning och statorström. (Om statorresistansen och stator-läckinduktansen redan är estimerade kan en noggrannare estimering göras av magnetiseringsinduktansen och järnförlust-resistansen)

Med lösningsförslag

Uppgift 8 (4p)

En 8-polig permanentmagnetiserad synkronmotor (PMSM) har parametrarna: $R_s=0,2 \Omega$, $L_d=1 \text{ mH}$, $L_q=5 \text{ mH}$, länkat magnetflöde $\lambda_m=130 \text{ mWb}$. Vid ett tillfälle arbetar motorn med följande driftstatus: strömvinkel $\beta=131^\circ$, strömmamplitud $I_{mag}=120 \text{ A}$, motorhastighet $n_r=3000 \text{ rpm}$. **Beräkna** aktuell statorspänning (d - och q -del), utvecklat vridmoment samt verkningsgrad. (3p)

Lösningförslag:

Statorspänningarna beräknas som:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

Och det utvecklade vridmomentet kan beräknas som:

$$T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) \text{ där } n_p \text{ är polpartalet dvs. antal poler dividerat med 2, så 4.}$$

Därmed behövs statorströmmarna för båda beräkningarna. dq-strömmarna kan beräknas via den givna strömvinkeln och den givna strömmamplituden som:

$$i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) = 120 \cos(131) = -78,73 \text{ A}$$

$$i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) = 120 \sin(131) = 90,56 \text{ A}$$

Det ger utvecklade vridmoment:

$$T_e = \frac{3 \cdot 4}{2} (0,130 \cdot 90,56 + (1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}) (-78,73) \cdot 90,56) = 241,75 \text{ Nm}$$

För att beräkna spänningen behövs även den elektriska rotor vinkelfrekvensen ω_r , som fås via den mekaniska vinkelfrekvensen och polpartalet: $\omega_r = \Omega_r n_p = 3000 \frac{\pi}{30} \cdot 4 = 1256,63 \text{ rad/s}$

Statorspänningarna kan nu beräknas:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq} = 0,2 \cdot (-78,73) - 1256,63 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 90,56 = -584,75 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} u_{sq} &= R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m \\ &= 0,2 \cdot 90,56 + 1256,63 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot (-78,73) + 1256,63 \cdot 130 \cdot 10^{-3} = 82,54 \text{ V} \end{aligned}$$

För att beräkna verkningsgraden kan man beräkna kvoten mellan mekanisk ut-effekt (axel-effekt) och elektrisk in-effekt (stator-effekt). Den mekaniska uteffekten fås som

$$P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p} = 241,75 \frac{1256,63}{4} = 75947,58 \text{ W}$$

Elektrisk in-effekt (stator-effekt) kan beräknas som

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u_s} \underline{i_s}^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq}) = \frac{3}{2} ((-584,75) \cdot (-78,73) + 82,54 \cdot 90,56) \\ &= 80268,28 \text{ W} \end{aligned}$$

Det ger verkningsgraden

$$\eta = \frac{P_e}{P_s} = \frac{75947,58}{80268,28} = 94,62\%$$