EEN155 tentamen 17/3 2025
Kortfattade lösningar

① $NI = \mathcal{R}_{tot} \cdot \Phi$

$\Phi = BA$

$\mathcal{R}_{tot} = \dfrac{l_1}{\mu_{r1}\mu_0 A} + \dfrac{l_2}{\mu_0 A}$

$$\Rightarrow \boxed{B = \frac{NI\mu_0}{\frac{l_1}{\mu_{r1}} + l_2}}$$

$l_1 = 2\pi r - l_2 \simeq 0{,}187496$ m

$l_2 = 10^{-3}$ m (luftgapet)

$\mu_{r1} = 2000$

$N = 300$

$I = 1{,}5$ A

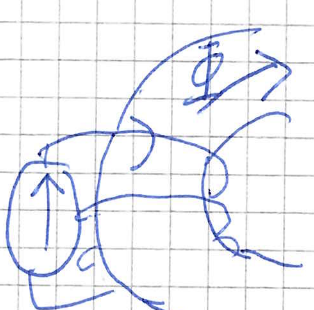
$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m

$\Rightarrow B \simeq 0{,}517$ T

(samma i järn & luftgapet)

$H = \dfrac{B}{\mu_0} \simeq 4{,}1 \cdot 10^5$ A/m (luftgapet)

enl. bilagan:

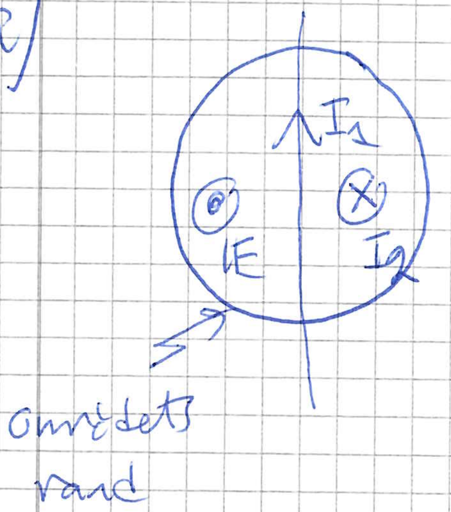


Φ medurs $\Rightarrow$ även **B medurs**

$\therefore$ $B \simeq 0{,}52$ T, $H = 4{,}1 \cdot 10^5$ A/m i gapet

② a)

⊙ $\hat{z}$ positiv riktning för ström & E & axeln för cirkulation av H.



I_1 bidrar ej till cirkulation av magnetfältet eftersom I_1 ej genomkorsar arean.

$$\Rightarrow \text{cirkulation av } H = -I_2 + \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt} =$$

$$= -I_2 + \varepsilon_0 A \omega E_z \cdot \cos\omega t$$

$|\text{cirk. } H|$ max. då I_2 & $\frac{dE}{dt}$ sammanfaller dvs i $-\hat{z}$ led, och när tiden så att $|\cos\omega t| = 1$.

$I_2 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{A}$, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\text{F/m}$, $A = 4 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$, $E_z = 10^5\,\text{V/m}$, $\omega = 10^6\,\text{rad/s}$

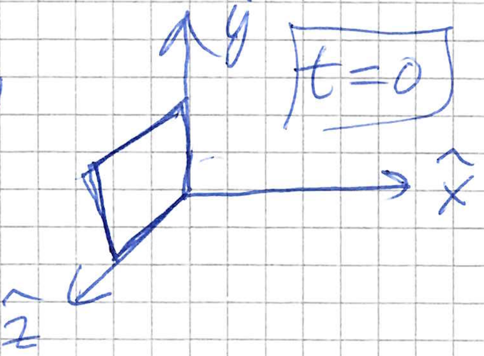
$$\Rightarrow |\text{cirk. } H|_{max} = |-I_2 - \varepsilon_0 A \omega E_z|$$

$$\approx 8{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ ampere}$$

cirk. riktning: medurs ↻ då cirkel < 0.

$\boxed{\therefore \text{ cirk. } H\text{:s maxvärde är } 0{,}85\,\text{mA riktad } ↻}$

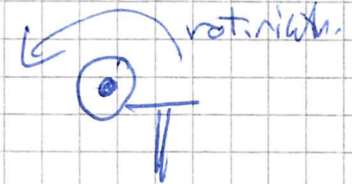
② b)



$\boxed{t=0}$

- Ramen i yz-planet,
- Ett hörn i origo,
- $\hat{z}$ rotationsaxel
- $\mathbb{B} = 0{,}5\,\hat{y}$ tesla

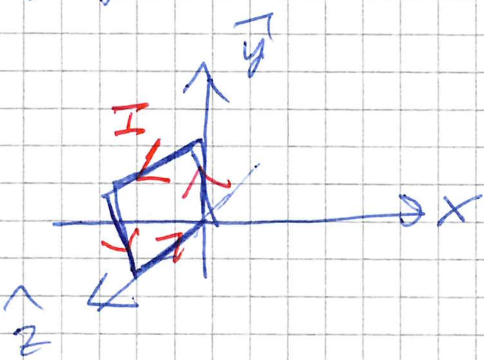
Rot.axel: $+\hat{z}$, moturs rotation $\Rightarrow$ $\mathbb{T} = T\hat{z}$!



$t = 0$

$$\left.\begin{array}{l}\mathbb{T} = T\hat{z}\\ \mathbb{B} = B\hat{y}\end{array}\right\} \Rightarrow \mathbb{m} = m\hat{x} \Rightarrow$$ ström så att ramens eget magnetfält i $+\hat{x}$

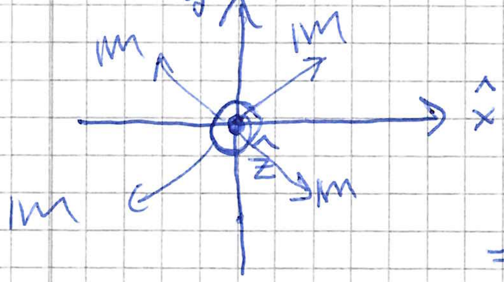
cirkulär $\Rightarrow$



Strömmen genom rotationsaxeln ($\hat{z}$) riktad $-\hat{z}$.

$$T_{max} = m\cdot B = \underset{100}{N}\,\underset{0{,}8}{I}\,\underset{0{,}2^2}{A}\,\overset{0{,}5}{B} = \underline{\underline{1{,}6\ \text{Nm}}}$$

När behöver strömriktning bytas? $\mathbb{B}$ i $\hat{y}$



$\mathbb{T}$ ska vara hela tiden $+\hat{z}$

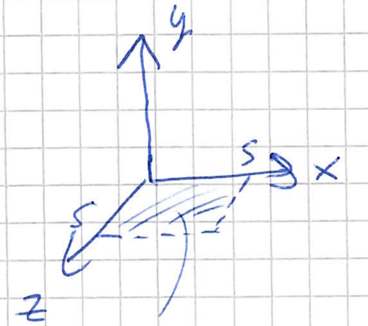
$\Rightarrow \mathbb{m}\times\mathbb{B}$ — " —

$\mathbb{m}$ roterar $\Rightarrow$ om $\mathbb{m}$ i 1:a & 4:e kvadrant $\Rightarrow \mathbb{m}\times\mathbb{B}$ i $+\hat{z}$

$\Rightarrow$ Strömriktn. byte när ramen i xz-planet, dvs $\mathbb{m}$ i $\pm\hat{y}$.

(3)

$$u_{ind}(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt}$$



area som genomkorsas av $\mathbb{B}$ som är riktat i $+\hat{y}$

$$\Phi(t) = \int_0^s B(t) \cdot \underbrace{s\,dx}_{dA} =$$

$$= \frac{s B_0}{a} \ln\left(\frac{t}{\tau}\right) \int_0^s x\,dx =$$

$$= \frac{s^3 B_0}{2a} \ln\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

a) $$|u_{ind}(t)| = \left| -\frac{N s^3 B_0}{2a} \frac{1}{t} \right| \simeq 0{,}03456 \cdot \frac{1}{t}$$

$t = 2 \cdot 10^{-3}\,s$
$N = 50$
$s = 0{,}12\,m$
$B_0 = 0{,}04\,T$
$a = 0{,}05\,m$
$R = 50\,\Omega$

$\Rightarrow |u_{ind}| \simeq 17{,}28\,V$

$$|i_{ind}| = \frac{|u_{ind}|}{R} \simeq 0{,}3456\,A \simeq$$

$$\simeq \underline{\underline{0{,}35\,A}}$$

b) ϕ ökar och ökar

$\Rightarrow \Delta\phi$

vänsterhandsregel $\Rightarrow$ i_{ind} ↻ dvs medurs.

4) a) $D_a = 1$, $D_f = 1$ duty cycles

för BUCK $V_{ut} = D \cdot V_{in}$, så $D = 1 \Rightarrow V_{ut} = V_{in}$

$\Rightarrow V_T = 16V$, $V_f = 16V$. samma som batteri-spänningen

beräkna: T_e, n_r, η då maskinen driver lasten

Magnetiseringen: $\lambda = 0.1 \cdot i_f$ $\quad i_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0.8\ A$

$\Rightarrow \lambda = 0.1 \cdot 0.8 = 0.08\ Wb$

$T_e = T_L$ i stationär tillstånd

$\lambda i_a = B\omega_r \Rightarrow i_a = \frac{B\omega_r}{\lambda}$

$V_T = R_a i_a + \lambda\omega_r = R_a \frac{B\omega_r}{\lambda} + \lambda\omega_r = \omega_r\left(\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda\right)$

$\Rightarrow \omega_r = \frac{V_T}{\frac{R_a B}{\lambda} + \lambda} = \frac{16}{\frac{0.1 \cdot 0.006}{0.08} + 0.08} = 182.857\ldots\ rad/s$

$\boxed{n_r} = \omega_r \cdot \frac{30}{\pi} = 182.857 \cdot \frac{30}{\pi} = \boxed{1746.157\ldots\ rpm}$

$\boxed{T_e} = \lambda i_a = \lambda \cdot \frac{B\omega_r}{\lambda} = B\omega_r = 0.006 \cdot 182.857.. = \boxed{1.097\ ..\ Nm}$

$\boxed{\eta} = \frac{P_{ut}}{P_{in}} = \frac{T_e \omega_r}{V_T i_a} = \frac{T_e \omega_r}{V_T \cdot \frac{B\omega_r}{\lambda}} = \frac{T_e \lambda}{V_T B} = \frac{1.097 \cdot 0.08}{16 \cdot 0.006} = 0.914166\ldots$

$\approx \boxed{91.4\%}$

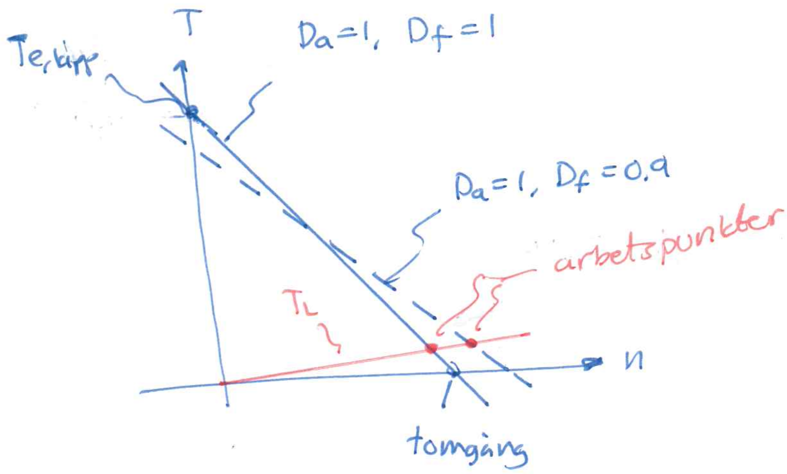
Svar: motorn driver lasten vid

$n_r = 1746$ rpm

$T_e = 1.1$ Nm

$\eta = 91,4\%$

4b)



$V_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ i stationärtillstånd

$i_a = \frac{1}{R_a}(V_T - \lambda \omega_r)$, $T_e = \lambda i_a \Rightarrow i_a = \frac{T_e}{\lambda}$

$\Rightarrow \boxed{T_e = \frac{\lambda}{R_a}(V_T - \lambda \omega_r)}$

vid tomgång $T_e, i_a = 0$

$\Rightarrow V_T = \lambda \omega_r \Rightarrow \omega_{r_0} = \frac{V_T}{\lambda}$

$\boxed{n_{r,0}} = \omega_{r_0} \cdot \frac{30}{\pi} = \underbrace{\frac{16}{0.08}}_{200 \text{ rad/s}} \cdot \frac{30}{\pi} = \boxed{1909.86.. \text{rpm}}$

Kippmoment fås vid $\omega_r = 0$

$\boxed{T_{e,kipp}} = \frac{\lambda}{R_a} \cdot V_T = \frac{0.08 \cdot 16}{0.1} = \boxed{12.8 \text{ Nm}}$

Svar: Se figur och för $D_a = 1,\ D_f = 1$

$n_{r_0} = 1910$ rpm

$T_{e,kipp} = 12.8$ Nm

4c)

För att förenkla beräkningen antag: • T_L är försumbart alt. att lasten är bortkopplad } som i lab1

• att $D_f = 1 \Rightarrow \lambda = 0.08$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - \underbrace{T_L}_{\approx 0} \approx T_e = \lambda i_a \; , \; i_a \text{ - konstant} \Rightarrow$$

linjär acceleration

$$\Rightarrow \boxed{J} \approx \frac{T_e \cdot \Delta t}{\Delta \omega r} = \frac{\lambda i_a \; \Delta t}{\Delta \omega r} = \frac{0.08 \cdot 15 \cdot 2}{200} = \boxed{0.012 \text{ kgm}^2}$$

Svar: $J \approx 0.013 \text{ kgm}^2$

---

d)

Framåt: $\omega_r > 0$, mot EMK $= \lambda \omega_r > 0 \Rightarrow V_T > 0$

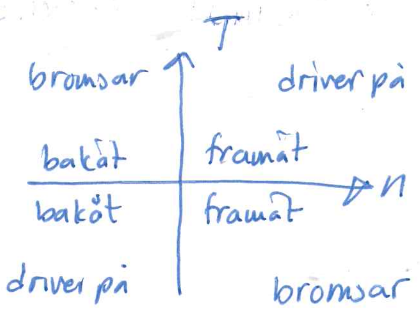
Bakåt: $\omega_r < 0$, mot EMK $= \lambda \omega_r < 0 \Rightarrow V_T < 0$

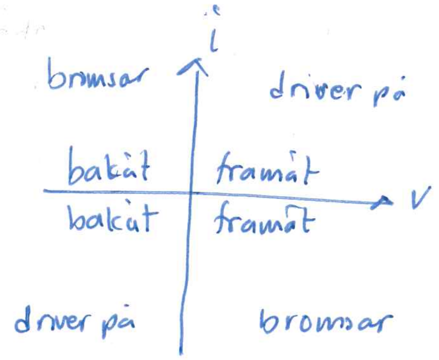
Driva på i framriktningen: $T_e > 0 \Rightarrow i_a = \frac{T_e}{\lambda} > 0$

Bromsa i framriktningen: $T_e < 0 \Rightarrow i_a = \frac{T_e}{\lambda} < 0$

Driva på i backriktningen: $T_e < 0 \Rightarrow i_a < 0$

bromsa i backriktningen: $T_e > 0 \Rightarrow i_a > 0$





Alla 4-kvadranter behövs.

Svar: Det behövs en 4-kvadrant-omriktare.

5)

$$L\frac{di}{dt} = v - Ri - \lambda \omega_r$$

antag: $v(t)$, $i(t)$, $\omega_r(t)$ — R, L konstanter

a)

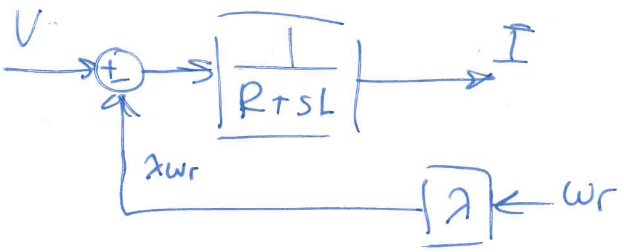
$\downarrow \mathcal{L}$

$$LsI = V - \lambda\omega_r - RI$$

$$V - \lambda\omega_r = RI + LsI = I(R+sL)$$

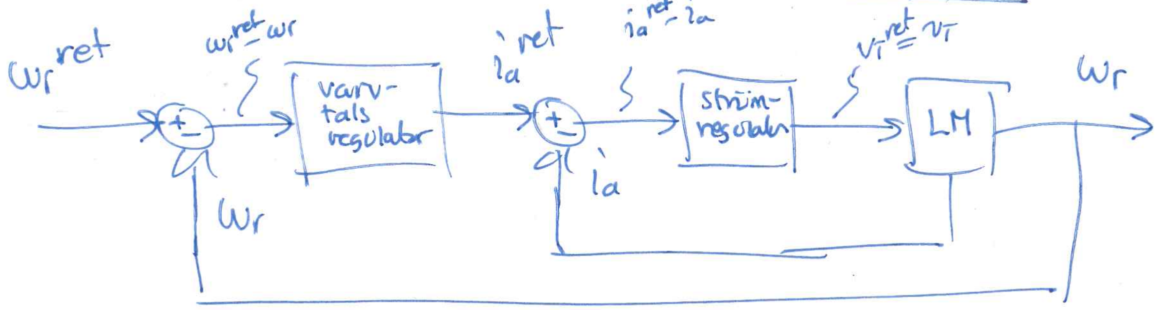
in-signaler: V, ω_r utsignal: I

$$I = \frac{V-\lambda\omega_r}{R+sL} = \left(\frac{1}{R+sL}\right)(V-\lambda\omega_r)$$



Ett korrekt diagram ger full poäng på uppgiften.

b)



d)

$$\alpha_c = \frac{1}{\tau_c}$$

ström-regulatorn skall vara snabbare än varvtalsregulatorn, men långsammare än samplings datorn "CPU" båda med en faktor på ca. 10

$$\alpha_\omega < \alpha_c < \alpha_{CPU}$$

$$\alpha_c \simeq 10 \cdot \alpha_\omega \approx \frac{\alpha_{CPU}}{10}$$

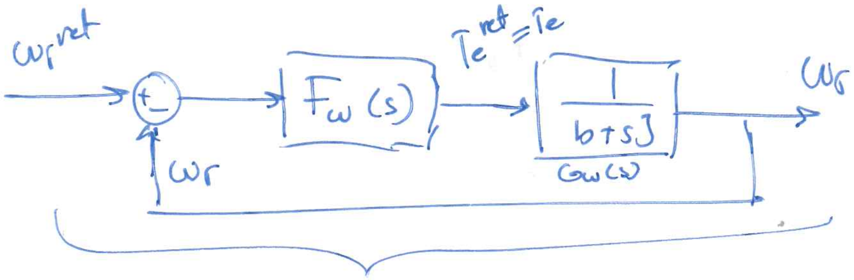
5c)

Antag

- strömreglering mycket snabbare än varvtalsreglering $\Rightarrow$ $\underbrace{i_a^{ref} = i_a,\ T_e^{ref} = T_e}$
- uppskattad $\hat{\lambda}$ = verkliga värdet; $\hat{\lambda} = \lambda$

Betrakta $T_{L,ext}$ den externa lasten som en störning. dvs. en insignal som vi inte reglerar för.

$\Rightarrow$ Reducerat blockschema för varvtalsreglering



$H_\omega(s)$

$$H_\omega(s) = \frac{\omega_r}{\omega_r^{ref}} = \frac{F_\omega(s)G_\omega(s)}{1 + F_\omega(s)G_\omega(s)} = \left\{\begin{matrix}\text{1:a ord} \\ \text{LP-filter}\end{matrix}\right\} = \frac{\alpha_\omega/s}{1+\alpha_\omega/s}$$

$\hookrightarrow$ för det ger ingen översväng

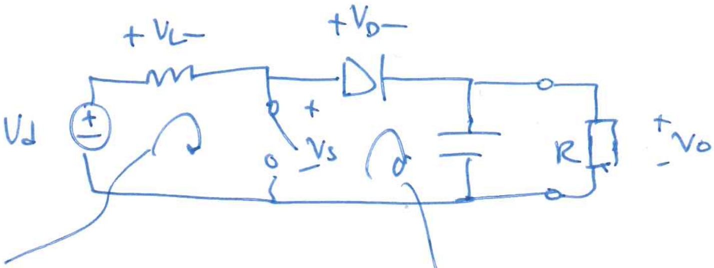
$$\Rightarrow \quad F_\omega(s)G_\omega(s) = \frac{\alpha_\omega}{s}$$

$$\Rightarrow F_\omega(s) = \hat{G}_\omega^{-1}(s)\frac{\alpha_\omega}{s} = (s\hat{J} + \hat{b})\cdot\frac{\alpha_\omega}{s} = \alpha_\omega\hat{J} + \frac{\alpha_\omega\hat{b}}{s}$$

$$K_{p\omega} = \alpha_\omega\hat{J} \qquad K_{i\omega} = \alpha_\omega\hat{b}$$

6)

a)



Antag:

- stat. tillst. $V_{L,ave} = 0$, $i_{C,ave} = 0$
- Stor C $\Rightarrow$ $V_o \approx$ konstant
- förlustfri $\Rightarrow$ $P_{in} = P_{ut}$
- CCM $\Rightarrow$ $i_L > 0$

KVL: $V_d - V_L - V_s = 0$

$\Rightarrow V_L = V_d - V_s$

KVL: $V_s - V_D - V_o = 0$

$V_s = V_D + V_o$, $V_D = V_s - V_o$

sw on: $V_s = 0$ $\Rightarrow$ $V_D = -V_o$ = backspänd

$V_L = V_d$

sw off: diod − leder $\Rightarrow$ $V_D = 0$, $V_s = V_o$

$V_L = V_d - V_o$

stat. tillst. $\Rightarrow$ $V_{L,ave} = 0$

$$\frac{1}{T}\int_0^T v_L(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_d\,dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} V_d - V_o\,dt =$$

$$= \frac{1}{T}(V_d DT) + \frac{1}{T}(V_d - V_o)(T - DT) =$$

$$= \frac{1}{T}\left(\cancel{V_d DT} - \cancel{V_d DT} + V_d T - V_o T + V_o DT\right) =$$

$$= \frac{T}{T}\left(V_d - V_o + V_o D\right) = V_d - V_o(1-D) = 0$$

$$\Rightarrow V_d = V_o(1-D) \Rightarrow \boxed{V_o = \frac{V_d}{1-D}}$$

$$D = 1 - \frac{V_d}{V_o}$$

$V_{d,min}$: $D = 1 - \frac{5}{48} = \frac{43}{48} = 0,895833\ldots \approx 0,896$

$V_{d,max}$: $D = 1 - \frac{12}{48} = \frac{3}{4} = 0,75$

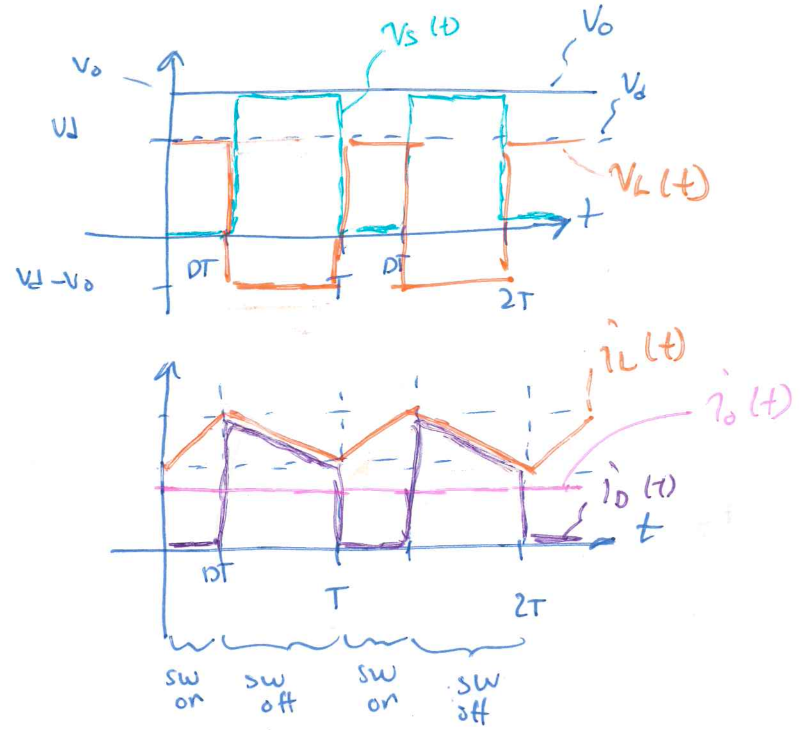
$$0,75 < D < 0,896$$

6 b)

- v_L
- v_S

- i_L
- i_D
- i_o

Antaganden:
se svar till 6 a)



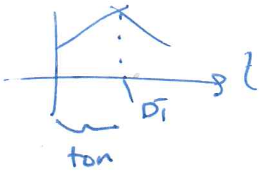
6c)

CCM? för CCM $\frac{\Delta i_L}{2} \leq i_{L,ave}$

för boost: $i_{L,ave} = i_{d,ave} = I_d$

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = \left\{ \begin{matrix}\text{antag:} \\ \text{strömmen} \\ \text{ökar/minskar} \\ \text{linjärt}\end{matrix} \right\} = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t}$$

$$\Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = i_{L,max} - i_{L,min}$$



för ton: $\left\{ \begin{matrix} \Delta t = DT - 0 = DT \\ v_L = V_d \end{matrix} \right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta i_L = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{f \cdot L}$$

från 5a: $D = 1 - \frac{V_d}{V_o}$

Fall: $V_{d,min}$:

$$\Delta i_L = \frac{5 \cdot (1 - \frac{5}{48})}{50 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 5{,}972\ldots A, \quad \frac{\Delta i_L}{2} = 2{,}9861\ldots A$$

$V_{d,max}$

$$\Delta i_L = \frac{12\,(1 - \frac{12}{48})}{50 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 12\ A, \quad \frac{\Delta i_L}{2} = 6A$$

$$P_{in} = P_{ut} \Rightarrow V_d \cdot I_d = V_o I_o = V_o \cdot \frac{V_o}{R}$$

$$\Rightarrow I_d = \frac{V_o^2}{R V_d}$$

$V_{d,min}$ $\quad I_d = \frac{48^2}{20} \cdot \frac{1}{5} = 23{,}04\ A$

$V_{d,max}$ $\quad I_d = \frac{48^2}{20} \cdot \frac{1}{12} = 9.6\ A$

$V_{d,min}$ $\quad \frac{\Delta i_L}{2} = 2{,}986..A \quad I_d = 23A \Rightarrow$ Ja. CCM

$V_{d,max}$ $\quad \frac{\Delta i_L}{2} = 6A, \quad I_d = 9.6\ A \Rightarrow$ Ja CCM

Svar: Omriktaren arbetar i CCM för både $V_{d,min}$ och $V_{d,max}$

7 a)

$$\boxed{n_{r,0}} = n_s = \frac{120 f_s}{p} = \frac{120 \cdot 50}{6} = \boxed{1000 \text{ rpm}}$$

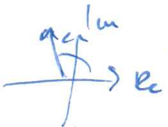
---

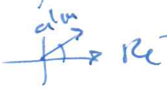
b)

$$s = 0.04 \quad \Rightarrow \quad \frac{R'_r}{s} = \frac{0.18}{0.04} = 4.5\ \Omega$$

$$Z'_r = \frac{R'_r}{s} + jX'_r = 4.5 + j0.23$$

$$Z'_r // Z_m = \frac{jX_m\left(\frac{R'_r}{s} + jX'_r\right)}{jX_m + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} = \frac{-X_m X'_r + j\frac{R'_r}{s}X_m}{\frac{R'_r}{s} + j(X_m + X'_r)} =$$

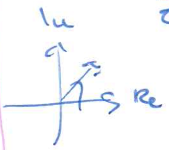




$$= \frac{-13 \cdot 0.23 + j(4.5 \cdot 13)}{4.5 + j13.23} = \frac{-2.99 + j58.5}{4.5 + j13.23} =$$

$$= \frac{58.576\ldots \angle 92.9259\ldots^\circ}{13.9749 \angle 71.21498\ldots^\circ} = 4.1915\ldots \angle 21.71092^\circ$$

$$= 3.89416\ldots + j1.5505\ldots$$



$$Z_{eq} = R_s + jX_s + Z'_r // Z_m =$$

$$= 0.19 + j0.62 + 3.89416\ldots + j1.5506\ldots = 4.08916\ldots + j2.1705\ldots$$

$$= 4.6295\ldots \angle 27.9881\ldots^\circ$$

$$\mathring{I}_s = \frac{U_s}{Z_{eq}} = \frac{400/\sqrt{3} \angle 0^\circ}{4.6295 \angle 27.9881^\circ} = 49.88446\ldots \angle -27.9881^\circ$$

$$\mathring{I}'_r = \frac{\mathring{I}_s \cdot jX_m}{jX_m + \frac{R'_r}{s} + jX'_r} = \frac{49.88446 \angle -27.9881^\circ \cdot 13 \angle 90^\circ}{13.9749 \angle 71.21498^\circ} = \underbrace{46.40448\ldots}_{|\mathring{I}'_r|} \angle -9.$$

$$\boxed{P_e} = 3 \frac{(1-s)}{s} R'_r |\mathring{I}'_r| = 3 \cdot \frac{(1-0.04)}{0.04} \cdot 0.18 \cdot (46.40448)^2 = \boxed{27907.7499 \text{ W}}$$

$$\boxed{T_e} = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{P_e}{\Omega_s(1-s)} = \frac{P_e}{n_s \cdot \frac{\pi}{30} \cdot (1-s)} = \frac{27907.7499}{1000 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot (1-0.04)} = \boxed{277.6 \text{ Nm}}$$

$$\boxed{pf.} = \cos(\varphi_{i_s}) = \cos(-27.9881) = \boxed{0.883 \quad \text{efterläpande}}$$

Svar: 27.9 kW, 278 Nm, 0.88

7c) Asynkron maskin:

för $n_r \neq n_s$ (rotorn roterar med annan hastighet, n_r, än luftgapsflödet, n_s) som stator lindningarna skapar

detta är nödvändigt för att det skall induceras spänningar i rotorn som kan driva strömmar i rotorn. Den inducerade spänningen ökar om skillnaden mellan n_r och n_s ökar. När det går ström i rotorledarna, som befinner sig i ett externt magnetfält, uppstår en kraft på rotorledarna. Detta ger ett vridmoment.

8a)

$$\cos\beta = -\frac{0,318}{4(1.15-2.86)\cdot 10^{-3}\cdot 50\cdot\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{0,318}{4(1,15-2,86)10^{-3}\cdot 50\cdot\sqrt{2}}\right)^2}$$

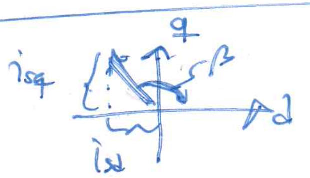
$$= 0.657485252 - 0.965550028 = -0.308064776 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = 107.9426435° \approx 107.9°$$

Svar: 107.9°

---

b)



$$\underbrace{L_{sd} < L_{sq}}_{}\ \ <0$$

$$T_e = \underbrace{\frac{3n_p}{2}\lambda_m i_{sd}}_{T_{e,pm}} + \underbrace{\frac{3n_p}{2}(L_{sd}-L_{sq})\, \underset{>0}{i_{sq}}\, i_{sd}}_{T_{e,reluktans}}$$

$i_{sq} > 0 \Rightarrow$
$T_{e,pm} > 0$

för $T_{e,reluktans} > 0$

måste $i_{sd} < 0 \Rightarrow \beta > 90°$

---

c) $\beta = 107.94°$ $\quad I_{mag} = \sqrt{2}\cdot\frac{I_{rms}}{2}$ $\quad i_{sd} = \sqrt{2}\cdot 25\cos(107.94°) = -10.89..A$

$i_{sq} = \sqrt{2}\cdot 25\sin(107.94°) = 33.636...A$

$T_e = T_L = 0.025\ n_r$

$$\boxed{n_r} = \frac{T_e}{0.025} = \frac{\frac{3n_p}{2}\left[\lambda_m i_{sq} + (L_{sd}-L_{sq})\, i_{sq}\, i_{sd}\right]}{0.025} =$$

$$= \frac{\frac{3\cdot 4}{2}\left[0.318\cdot 33.636 + (1.15-2.86)\cdot 10^{-3}\cdot 33.636\cdot(-10.89)\right]}{0.025} = \boxed{2717.45\text{ rpm}}$$

Svar: 2717 rpm