

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2024-06-04, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010 (031-772 60 10), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Arto Heikkilä, ankn. 5723 (073 0284378), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

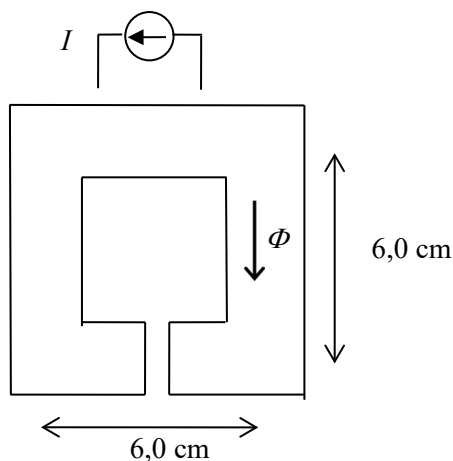
Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

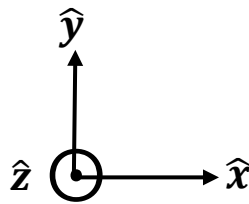
Uppgift 1 (4p)

Betrakta en magnetisk krets enligt nedanstående figur. Järnkärnan har tvärsnittsarean $3,0 \text{ cm}^2$ och relativa permeabiliteten 2800. Luftgapet är 2,5 mm. Magnetflödet i järnkärnan alstras genom att koppla in strömkällan till en ledare som lindats 400 varv kring järnkärnan.



Rita in lindningen i kretsen och ange tydligt hur den ska lindas kring järnkärnan så att magnetiska flödet är riktat enligt pilen. **Bestäm** källans strömstyrka så att den magnetiska flödestätheten i luftgapet blir 0,35 tesla. **Bestäm** magnetiska fältstyrkan järnkärnan. (4p)

I uppgift 2 och 3 används ett koordinatsystem orienterat enligt figuren nedan. Enhetsvektorer för de tre koordinataxlarna betecknas $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$.



Uppgift 2 (6p) Delfrågorna i denna uppgift är oberoende av varandra

- a) Tre elektriska strömmar är orienterade så att $I_1 = 2,5$ A är riktad $-\hat{z}$, $I_2 = 1,8$ A är riktad $+\hat{z}$, och $I_3 = 0,7$ A är riktad $+\hat{x}$. Studera ett kvadratisk område i xy -planet. (3p)

Hur stor är den sammanlagda magnetiska cirkulationen kring områdets rand?

Sker cirkulationen medurs eller moturs?

Hur stort är det sammanlagda magnetiska flödet genom en kub som innehåller hela det kvadratiske området?

- b) En strömförande ledande slinga (cirkelformad, radie 10 cm) är placerad i xy -planet med slingans mittpunkt i origo. En 3,0 A likström cirkulerar medurs i slingan. Ett externt 0,5 tesla magnetfält ska användas för att utöva ett vridmoment (riktat $+\hat{y}$) på slingan. (3p)

Vilken riktning ska det externa magnetfältet ha för att resultera i största möjliga vridmoment?

Hur många varv behöver slingan ha så att maxvärdet hos vridmomentet blir 5 Nm?

Uppgift 3 (5p)

En elektromagnetisk signal ska detekteras genom att låta dess magnetfält inducera en spänning i en ledande 10-varvig slinga (kvadratisk med sidan 0,15 m) placerad i xz -planet. Slingan är orienterad relativt magnetfältet så att induktionen ska leda till en så hög spänning som möjligt.

Magnetfältets karakteriseras av $\mathbf{B}(t) = B(t) \hat{e}$

där $\hat{e}$ är en enhetsvektor som anger magnetfältets riktning när $B(t)$ är positivt och

$$B(t) = B_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t) \quad \text{med} \quad B_1 = 0,02 \text{ T}, \quad \omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{och} \quad \tau = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- a) Enhetsvektorn $\hat{e}$ kan i denna uppgift ha två olika riktningar, **vilka** är dessa? (1p)
- b) **Hur** hög spänning (polariteten behöver ej bestämmas) induceras vid tiden $2,5 \cdot 10^{-4}$ s? (2p)
- c) **Välj** en av de två möjliga riktningarna för $\hat{e}$ och **bestäm** cirkulationsriktningen för strömmen som induceras i slingan (vid tiden $2,5 \cdot 10^{-4}$ s). **Rita** en figur som illustrerar ditt svar. **Förklara** i detalj hur du resonerar. (2p)

Uppgift 4 (9p)

En separatmagnetiserad likströmsmaskin har en märkplåt med informationen: 4.5 kW, 1445 rpm, Ankare: 260 V, 23.4 A, Fält: 220 V, 1.89 A.

- a) För att uppskatta maskinens kretsparametrar görs tre mätningar i stationärdrift utan extern last på axeln. Med hjälp av de två första mätningarna kan ankarresistansen R_a och induktansen L_a uppskattas till $1,90 \, \Omega$ respektive $20 \, \text{mH}$. I den sista mätningen ansluts maskinens ankarlindning till en DC-källa på $192,5 \, \text{V}$ och ankarströmmen uppmäts till $0,53 \, \text{A}$, rotationshastigheten är $1445 \, \text{rpm}$, fältspänningen är $174,6 \, \text{V}$ och fältströmmen uppmäts till $1,5 \, \text{A}$. Tröghetsmomentet bestämdes sedan till $0.05 \, \text{kg m}^2$. **Bestäm:** (2p)
- proportionalitetskonstanten k mellan maskinens länkade flöde och fältströmmen,
 - maskinens dämpningskonstant b i den linjära modellen av sambandet mellan intern friktion och varvtal; $T_{L,frict} = b\omega_r$.

Om inte a) kan lösas, använd nedan data för en annan maskin:

985 W, 1215 rpm, Ankare 48 V, 21,5 A, Fält. 48 V, 2 A, $R_a=0,1 \, \Omega$, $L_a=1,3 \, \text{mH}$, $R_f=24 \, \Omega$, $\lambda = 0,36 \, \text{Wb}$, $J=0.05 \, \text{kg m}^2$ och $b = 0,001 \, \text{Nm/rad s}^{-1}$.

- b) För märkspänning, **rita** maskinens moment-varvtalskaraktäristik, samt **markera** och **bestäm** moment och varvtal i de tre driftpunkterna: (2p)
- drift vid kipp-momentet,
 - drift i tomgång,
 - drift vid märkdriftpunkten.
- c) Maskinen skall nu driva en extern last i form av ett transportband vars lastande moment ökar linjärt med varvtalet med proportionalitetskonstanten B , vilken är 29 gånger högre än b , det vill säga $T_{L,ext} = B\omega_r = 29b\omega_r \, \text{Nm}$. Vid matning med märkspänning, **bestäm:** (3p)
- vid vilket varvtal maskinen driver den externa lasten,
 - ankarströmmen,
 - den inducerade spänningen,
 - motorns verkningsgrad (förluster i fältlindningen försummas).
- d) Genom att minska fältströmmen kan maskinen fås att rotera snabbare på bekostnad av ett lägre vridmoment. **Bestäm** det högsta varvtalet som maskinen kan driva transportbandet på utan att märkspänning och märkström överskrids. **Namnge** detta driftfall. (2p)

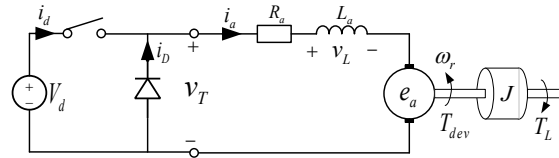
Uppgift 5 (7p)

Maskinen i drivsystemet i uppgift 4 skall varvtalsstyras via ett manuellt vred (dvs. en vridbar spak), genom en yttre varvtalsregulator och en inre ström-regulator.

- a) **Rita** ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen (som inkluderar relevanta maskinparametrar), dess ström- och varvtals-regulatorer, och vredet. **Ange** vad signalerna mellan blocken representerar, samt **ange** vilka block som representerar vilken delkomponent i systemet. (3.5p)
- b) Välj lämpliga regulatorer (PI) och **bestäm** deras regulator-parametrar, så att ström-regleringen har en stigtid på $21 \, \text{ms}$ och varvtalsregleringen en stigtid på $220 \, \text{ms}$. En fullständig härledning av regulatorerna behöver inte redovisas. (2p)
- c) **Förklara** hur motEMK'n vanligen hanteras under härledningen av ström-regulatorn samt **förklara** och **motivera** hur den sen hanteras i det slutliga reglersystemet. (1.5p)

Uppgift 6 (9p)

Ankarkretsen i maskinen från uppgift 4, matas nu med en omriktare enligt figuren bredvid. Omriktarens inspänning V_d är lika stor som maskinens märkspänning.

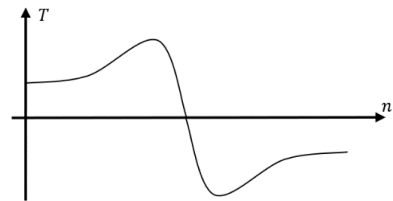


- Ange** vilken/vilka kvadranter i moment-varvtals-planet som motorn kan arbeta i med denna uppkoppling, dvs. med positivt/negativt moment respektive varvtal? (1p)
- Under ett visst driftfall är switchen stängd i $10 \mu s$ över en periodtid på $12.5 \mu s$. **Bestäm** då dess switchfrekvens och medelvärde av matad ankarspänningen till maskinen. (1p)
- Härled** ett uttryck för maskinens varvtal, ω_r , som funktion av inspänningen och duty cyclen. Maskinens ankarresistans kan i denna uppgift försummas, dvs. $R_a=0$. **Motivera** varför mot-EMKn kan antas vara konstant. (3p)
- För driftfallet i b), **skissa approximativt** v_T , e_a , V_d , i_a , i_d , i_D under en switchperiod. **Ange** relevanta nivå-markeringar på xy-axlarna, och **indikera** när switchen är stängd. Eventuell härledning behöver inte redovisas i denna uppgift. Maskinens ankarresistans kan försummas, dvs. $R_a=0$ och mot-emkn kan antas vara konstant. (3p)
- Förklara** vad det innebär när man säger att omriktaren arbetar i CCM och **ange** vilket villkor som måste vara uppfyllt för att upprätthålla CCM. (1p)

Uppgift 7 (6p)

En delta-kopplad tre-fas asynkronmaskin matas med 440 V rms 50 Hz huvudspänning, roterar med 1492 varv per minut och har följande parametrar: $R_s = 1.1 \Omega$, $R'_r = 0.5 \Omega$, $X_s = 2.1 \Omega$, $X'_r = 0.9 \Omega$, $X_m = 55 \Omega$

- För den aktuella driftpunkten, **bestäm** följande: (4p)
 - fasströmmen i maskinen,
 - det utvecklade vridmomentet,
 - maskinens effektfaktor.
- Grafen nedan visar hur vridmomentet varierar som funktion av varvtal vid en viss matnings-spänning för en typisk asynkronmaskin. **Rita** av figuren i lämplig storlek och **markera** tydligt följande driftfall i din graf: (2p)
 - maskinens normala varvtalsområde i motordrift,
 - maskinens normala varvtalsområde i generatordrift,
 - maskinens synkrona varvtal,
 - då eftersläpningen är som störst (och positiv).



Uppgift 8 (4p)

En tre-fasig permanent magnet synkronmaskin (PMSM) har följande parametrar i en dq -modell:

$R_s = 0.1 \Omega$, $L_{sd} = 1.16 mH$, $L_{sq} = 2.85 mH$, $\lambda_m = 0.318 Wb$, och märkdata enligt: $n_s = 4000 rpm$, $P_{e,m} = 60 kW$, $f_{s,m} = 266.7 Hz$, $U_{s,rm} = 420 V$ rms fasspänning, $I_{s,m} = 50 A$ rms. Maskinen är tänkt att driva en last med lastmoment enligt: $T_L(n_r) = 0.03n_r$.

- Bestäm** maskinens antal poler. (0.5p)
- Vid märkström, halva märkströmmen och noll ström, **beräkna** MTPA-strömvinklar och i_d , i_q , **markera** arbetspunkterna i i_d - i_q -planet och **rita** MTPA-linjen. (2p)
- Bestäm** ungefär det högsta varvtal som maskinen kan driva lasten på. (1.5p)

Formelblad för elektromagnetismdelen av EEN155 Läsåret 2023/2024

Konstanter

Elektronens laddning: $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronens massa: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittiviteten i vakuum:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Permeabiliteten i vakuum: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

Fältstyrkor, flödestätheter, flöden, energitäthet

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$w_e = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

$$w_m = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} = \frac{\mu H^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \int_{\text{yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \int_{\text{yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{\text{yta}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \int_{\text{yta}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{S} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

Maxwells ekvationer

Gauss lagar (flöden genom slutna ytor):

$$\Phi_e = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innesluten}}$$

$$\Phi_m = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Amperes lag

Cirkulationen av magnetisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av strömmar och tidsvarierande elektriskt flöde:

$$\oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{omsluten}} = I_{\text{ledning}} + I_{\text{förskjutning}}$$

$$I_{\text{förskjutning}} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

Faradays lag

Inducerad ems = cirkulationen av elektrisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av tidsvarierande magnetflöde:

$$ems = \oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

[Multiplikeras med N om induktionen sker i en N - varvig ledande slinga.]

Ledare i rörelse i B-fält:

$$\begin{aligned} \text{Inducerad } ems &= \int_{\text{längs ledaren}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \\ &\{\text{om ledarlängd} = l, \text{ och } \mathbf{v} \text{ vinkelrät mot } \mathbf{B}\} = \\ &lvB \end{aligned}$$

Kraft, vridmoment, magnetiskt moment

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = \int_{\text{ledaren}} I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

[Multiplikeras med N om strömförande slingan har N varv.]

Magnetiska kretsar

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Magnetomotorisk kraft (mmk) hos källa:

$$\mathcal{F}_m = N I$$

$$\text{Flöde genom källa: } \Phi = \frac{\mathcal{F}_m}{\mathcal{R}_{\text{total}}}$$

Amperes lag i en magnetisk krets:

$$\mathcal{F}_{m,\text{total}} - \sum_i \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{l}_i = 0$$

Kondensator

$$Q = C U$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

Induktor

$$\Phi = L I$$

$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$ (i kretsteori används oftast ett plustecken istället)

E-fält och B-fält i några geometrier

utanför sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

utanför cylindersymmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

utanför plan laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/A}{2 \cdot \epsilon}$$

kring oändligt lång, tunn rak strömförande ledare:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

utanför strömförande platta:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2b}$$

inne i en toroid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

inne i en solenoid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

längs axeln till en flat spole:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

koaxialledning:

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{\text{ytter}}}{r_{\text{inner}}}\right)} \quad (\text{då } r_{\text{inner}} \leq r \leq r_{\text{ytter}})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (\text{då } r_{\text{inner}} \leq r \leq r_{\text{ytter}})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_{\text{inner}}^2} \quad (\text{då } r < r_{\text{inner}})$$

plattledning (två parallella plattor):

(formlerna gäller i området mellan plattorna)

$$E = \frac{Q}{A \cdot \epsilon} = \frac{U}{d} \quad (\text{samma som för plattkondensator})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{b} \quad (\text{samma som för plattinduktor})$$

Formelsamling EEN155 2024

Komplexa tal	
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$	
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$	
a och c är realdelen och b och d är imaginärdelen av de komplexa talen. r_1 och r_2 är beloppet, modulen eller längden (radien) θ_1 och θ_2 är vinkeln av de komplexa talen på polär form	
$Z_1 \pm Z_2 = a \pm c + j(b \pm d)$ addition, subtraktion	
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat	
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$	
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$	
$ Z = Z^* = \sqrt{ZZ^*}$	

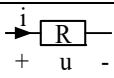
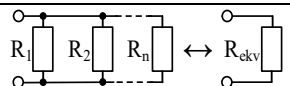
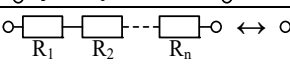
Andragradsekvation	$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
--------------------	--

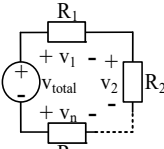
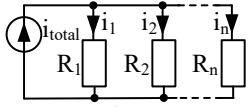
Medelvärdet är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T .	
Medelvärdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Några medelvärden av olika funktioner:	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

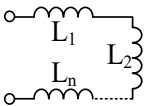
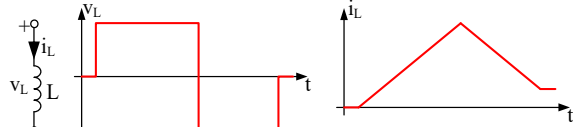
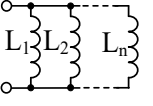
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

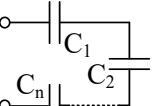
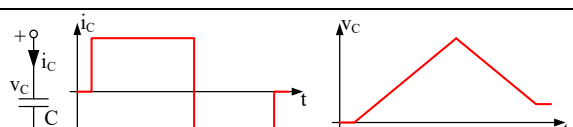
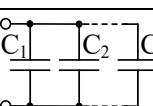
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

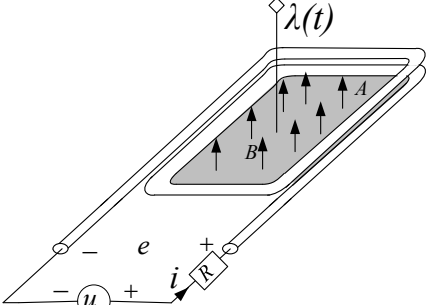
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel: $V_1 - Z_1 I_a - Z_2 (I_a - I_b) - V_l = 0$	

Likström		
Ohms lag: $U = R \cdot I$		Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$
Parallellkoppling av n resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av n resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de n seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömmdelning, de n parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
			För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Induktans (transient)		Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög		Serie
		Parallell

Kapacitans (transient)		Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} Cv(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg		Serie
		Parallell

Inducerad spänning		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, e , i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen u på spolen enligt kretsen, så blir sambandet $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ där R representerar spolens lindnings-resistans.

Stationär växelström, AC. jω-metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

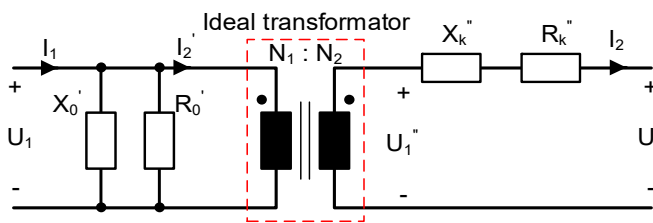
$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där U är spänningsvisaren för spänningen över elementet och I^* är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är U_{RMS} RMS-värdet av spänningen över elementet och I_{RMS} RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S = U I = U_{RMS}I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P = S \cos(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q = S \sin(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [Var]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X = Z \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

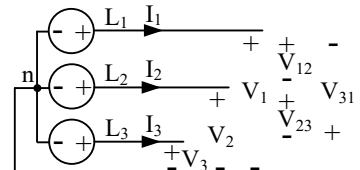
För ett rent resistivt element, R $P_R = U_{R,RMS}I_{R,RMS} =$ $= \frac{U_{R,RMS}^2}{R} = RI_{R,RMS}^2$ $Q_R = 0$	För ett rent induktivt element, L $P_L = 0$ $Q_L = U_{L,RMS}I_{L,RMS} =$ $= \frac{U_{L,RMS}^2}{X_L} = X_L I_{L,RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element, C $P_C = 0$ $Q_C = -U_{C,RMS}I_{C,RMS} =$ $= -\frac{U_{C,RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{C,RMS}^2$
--	---	---

Transformatorn	
Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är  Där: U_1 är fasspänning på primärsidan I_1 är fasström på primärsidan U_2 är fasspänning på sekundärsidan. I_2 är fasström på sekundärsidan.	Transformatorns impedanser: X_0' är tomgångs-reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster. R_0' är tomgångs-resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster. X_k'' är serie-reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster. R_k'' är serie-resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.
Ideal transformator	
Omsättning $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}$	Impedans transformering $\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2$

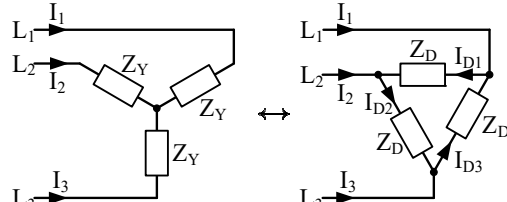
3-fas växelspänning

Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspänningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvrida de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ där V_f är fasspänningens RMS-värde.	En symmetrisk trefasström kan beskrivas som $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ där I_f är fasströmmens RMS-värde
---	--

Fasspänningen mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan). Huvudspänning mäts mellan två faser, t.ex. $V_{12} = V_h \angle 30^\circ$ där $V_h = \sqrt{3}V_f$ $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$ $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$	
--	--

Total 3-faseffekt beräknas generellt enligt $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.	Total 3-faseffekt beräknas i en symmetrisk krets som $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ där S_1, P_1, Q_1 är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.
---	---

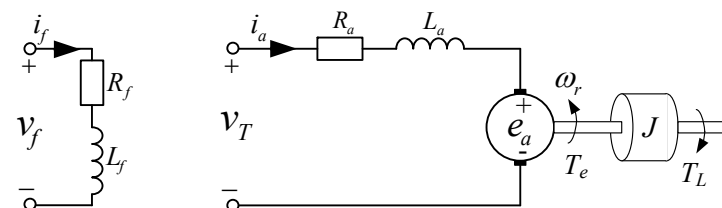
DY-transformation, D=delta För att få samma fasströmmar, I_1, I_2 och I_3, med en ekvivalent Y-kopplad last, $Z_{Y,ekv}$, som med en D-kopplad last, Z_D: $Z_{Y,ekv} = Z_D / 3$ För fasspänning av D-kopplade källor gäller $V_{1,Yekv} = V_{12,D} / \sqrt{3}$	
---	--

Kraftelektronik

Diod ideal karaktäristik blockar leder $i_D = 0$ $i_D \geq 0$ $v_D < 0$ $v_D = 0$ blockar leder	Switch (IGBT eller MOSFET) Blockerar negativ ström (som en verklig transistor)
Buck Load	Boost Load
1-kvadrant omriktare med likströmsmotor DC maskin	2-kvadrant omriktare med likströmsmotor DC maskin
4-kvadrant omriktare med likströmsmotor "Fasben" 1 "Fasben" 2	En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden t_0, så skall följande gälla för vågformen $x(t)$: $x(t_0 + nT) = x(t_0)$ where $n = 1, 2, 3, \dots$ För en induktans i stationärtillstånd gäller: $v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)$ För en kondensator i stationärtillstånd gäller: $i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)$

Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



v_T = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

i_a = Ankarström [A]

R_a = Ankarresistans [Ω]

L_a = Ankarinduktans [H]

e_a = motemk (inducerad sänning) [V]

λ = Länkatflöde [Wb], [Vs]

v_f = Fältspänning [V]

i_f = Fältström [A]

R_f = Fältresistans [Ω]

L_f = Fältinduktans [H]

ω_r = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

n_r = Rotorns varvtal [RPM] = $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

J = tröghetsmoment (inertia) [kgm^2]

$T_e = T_{dev}$ = producerat vridmomentet [Nm]

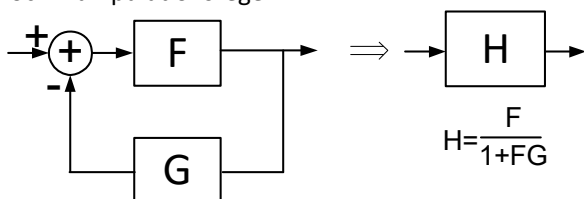
T_L = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$ = Mekanisk axeleffekt [W]

Dynamisk modell	Stationär modell ($\frac{dx}{dt} = 0$)	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$

Reglering

Block manipulationsregel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1:

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

α är bandbredden [rad/s]

Tidskonstanten (0%-63% av slutvärdet):

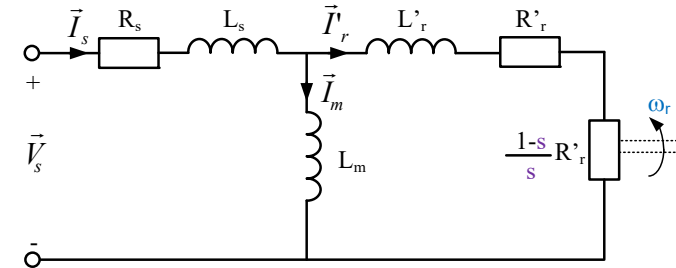
$$\tau = \frac{1}{\alpha}$$

Stigtiden (10%-90% av slutvärdet):

$$t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



P antal poler

n_p polpar-tal $= \frac{P}{2}$

ω_s stator-spänningens (el.) vinkelfrekvens [rad/s] $= 2\pi f_s$

n_s mekaniskt **synkront** varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens $= \Omega_r n_p$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s] $= \frac{\omega_r}{n_p}$

n_r rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

Eftersläpning (slip): $s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$

$\vec{V}_s$ stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$ stator-ström (stationär AC i komplex form)

R_s statorresistans, R'_r rotorresistans

L_s statorns läckinduktans

L_r rotorns läckinduktans

L_m magnetiseringsinduktans

Axeffekt: $P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |\vec{I}'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Axel-vridmoment: $T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd: $T_L = T_e$

Statoreffekt: $P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$

Statorns lindningsförluster: $P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2$

Rotorns lindningsförluster: $P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Luftgapseffekt: $P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |\vec{I}'_r|^2$

Start-vridmoment ($s=1$): $T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s/n_p}$

Space vectors

Transformation från tre-fas till två-fas i stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet s_a, s_b, s_c till $\alpha\beta$

$$\underline{s}^s = \frac{2}{3} K \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Amplitud-invariant skalning: $K = 1 \Rightarrow |\underline{x}^s| = \hat{x}_a = \hat{x}_b = \hat{x}_c$

Transformera $\alpha\beta$ storhet $\underline{s}^s$ till 3-fas s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformation från $\alpha\beta$ till dq i roterande koordinatsystem

Transformera $\alpha\beta$ storhet, $\underline{s}^s$, till dq-systemet, $\underline{s}$

$$\underline{s} = s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet, $\underline{s}$, till $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^s = s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

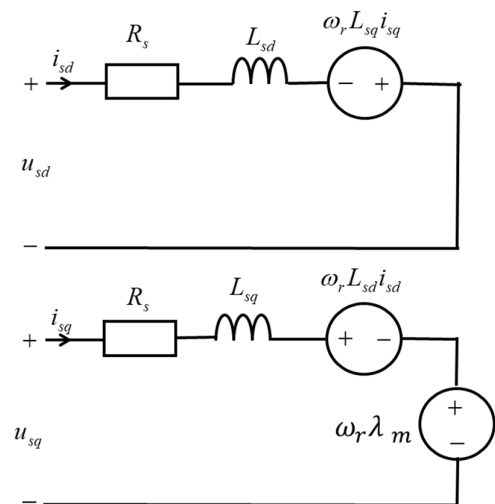
Transformations vinkeln, θ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

Momentan effekt i tre-fas-system kan beräknas som:

$$\begin{aligned} p(t) &= (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \\ &= \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\} \end{aligned}$$

Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Gäller för amplitud-invariant transformation:



n_p polpartal

ω_s statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$

$\omega_s = \omega_r$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s] $= \frac{\omega_r}{n_p}$

n_s mekaniskt synkront varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

n_r rotorns mekaniska varvtal [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$n_s = n_r$

R_s stator-resistans

L_{sd} stator-induktans i d-riktning

L_{sq} stator-induktans i q-riktning

λ_m länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

Statorspänning:

$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$

$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$

Axel-vridmoment: $T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$

Last-vridmoment i stationärtillstånd: $T_L = T_e$

Axel-effekt: $P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Stator-effekt: $P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$

Statorns lindningsförluster: $P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$

MTPA:

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

Ström vid känd MTPA-vinkel och referensmoment:

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq}) \sin(\beta) \cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}\right)^2}$$

Batteri

Ett batteri kan modelleras som:	R_i I_{batt} $\begin{matrix} + \\ E_i \\ - \end{matrix}$ $\begin{matrix} + \\ U_{Ri} \\ - \end{matrix}$ $\begin{matrix} + \\ U_t \\ - \end{matrix}$	För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans: $E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$ $R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$
E_i intern spänning, från kemisk reaktion R_i ekvivalent intern batteri-resistans I_{batt} ström ut från batteriets terminaler U_{Ri} internt spänningsfall i batteriet $= R_i I_{batt}$ U_t terminal-spänning $= E_i - R_i I_{batt}$ P_i effekt från kemiska reaktioner $= E_i I_{batt}$ P_{ut} batteriets ut-effekt $= U_t I_{batt}$ P_{Ri} effektförlust i batteriet $= R_i I_{batt}^2$		För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans: $E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$ $R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$