EEN155 tentamen 21/8 2024
Kortfattade lösningar

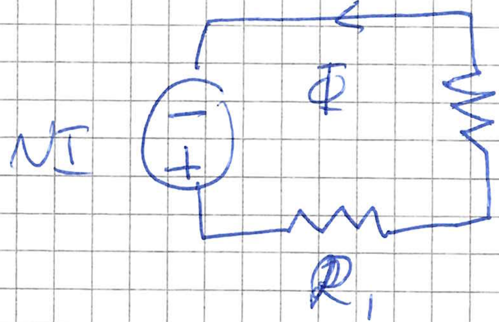
1) a) $\mu_{r,\text{luftgap}} <<< \mu_{r,\text{järn}}$ (i vårt fall en faktor 1000)

$l_{gap} << l_{järn}$ (typiskt en faktor 10 → 100)

$$R = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \Rightarrow R_{gap} >> R_{järn}$$

⇒ gapet finns i kretsdelen som representeras av R_2 (högst reluktans)

b) Ekvivalent krets:



$$R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$NI = R_{tot} \cdot \Phi = \underbrace{\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)}_{\approx 3{,}727 \cdot 10^5 \ H^{-1}} \Phi$$

$$\Phi = B \cdot A$$

$$\Rightarrow \Phi \approx 1{,}34 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \Rightarrow B \approx 0{,}27 \text{ T}$$

(2) a) Poyntingvektor: $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

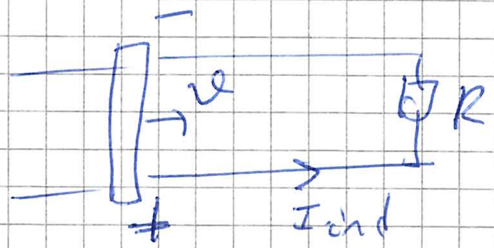
Beskriver effekttätheten i en rumsposition (energi per tidsenhet som passerar en tvärsnittsarea)

$$\mathbf{E} = E_y \hat{y} \quad , \quad \mathbf{H} = H_y \hat{y} + H_z \hat{z}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E} \times \mathbf{H} = E_y H_z \hat{x} \qquad \left(\begin{aligned} \hat{y} \times \hat{y} &= 0 \\ \hat{y} \times \hat{z} &= \hat{x} \end{aligned} \right)$$

$$\Rightarrow \mathbf{S} = \underline{\underline{5000 \, \hat{x}}} \ \text{W/m}^2$$

b) Spänningen $U_{ind} = vBl = 2{,}4$ volt induceras över staven:



$\Rightarrow$ Samma spänning över resistorn.

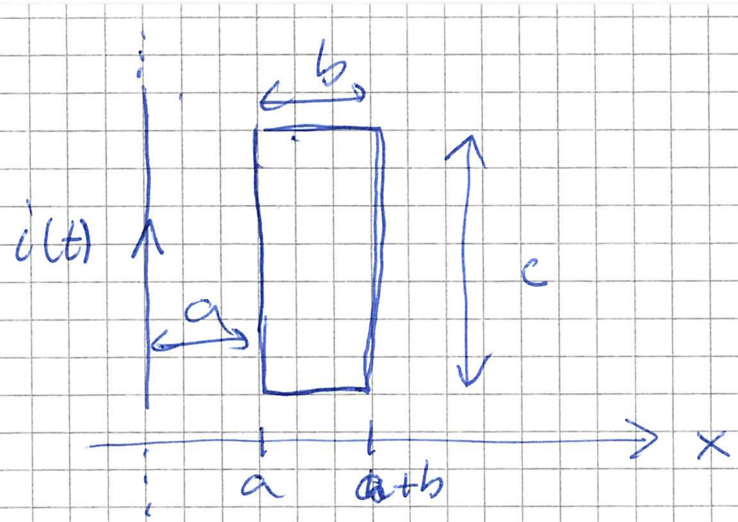
$$\Rightarrow P = \frac{U_{ind}^2}{R} = \underline{\underline{1{,}15 \ \text{W}}}$$

$$P = F \cdot v \Rightarrow \underline{\underline{F \approx 0{,}29 \ \text{N}}}$$

(Alt. $F = I_{ind} l B$ med $I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R}$)

5

a)



$$B(t) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi x}$$ riktat in i pappret, $-\hat{z}$ (cirkulationslagen)

$$\Phi = \int B\, dA = c\int_a^{a+b} B\, dx = \frac{c\mu_0}{2\pi}\, i(t) \int_a^{a+b} \frac{dx}{x} =$$

$$= \frac{c\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \cdot i(t)$$

$$i_{ind}(t) = \frac{u_{ind}(t)}{R} = -\frac{N}{R}\frac{d\phi}{dt} = -\frac{Nc\mu_0}{R\,2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = i_1\sqrt{\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{i_1}{2\sqrt{t\tau}}$$ för $1\mu s < t < 10 ms$

$\Rightarrow$ vid $t = 2$ ms:

$$|i_{ind}| = \left| -\frac{Nc\mu_0}{R\,2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \cdot \frac{i_1}{2\sqrt{t\tau}} \right| =$$

$$= \left| -\frac{200 \cdot 0{,}06 \cdot 4\pi 10^{-7}}{1{,}5 \cdot 2\pi} \ln\left(\frac{0{,}02+0{,}02}{0{,}02}\right) \frac{0{,}5}{2\sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5}}} \right|$$

$$\approx \cancel{7{,}2 \cdot 10^{-4} A} \quad \cancel{\approx 0{,}7\, mA}$$

$$+1{,}39 \cdot 10^{-4} A \approx \underline{+0{,}14\, mA}$$

Strömmens storlek är alltså 0,14 mA

Riktning?

Studera $\frac{d\Phi}{dt}$:

Φ riktat $\otimes$ (in i pappret)

$\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ty $\frac{di}{dt} > 0$ $\Rightarrow$ $\frac{d\Phi}{dt}$ riktat $\otimes$

[$\Rightarrow$ $-\frac{d\Phi}{dt}$ riktat $\odot$]

$\Downarrow$

vänsterhandsregel ger

i_{ind} $\circlearrowleft$

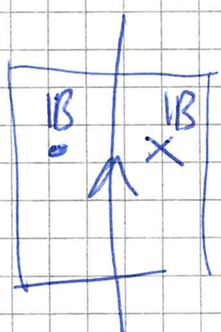
dvs moturs.

$\therefore$ Induktionsströmmen är $\underline{0{,}14 \text{ mA}}$ och cirkulerar $\underline{\text{moturs}}$

b) Slingan symmetrisk över ledaren

$\Rightarrow \Phi_{tot} = 0$

eftersom lika mycket flöde går $\otimes$ på högersidan som $\odot$ på vänstersidan.



$\therefore \Phi_{tot} = 0 \Rightarrow \frac{d\Phi_{tot}}{dt} = 0$

$\Rightarrow i_{ind} \underline{\underline{= 0}}$

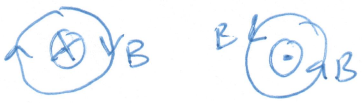
4) a) ⊗ ström in

⊙ ström ut

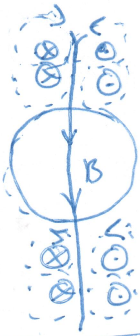
<u>Enligt högerhandsregeln</u>

Tumme: ström riktning

Fingrar: magnetfälts riktning

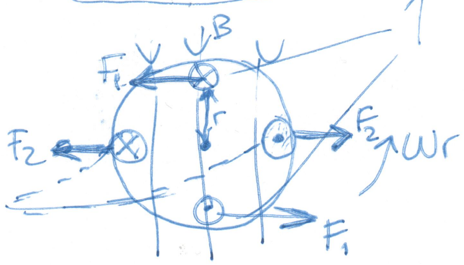


Riktning: neråt ←



b) Högerhandsregeln forts.

Ut ur handflatan: Kraft



<u>Ström i lindning 1</u>

Kraften på både övre och undre delen av lindningen ger ett vridmoment med rotationscentrum i rotorns mitt, eftersom de är tangentiellt riktade och åt varsitt håll. Det ger motorns rotation

<u>Ström i lindning 2</u>

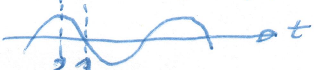
Kraften på lindningen till vänster är helt motriktad kraften på lindningen till höger, och dessutom är de riktade radiellt rakt ut vilket inte ger upphov till något vridmoment.

c) Vridmoment $T = \overset{\text{hävarm}}{r} \cdot \overset{\text{kraft}}{F}$

⇒ radien påverkar storleken på vridmomentet.
Ju större radie på rotorn, desto högre vridmoment.

$F = B \cdot I \cdot l$ Här är 3-faktorer som påverkar, väljer en:

l = längden på strömförande ledare i magnetfältet, dvs. rotorns längd.
Ju längre rotor desto högre kraft och vridmoment.

d) $emf = \frac{d\lambda}{dt}$ under rotation induceras spänning i varje lindning, denna spänning varierar sinusformigt, eftersom det länkade flödet oxå gör det. Det länkade flödet $\lambda = N \cdot \Phi = N \cdot B \cdot A$, där N och B ej ändras under rotation, men A gör det. Ty A = lindningens projicerade tvärsnitts area vinkelrätt mot magnetfältet över rotorn. För lindninge i pos 1 $A = 0$, för lindnin 2 $A = A_{max}$, men derivatan av $A = f(tid)$ är max i pos 1 

⇒ emf max Lindning 1

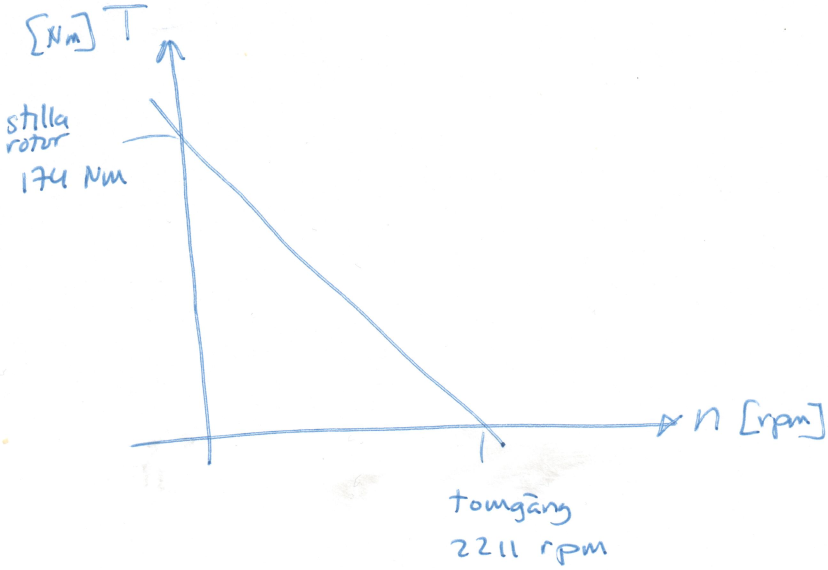
5a)

$$V_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$$

$$\Rightarrow i_a = \frac{V_T - \lambda \omega_r}{R_a}$$

$$T_e = \lambda i_a \Rightarrow$$

$$T_e = \frac{\lambda}{R_a}\left(V_T - \lambda \omega_r\right)$$



Tomgång: $T_e = 0 \Rightarrow$

$$V_T = \lambda \omega_{r_0} \Rightarrow \omega_{r_0} = \frac{V_T}{\lambda}$$

$$\omega_{r_0} = \frac{220}{0{,}95} = 231{,}58 \text{ rad/s}$$

$$= 2211{,}4 \text{ rpm}$$

stilla rotor $\quad \omega_r = 0 \Rightarrow$

$$T_e = \frac{\lambda}{R_a} \cdot V_T = \frac{0{,}95 \cdot 220}{1.2} = 174{,}17 \text{ Nm}$$

---

b) Antag stationärtillstånd

$$T_e = T_L = T_{L,frict} + T_{L,ext} = b\omega_r + B\omega_r$$

$$\lambda i_a = (b+B)\omega_r = 0{,}08\,\omega_r$$

$$\Rightarrow i_a = \frac{(b+B)}{\lambda}\omega_r = 0{,}0842\,\omega_r$$

$$V_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$$

$$= R_a \frac{(b+B)}{\lambda}\omega_r + \lambda \omega_r$$

$$= \left[R_a \frac{(b+B)}{\lambda} + \lambda\right]\omega_r$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{V_T}{R_a \frac{(b+B)}{\lambda} + \lambda} = \frac{220}{\frac{1{,}2(0.01+0.07)}{0{,}95} + 0{,}95} = 209{,}31 \text{ rad/s}$$

$$= 1998{,}8 \simeq \underline{\underline{1999 \text{ rpm}}}$$

Tillförd el-motor

$$P_{in} = V_T \cdot i_a = 220 \cdot 0{,}0842 \cdot 209{,}31 = \underline{\underline{3877{,}26 \text{ W}}}$$

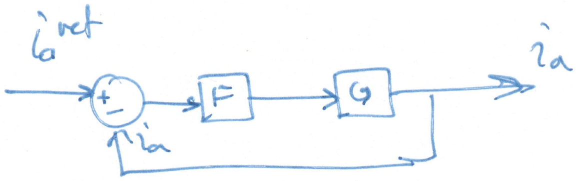
Tillförd extern last

$$P_{L,ext} = \omega_r \cdot T_{L,ext} = 0{,}07 \cdot \omega_r^2 = 0{,}07 \cdot 209{,}31^2 = \underline{\underline{3066{,}75 \text{ W}}}$$

Förlust i lindn.

$$P_{Loss} = R_a i_a^2 = 1{,}2 \cdot (0{,}0842 \cdot 209{,}31)^2 = \underline{\underline{372{,}72 \text{ W}}}$$

6a) Strömregulator



F - strömregulator

G - el-del av e-motor $\frac{1}{R_a+sL}$

Betrakta mot EMK som störning som ej regeras Ar, än

$$\frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F\cdot G}{1+FG} = \left\{\begin{array}{l}\text{vi vill här ha ett}\\ \text{1:a ordn. system}\end{array}\right\}$$

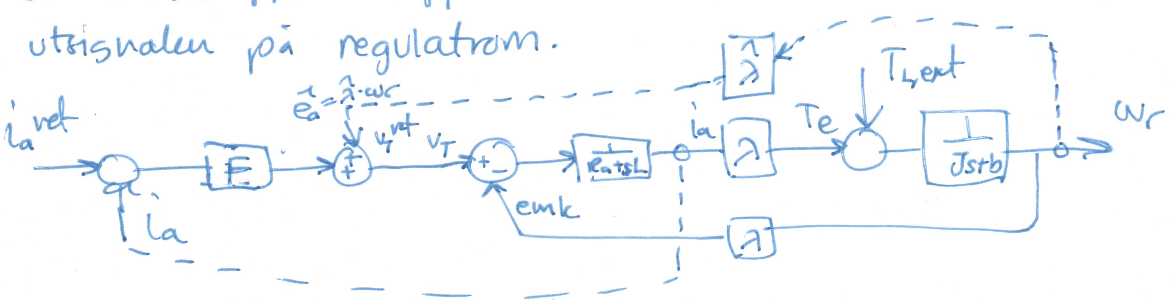
$$= \frac{\alpha}{s+\alpha} = \frac{\alpha/s}{1+\alpha/s} \Rightarrow F\cdot G = \frac{\alpha}{s} \Rightarrow F = \frac{\alpha}{s}\cdot G^{-1}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\alpha}{s}\cdot(R_a+sL_a) = \frac{\alpha}{s}\cdot R_a + \frac{\alpha}{s}\cdot sL_a = \alpha L_a + \frac{\alpha R_a}{s} = K_p + \frac{K_i}{s}$$

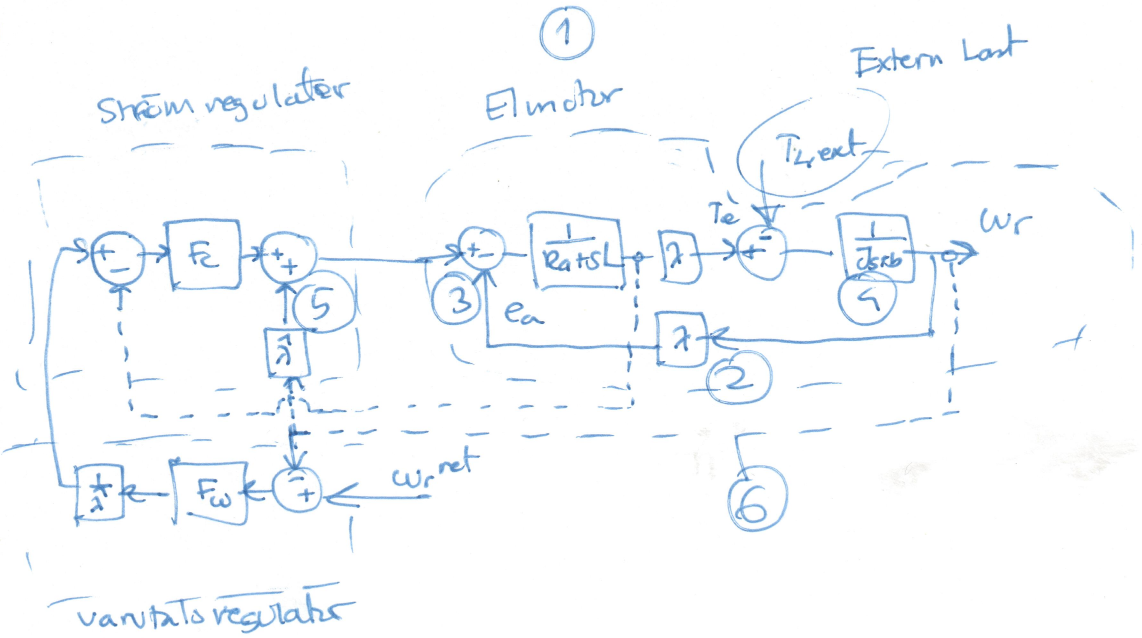
$$K_p = \alpha\cdot L_a = \frac{\ln 9}{t_r}\cdot L_a = \frac{\ln 9}{19\cdot 10^{-3}}\cdot 30\cdot 10^{-3} = 3,47$$

$$K_i = \alpha R_a = \frac{\ln 9}{19\cdot 10^{-3}}\cdot 1,2 = 138,77.$$

Men i slutliga strömregulatorn kan vi ej bortse från mot-emk:n så vi "frånkopplar" uppskattad mot emk och lägger till utsignalen på regulatorn.



6 b)



① Hela elmotorn var ej markerad

② mot-emk i maskinen skall ej ha $\hat{\lambda}$ utan λ.

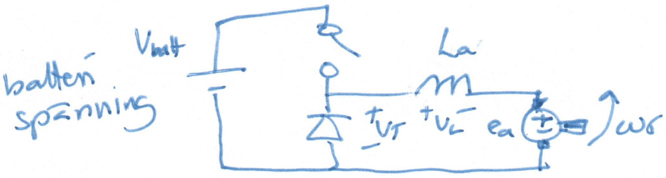
③ mot-emk i maskinen skall subtraheras från V_T

④ mekaniska delen i e-motorn skall skrivas $\frac{1}{Js+b}$ istället för $Js+b$

⑤ $\hat{e}_a$ skall ha pil in mot summa-blocket

⑥ Det saknas signal-linje som representerar mätt-varvtal som skall subtraheras med $\omega_{r,ref}$ och multipliceras med $\hat{\lambda}$ för frånkoppling av mot emk-estimatet.

7a)



b) $t_{on} = 4\mu s$ $\quad T = \frac{1}{f_{sw}} = \frac{1}{200 \cdot 10^3} = \underline{\underline{5\mu s}}$

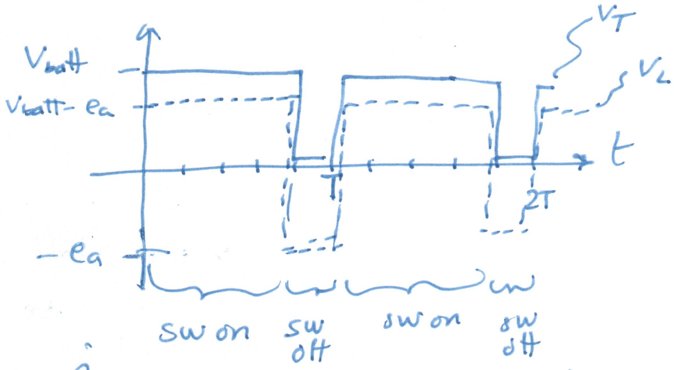
$D = \frac{t_{on}}{T} = \frac{4}{5} = \underline{\underline{0{,}8}}$

SW on: $V_T = V_{batt}$ $\quad$ sw off: $V_T = 0$ ty dioden leder utan spänningsfall

Antag e_a = konstant positiv $\quad e_a < V_T$ ty nedspänningsomvandare

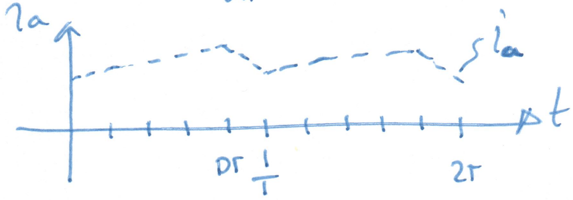
KVL: $V_T - V_L - e_a = 0 \Rightarrow V_L = V_T - e_a$ $\quad$ sw on $V_L = V_T - e_a = V_{batt} - e_a$

off $V_L = -e_a$



$V_L = L \frac{di_a}{dt}$ $\quad v_L > 0 \Rightarrow \frac{di_a}{dt} > 0 \Rightarrow i_a \nearrow$

$v_L < 0 \Rightarrow \frac{di_a}{dt} < 0 \Rightarrow i_a \searrow$



c) stationärt tillstånd $\Rightarrow v_{L\,ave} = 0$

$$V_{L\,ave} = \frac{1}{T}\int_0^T v_L(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT}(V_{batt} - e_a)\,dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T}(-e_a)\,dt =$$

$$= \frac{1}{T}(V_{batt} - e_a)DT + \frac{1}{T}(-e_a)(T - DT) = \frac{1}{T}(V_{batt}DT - e_a DT - e_a T + e_a DT) =$$

$$= \frac{1}{T}(V_{batt}DT - e_a T) = \frac{1}{T}T(V_{batt}D - e_a) = 0 \Rightarrow V_{batt} \cdot D = e_a$$

$e_a = \lambda\omega_r \Rightarrow \quad \lambda\omega_r = D \cdot V_{batt} \Rightarrow \boxed{\omega_r = \frac{D \cdot V_{batt}}{\lambda}}$

8a) $n_s = \frac{60 \cdot f_s}{P/2}$

$f_s = 50\,Hz$

$P = 2$ poler $\Rightarrow n_s = \frac{60 \cdot 50}{2/2} = 3000$ rpm

$P = 4$ poler $\Rightarrow n_s = \frac{60 \cdot 50}{4/2} = 1500$ rpm

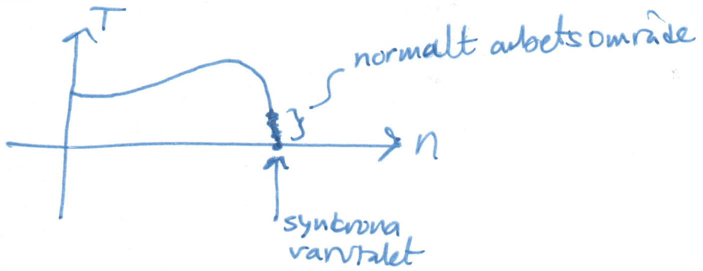
$P = 6$ poler $\Rightarrow n_s = \frac{60 \cdot 50}{6/2} = 1000$ rpm

$P = 8$ poler $\Rightarrow n_s = \frac{60 \cdot 50}{8/2} = 750$ rpm

Då märkvarvtal är 972 rpm, och märk-~~efter~~ släpning typiskt några procent $\Rightarrow$ $\underline{P = 6}$ är mest rimligt poltal

---

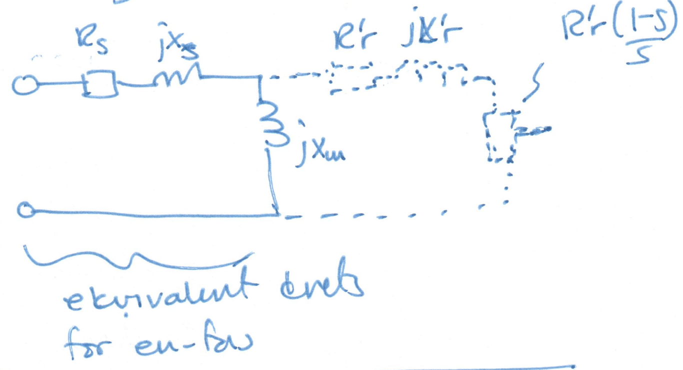
b)



---

c) Tomgång $s = 0 \Rightarrow T_e = 0 \rightarrow R'_r \frac{(1-s)}{s} \rightarrow \infty,\ i_r \rightarrow 0$

i) varvtal = synkrona varvtalet
= 1000 rpm (se upps. a)



ii) $\bar{I}_a = \frac{U_a}{Z_{tot}} = \frac{410/\sqrt{3}\ \angle 0^\circ}{R_s + j(X_s + X_m)} =$

$= \frac{410/\sqrt{3}\ \angle 0^\circ}{0{,}18 + j(0{,}63 + 11)} = \frac{410/\sqrt{3}}{\sqrt{0{,}18^2 + 11{,}63^2}\ \angle \text{atan}\left(\frac{11{,}63}{0{,}18}\right)}$

$= \frac{410/\sqrt{3}}{11{,}6314\ \angle 89{,}11^\circ} = \frac{236{,}7\ \angle 0^\circ}{11{,}6314\ \angle 89{,}11^\circ} = \underline{20{,}35\ \angle -89{,}11^\circ}$

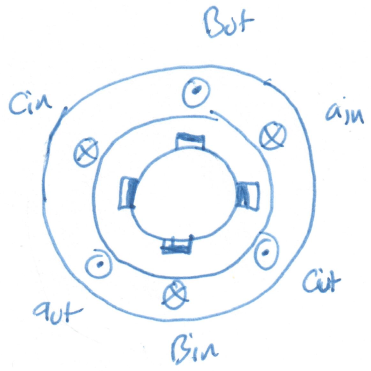
iii) $S = 3 \cdot U_a \cdot \bar{I}_a^* = 3 \cdot (410/\sqrt{3}) \left[20{,}35 \cdot \cos(-89{,}11) - j\, 20{,}35 \cdot \sin(-89{,}11^\circ)\right] =$

$= \underline{226{,}99 + j\, 14\,449{,}58 \quad VA}$

iv) $P_{axel} = \omega_r \cdot T_e = \underline{0\ W}$

v) $\cos\varphi = \cos(-89{,}11^\circ) = \underline{0{,}0155} \approx 0{,}02$

9)



Statorns funktion är att skapa en magnetflödsvåg i luftgapet som länkar till rotorn.
Hastigheten på flödsvågen bestäms av stator-spänningens frekvens och dess styrka av spänningens amplitud, vågens fas bestäms av spänningens fas.

Ett vridmoment skapas genom att rotorns magneter strävar efter att rikta in sig i samma flödsriktning som fältet från statorn. Så länge de är fasförskjutna mer än 0° max 90° skapas ett vridmoment på rotorn. Men om de hamnar i fas, kommer inget vridmoment att bildas.

Maskinen kallas synkronmaskin för rotorn roterar med samma hastighet som statorns magnetvåg; synkrona varvtalet.