

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2024-08-21, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010 (031-772 60 10), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Arto Heikkilä, ankn. 5723 (073 0284378), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

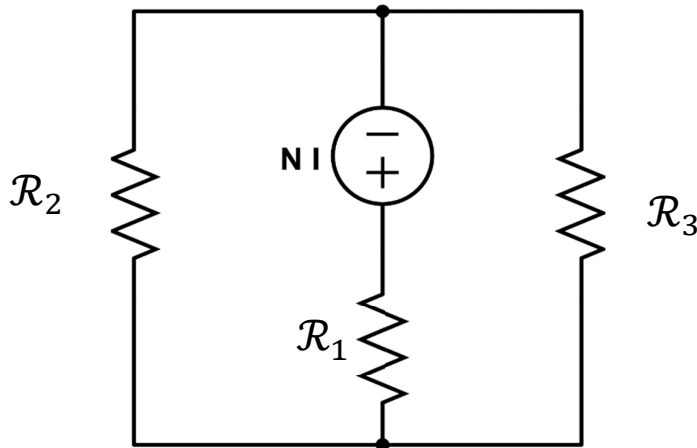
Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (4p)

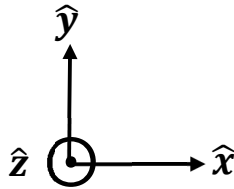
En likströmkälla (0,5 A), en lindning (100 varv), järnkärnor och ett luftgap utgör en magnetisk krets. Figuren visar kretsens beräkningsschema. Järnkärnorna har tvärsnittsarean $5,0 \text{ cm}^2$ och relativa permeabiliteten 1000. Reluktansvärdena är $\mathcal{R}_1 = 10^5 \text{ H}^{-1}$, $\mathcal{R}_2 = 3 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}$, $\mathcal{R}_3 = 3 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$. En av reluktanserna motsvarar både järnkärnan och luftgapet i den delen av kretsen.



a) I vilken del av kretsen är luftgapet lokaliserat? (1p)

b) Hur hög är magnetiska flödestätheten i den delen av kretsen som beskrivs av reluktans 1? (3p)

I uppgift 2 och 3 används ett koordinatsystem orienterat enligt figuren nedan. Enhetsvektorer för de tre koordinataxlarna betecknas $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$.



Uppgift 2 (4p) Delfrågorna i denna uppgift är oberoende av varandra

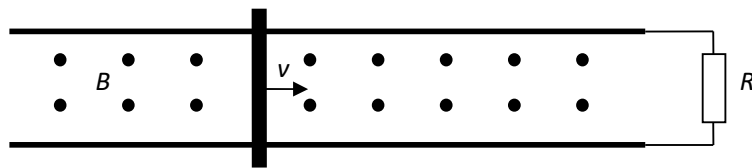
- a) Vid en viss tidpunkt i en viss position i rummet beskrivs en elektromagnetisk våg av

$$\mathbf{H} = H_y \hat{y} + H_z \hat{z} \text{ där } H_y = 40 \text{ A/m och } H_z = 50 \text{ A/m}$$

$$\mathbf{E} = E_y \hat{y} \text{ där } E_y = 100 \text{ V/m}$$

Bestäm Poyntingvektorn (storlek och riktning) vid denna tid i denna position och förklara kortfattat vad denna storhet beskriver. (2p)

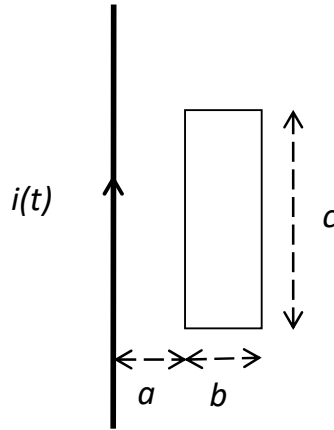
- b) En enkel generator utgörs av metallstav som ligger fritt på en räls bestående av två långa skenor med god ledningsförmåga. Skenorna är kopplade till en last med resistansen 5Ω . Avståndet mellan skenorna är $0,5 \text{ m}$ och ett magnetfält med flödestätheten $1,2 \text{ T}$ genomkorsar området. Staven dras så att den håller en konstant fart (4 m/s) i riktning mot resistorn.



- Hur hög effekt utvecklas i resistorn? (1p)
- Hur stor kraft måste utövas på staven för att upprätthålla en konstant effektutveckling? (1p)

Uppgift 3 (5p)

En lång, rak och tunn strömförande ledare och en rektangulär ledande slinga är placerade i xy-planet, ledaren längs y-axeln och slingan till höger om den. Se figuren nedan där de markerade avstånden är $a = b = 2 \text{ cm}$ och $c = 6 \text{ cm}$:

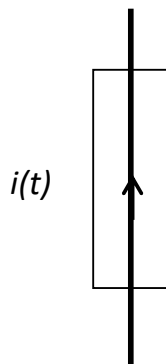


Strömmen som drivs i ledaren är riktad i $+\hat{y}$ och dess styrka beskrivs i tidsintervallet $10^{-3} \text{ s} < t < 10^{-2} \text{ s}$ av

$$i(t) = i_1 \sqrt{\frac{t}{\tau}} \quad \text{där } i_1 = 0,5 \text{ A och } \tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Slingan har 200 varv ledning och sammanlagda resistansen $1,5 \Omega$.

- Bestäm den i slingan inducerade strömmens storlek och riktning vid tiden $2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. (4p)
- Antag att samma slinga i stället placeras symmetriskt över ledaren:



Hur stor är den inducerade strömmen i detta fall?

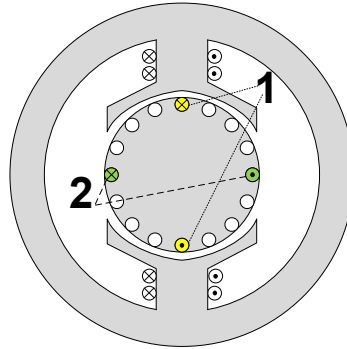
(1p)

Uppgift 4 (6p)

I figuren nedan visas en genomskärning av den separatmagnetiserade likströmsmaskinen med en övre och undre fältlindning samt två olika ankarlindningar markerade, 1 och 2.

- Fältlindningen skapar ett magnetfält som kommer att ge den magnetiska flödestätheten B i rotorn. **Ange och motivera** vilken riktning genom rotorn detta magnetfält kommer att ha. (1p)
- Ange och motivera** vilken lindning, 1 eller 2, som skall användas för att ett vridmoment skall skapas och **ange** åt vilket håll rotorn då kommer att rotera. (1.5p)
- Ange och beskriv hur** minst två faktorer påverkar hur stort vridmomentet blir. (2p)
- Vid rotation, **ange och motivera** i vilken lindning det induceras högst spänning, 1 eller 2. (1.5p)

Inga numeriska beräkningar behöver göras.



Uppgift 5 (6p)

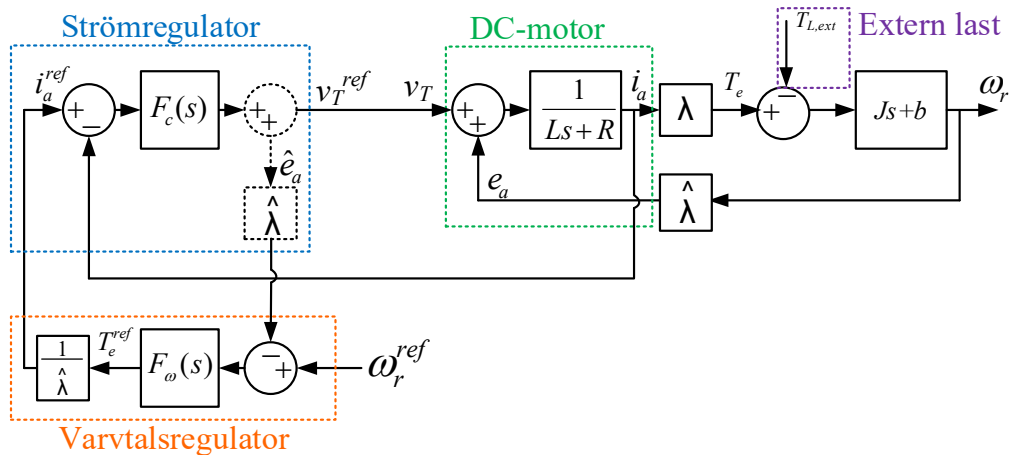
En permanentmagnetiserad likströmsmaskin drivs av ett batteri med spänningen 220 V (kan antas vara konstant under hela denna uppgift). Maskinens parametrar är ankarresistansen $\hat{R}_a = 1.2 \Omega$, ankarinduktansen är 30 mH, det länkade flödet är 0.95 Wb, tröghetsmassan är 0.04 kg m^2 och dess interna friktionsmoment ökar linjärt med varvtalet med proportionalitetskonstanten $b = 0.01 \text{ Nm rad s}^{-1}$. Märkspänning är 220 V, märkströmmen är 24 A och märkvarvtalet är 1922 rpm. Maskinen driver en last vars lastande moment approximativt ökar linjärt med varvtalet; $T_{L,ext} = B\omega_r = 0.07 \omega_r \text{ Nm}$. Då maskinen drivs direkt från batteriet:

- skissa** maskinens moment-varvtalskaraktäristik, samt **bestäm** och **markera** i skissen, elmaskinens tomgångsvarvtal och momentet då maskinen står still. (2.5p)
- bestäm** vid vilket varvtal maskinen driver lasten, den tillförda effekten till motorn och effekten till den externa lasten, samt förlusteffekten i lindningen. (3.5p)

Uppgift 6 (6p)

Maskinen i drivsystemet beskrivet i uppgift 5 skall ström(moment)- och varvtalsstyras genom en inre ström(moment)-regulator och en yttre varvtalsregulator. Ström(moment)-regleringsloopen ska ha en stigtid på 19 ms.

- Härled** och **bestäm** strömregulatorns proportionella och integrerande reglerparametrar, samt **redogör** för relevanta antaganden. (3p)
- Din kompis har ritat ett blockdiagram av hela systemet och markerat vilka block som representerar elmotor, last, ström- och varvtalsregulator, se nedan. Dock har 6 fel smugit sig in. **Rita** hur det korrekta schemat skall se ut, **markera** i ditt blockdiagram var felen fanns och **beskriv** respektive fel. (3p)



Uppgift 7 (8p)

Ankarkretsen i maskinen från uppgift 5 drivs av batteriet via en 1 kvadrants-nedspänningsomriktare. Omvandlarens switch-frekvens är 200 kHz. Maskinens ankarresistans kan här försummas.

- Rita en ekvivalent krets av hela uppkopplingen, där batteriet skall representeras av dess terminalsänning. (1p)
- Vid ett driftfall är omriktarens switch stängd $4 \mu s$ och öppen resten av periodtiden. Vid detta driftfall, **bestäm** periodtiden och duty cyclen, samt **skissa** spänningen på ingången till elmotorn (dess terminalsänning), spänningen över maskinens induktans och strömmen i elmotorn över två switchperioder och skalenligt i tidsplanet. Markera relevanta nivåer på y-axeln. (4p)
- Härled** relationen mellan omriktarens insänning och maskinens varvtal via omriktarens duty cycle. (3p)

Uppgift 8 (7p)

En Y-kopplad asynkronmotor har märkspänning 410 V rms huvudspänning vid 50 Hz och märkvarvtal 972 rpm, samt följande parametrar: $R_s=0.18 \Omega$, $X_s=0.63 \Omega$, $R'_r=0.19 \Omega$, $X'_r=0.65 \Omega$ och $X_m=11 \Omega$.

- Bestäm** maskinens potal. (1p)
- Rita** motorns moment-varvtalskaraktäristik i motordrift, samt **markera** synkrona varvtalet, och motorns normala arbetsområde i motordrift. (2p)
- Vid tomgång, **bestäm** maskinens
 - varvtal
 - fasström
 - komplexa in-effekt
 - axeleffekt
 - effektfaktor. (4p)

Uppgift 9 (4p)

Rita genomskärningen av statorn och rotern för en PMSM med 4 poler via ytmonterade magneter. Statorn kan vara förenklad till att endast ha en lindning per fas. **Förklara** vad statorn har för funktion i denna maskintyp, principen för hur ett vridmoment skapas, samt varför motortypen kallas synkronmaskin. (4p)

Formelblad för elektromagnetismdelen av EEN155 Läsåret 2023/2024

Konstanter

Elektronens laddning: $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronens massa: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittiviteten i vakuum:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Permeabiliteten i vakuum: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

Fältstyrkor, flödestätheter, flöden, energitäthet

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$w_e = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

$$w_m = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} = \frac{\mu H^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \int_{\text{yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \int_{\text{yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{\text{yta}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \int_{\text{yta}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{S} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

Maxwells ekvationer

Gauss lagar (flöden genom slutna ytor):

$$\Phi_e = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innesluten}}$$

$$\Phi_m = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Amperes lag

Cirkulationen av magnetisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av strömmar och tidsvarierande elektriskt flöde:

$$\oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{omsluten}} = I_{\text{ledning}} + I_{\text{förskjutning}}$$

$$I_{\text{förskjutning}} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

Faradays lag

Inducerad ems = cirkulationen av elektrisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av tidsvarierande magnetflöde:

$$ems = \oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

[Multiplikeras med N om induktionen sker i en N - varvig ledande slinga.]

Ledare i rörelse i B-fält:

$$\begin{aligned} \text{Inducerad } ems &= \int_{\text{längs ledaren}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \\ &\{\text{om ledarlängd} = l, \text{ och } \mathbf{v} \text{ vinkelrät mot } \mathbf{B}\} = \\ &lvB \end{aligned}$$

Kraft, vridmoment, magnetiskt moment

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = \int_{\text{ledaren}} I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

[Multiplikeras med N om strömförande slingan har N varv.]

Magnetiska kretsar

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Magnetomotorisk kraft (mmk) hos källa:

$$\mathcal{F}_m = N I$$

Flöde genom källa: $\Phi = \frac{\mathcal{F}_m}{\mathcal{R}_{total}}$

Amperes lag i en magnetisk krets:

$$\mathcal{F}_{m,total} - \sum_i \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{l}_i = 0$$

Kondensator

$$Q = C U$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

Induktor

$$\Phi = L I$$

$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$ (i kretsteori används oftast ett plustecken istället)

E-fält och B-fält i några geometrier

utanför sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

utanför cylindersymmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

utanför plan laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/A}{2 \cdot \epsilon}$$

kring oändligt lång, tunn rak strömförande ledare:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

utanför strömförande platta:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2b}$$

inne i en toroid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

inne i en solenoid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

längs axeln till en flat spole:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

koaxialledning:

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{ytter}}{r_{inner}}\right)} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_{inner}^2} \quad (\text{då } r < r_{inner})$$

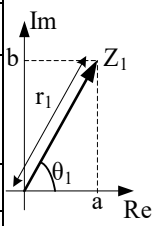
plattledning (två parallella plattor):

(formlerna gäller i området mellan plattorna)

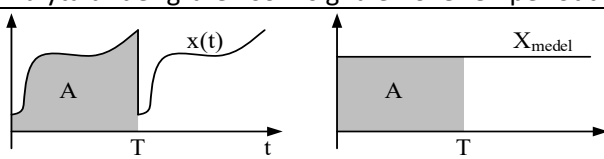
$$E = \frac{Q}{A \cdot \epsilon} = \frac{U}{d} \quad (\text{samma som för plattkondensator})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{b} \quad (\text{samma som för plattinduktor})$$

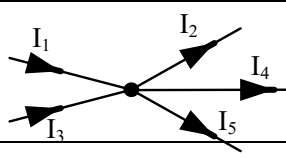
Formelsamling EEN155 2024

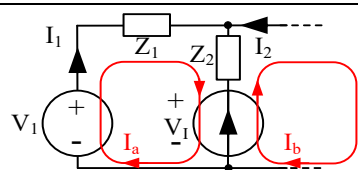
Komplexa tal	
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$	
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$	
a och c är realdelen och b och d är imaginärdelen av de komplexa talen. r_1 och r_2 är beloppet, modulen eller längden (radien) θ_1 och θ_2 är vinkeln av de komplexa talen på polär form	
$Z_1 \pm Z_2 = a \pm c + j(b \pm d)$ addition, subtraktion	
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat	
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$	
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$	
$ Z = Z^* = \sqrt{ZZ^*}$	

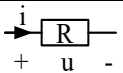
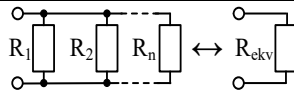
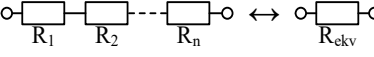
Andragradsekvation	$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
--------------------	--

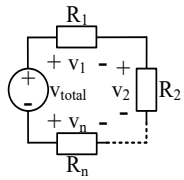
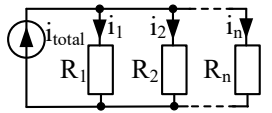
Medelvärde	
Medelvärdet är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T .	
Medelvärdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Några medelvärden av olika funktioner:	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

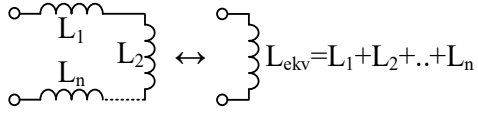
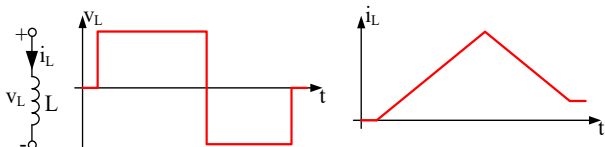
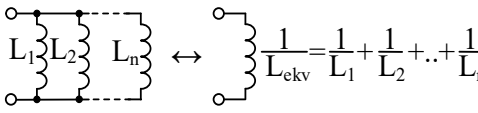
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

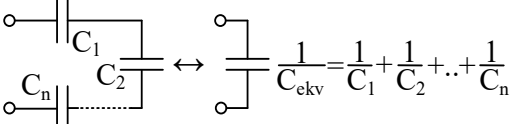
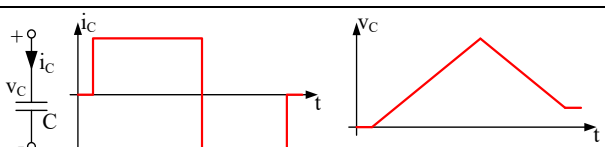
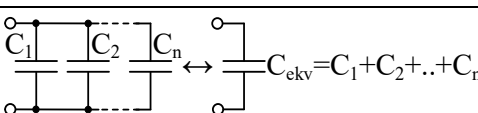
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

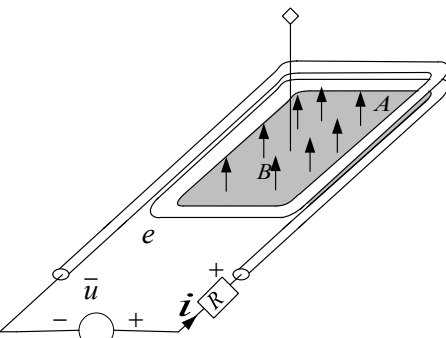
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel: $V_1 - Z_1 I_a - Z_2 (I_a - I_b) - V_I = 0$	

Likström		
Ohms lag: $U = R \cdot I$		Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$
Parallellkoppling av n resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av n resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de n seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömdelning, de n parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
			För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Induktans (transient)		Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög		Serie
		Parallell

Kapacitans (transient)		Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} C v(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg		Serie
		Parallell

Inducerad spänning		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, e , i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen u på spolen enligt kretsen, så blir sambandet $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ där R representerar spolens lindnings-resistans.

Stationär växelström, AC. jw-metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

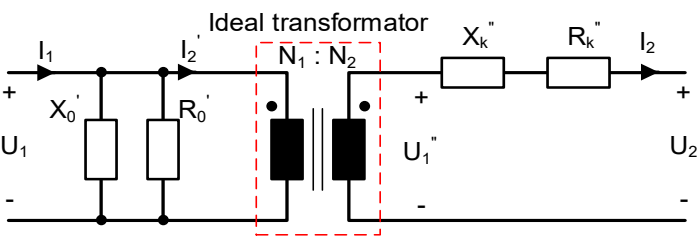
$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där U är spänningsvisaren för spänningen över elementet och I^* är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är U_{RMS} RMS-värdet av spänningen över elementet och I_{RMS} RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S = U I = U_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P = S \cos(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q = S \sin(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAr]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X = Z \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

För ett rent resistivt element, R $P_R = U_{R,RMS} I_{R,RMS} =$ $= \frac{U_{R,RMS}^2}{R} = R I_{R,RMS}^2$ $Q_R = 0$	För ett rent induktivt element, L $P_L = 0$ $Q_L = U_{L,RMS} I_{L,RMS} =$ $= \frac{U_{L,RMS}^2}{X_L} = X_L I_{L,RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element, C $P_C = 0$ $Q_C = -U_{C,RMS} I_{C,RMS} =$ $= -\frac{U_{C,RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{C,RMS}^2$
--	--	--

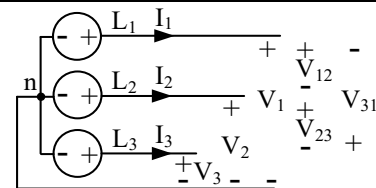
Transformatorn	
Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är  Där: U_1 är fasspänning på primärsidan I_1 är fasström på primärsidan U_2 är fasspänning på sekundärsidan. I_2 är fasström på sekundärsidan.	Transformatorns impedanser: X_0' är tomgångs-reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster. R_0' är tomgångs-resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster. X_k'' är serie-reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster. R_k'' är serie-resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.
Ideal transformator	
Omsättning $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_1'} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}$	Impedans transformering $\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2$

3-fas växelspanning

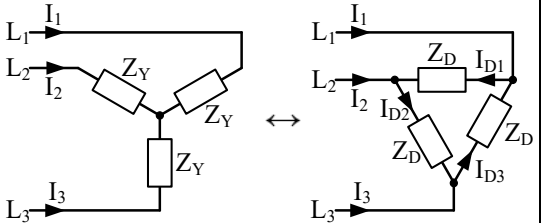
Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvidna de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ där V_f är fasspänningens RMS-värde.	En symmetrisk trefasström kan beskrivas som $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ där I_f är fasströmmens RMS-värde
---	--

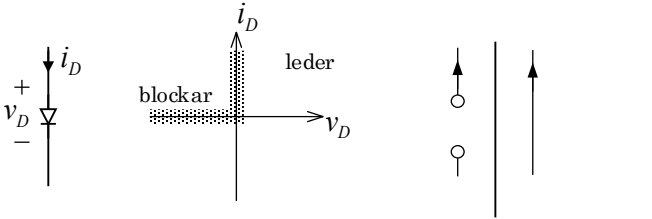
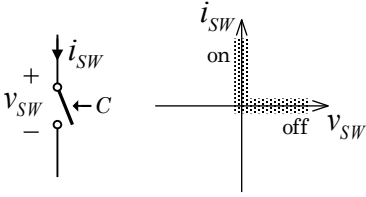
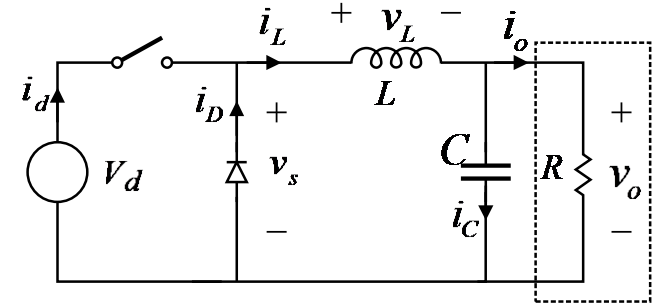
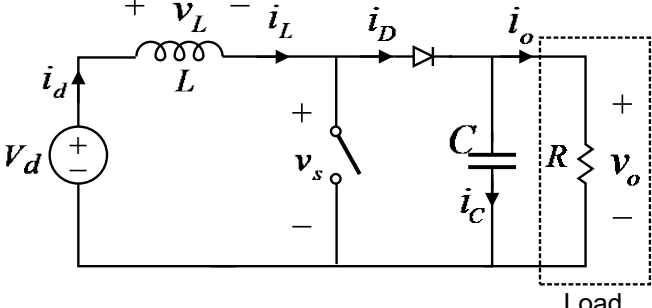
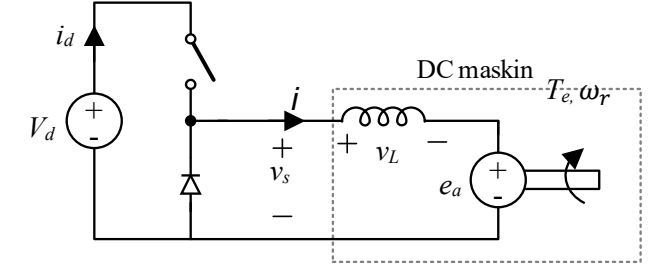
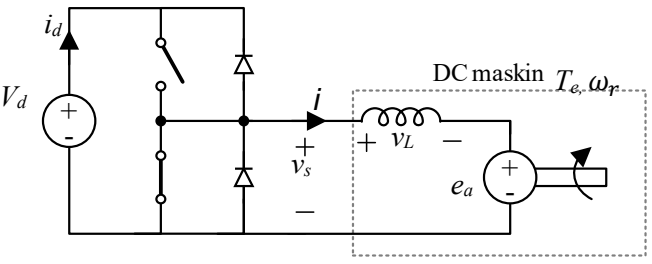
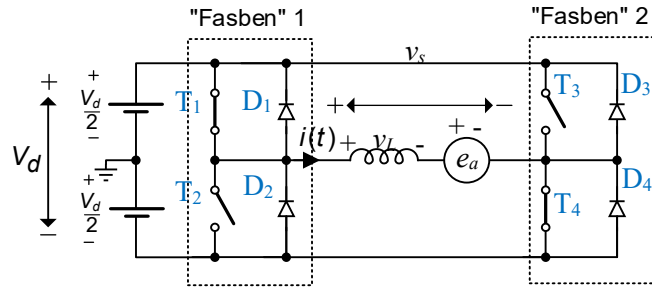
Fasspänningen mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan).
Huvudspänning mäts mellan två faser, t.ex.
 $V_{12} = V_h \angle 30^\circ$ där $V_h = \sqrt{3}V_f$
 $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$
 $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$



Total 3-faseffekt beräknas generellt enligt $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.	Total 3-faseffekt beräknas i en symmetrisk krets som $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ där S_1, P_1, Q_1 är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.
--	---

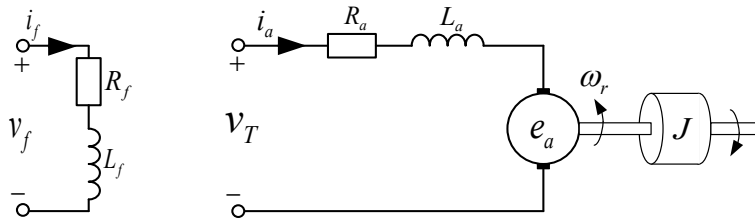
DY-transformation, D=delta För att få samma fasströmmar, I_1, I_2 och I_3, med en ekvivalent Y-kopplad last, $Z_{Y,ekv}$, som med en D-kopplad last, Z_D: $Z_{Y,ekv} = Z_D / 3$ För fasspänning av D-kopplade källor gäller $V_{1,Yekv} = V_{12,D} / \sqrt{3}$	
---	--

Kraftelektronik

Diod 	Switch (IGBT eller MOSFET)  Blockerar negativ ström (som en verklig transistor)
Buck 	Boost 
1-kvadrant omriktare med likströmsmotor 	2-kvadrant omriktare med likströmsmotor 
4-kvadrant omriktare med likströmsmotor 	En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden t_0, så skall följande gälla för vågformen $x(t)$: $x(t_0 + nT) = x(t_0) \text{ where } n = 1, 2, 3, \dots$ För en induktans i stationärtillstånd gäller: $v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)$ För en kondensator i stationärtillstånd gäller: $i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)$

Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



v_T = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

i_a = Ankarström [A]

R_a = Ankarresistans [Ω]

L_a = Ankarinduktans [H]

e_a = motemk (inducerad sänning) [V]

λ = Länkatflöde [Wb], [Vs]

v_f = Fältspänning [V]

i_f = Fältström [A]

R_f = Fältresistans [Ω]

L_f = Fältinduktans [H]

ω_r = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

n_r = Rotorns varvtal [RPM] = $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

J = tröghetsmoment (inertia) [kgm^2]

$T_e = T_{dev}$ = producerat vridmomentet [Nm]

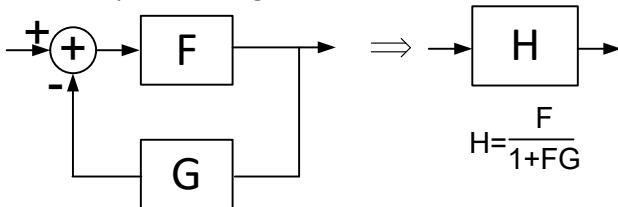
T_L = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$ = Mekanisk axeleffekt [W]

Dynamisk modell	Stationär modell ($\frac{dx}{dt} = 0$)	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$

Reglering

Block manipulationsregel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1:

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

α är bandbredden [rad/s]

Tidskonstanten (0%-63% av slutvärdet):

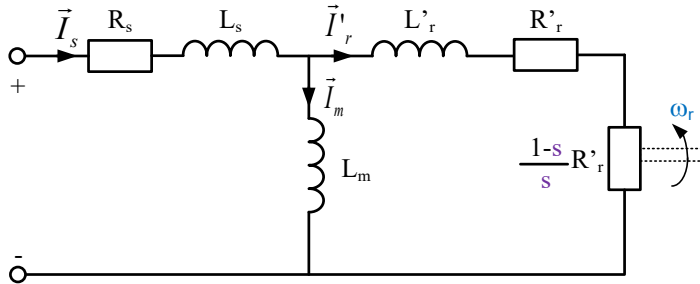
$$\tau = \frac{1}{\alpha}$$

Stigtiden (10%-90% av slutvärdet):

$$t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



P antal poler

n_p polpar-tal = $\frac{P}{2}$

ω_s stator-spänningens (el.) vinkelfrekvens [rad/s] = $2\pi f_s$

n_s mekaniskt **synkront** varvtal [RPM] = $\frac{60f_s}{n_p} = \frac{120f_s}{P}$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens = $\Omega_r n_p$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s] = $\frac{\omega_r}{n_p}$

n_r rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM] = $\frac{30}{\pi} \Omega_r$

Eftersläpning (slip): $s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$

$\vec{V}_s$ stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$ stator-ström (stationär AC i komplex form)

R_s statorresistans, R'_r rotorresistans

L_s statorns läckinduktans

L_r rotorns läckinduktans

L_m magnetiseringsinduktans

Axeffekt: $P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |\vec{I}'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Axel-vridmoment: $T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd: $T_L = T_e$

Statoreffekt: $P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$

Statorns lindningsförluster: $P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2$

Rotorns lindningsförluster: $P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Luftgapseffekt: $P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |\vec{I}'_r|^2$

Start-vridmoment ($s=1$): $T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s/n_p}$

Space vectors

Transformation från tre-fas till två-fas i stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet s_a, s_b, s_c till $\alpha\beta$

$$\underline{s}^s = \frac{2}{3} K \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Amplitud-invariant skalning: $K = 1 \Rightarrow |\underline{s}^s| = \hat{x}_a = \hat{x}_b = \hat{x}_c$

Transformera $\alpha\beta$ storhet $\underline{s}^s$ till 3-fas s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformation från $\alpha\beta$ till dq i roterande koordinatsystem

Transformera $\alpha\beta$ storhet, $\underline{s}^s$, till dq-systemet, $\underline{s}$

$$\underline{s} = s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet, $\underline{s}$, till $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^s = s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

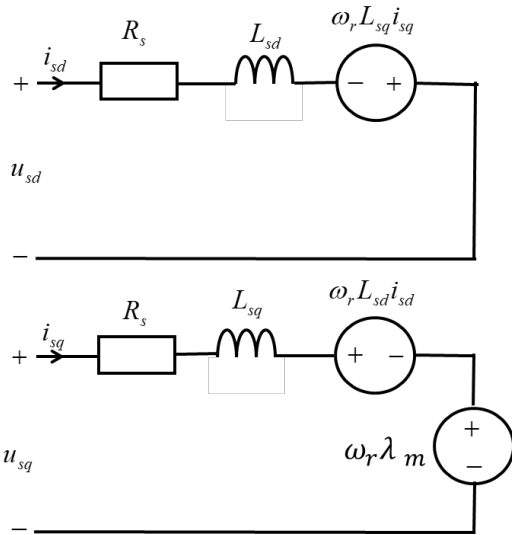
Transformations vinkeln, θ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

Momentan effekt i tre-fas-system kan beräknas som:

$$\begin{aligned} p(t) &= (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \\ &= \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\} \end{aligned}$$

Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Gäller för amplitud-invariant transformation:



n_p polpartal

ω_s statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$

$\omega_s = \omega_r$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s] $= \frac{\omega_r}{n_p}$

n_s mekaniskt synkront varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

n_r rotorns mekaniska varvtal [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$n_s = n_r$

R_s stator-resistans

L_{sd} stator-induktans i d-riktning

L_{sq} stator induktans in q-riktning

λ_m länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

Statorspänning:

$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$

$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$

Axel-vridmoment: $T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd: $T_L = T_e$

Axel-effekt: $P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Stator-effekt: $P_s = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$

Statorns lindningsförluster: $P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$

MTPA:

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

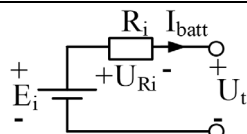
Ström vid känd MTPA-vinkel och referensmoment:

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq}) \sin(\beta) \cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}\right)^2}$$

Batteri

Ett batteri kan modelleras som:



E_i intern spänning, från kemisk reaktion

R_i ekvivalent intern batteri-resistans

I_{batt} ström ut från batteriets terminaler

U_{Ri} internt spänningsfall i batteriet $= R_i I_{batt}$

U_t terminal-spänning $= E_i - R_i I_{batt}$

P_i effekt från kemiska reaktioner $= E_i I_{batt}$

P_{ut} batteriets ut-effekt $= U_t I_{batt}$

P_{Ri} effektförlust i batteriet $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$