

Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155). 2025-03-17, 8:30-12:30.

Ansvariga lärare:

Emma Grunditz, ankn. 6010 (031-772 60 10), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Arto Heikkilä, ankn. 5723 (073 0284378), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Examinator: Emma Grunditz

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

Betygsgränser (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

Granskning: Tid och plats anslås på Canvas.

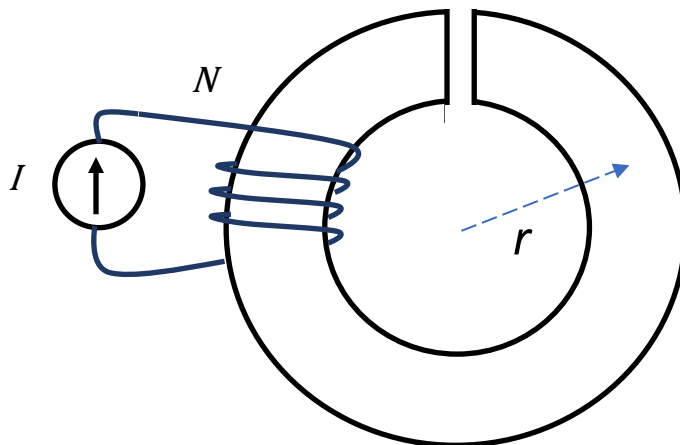
Kom ihåg! Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.

Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.

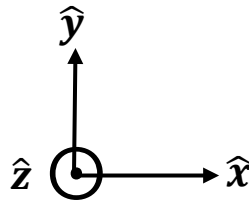
Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

Uppgift 1 (3p)

En magnetisk krets består av en toroidal järnkärna (tvärsnittsarea $2,0 \text{ cm}^2$, medelradie $r=3,0 \text{ cm}$, relativ permeabilitet $\mu_r=2000$), ett luftgap på $1,0 \text{ mm}$ samt en 300 varvs lindning som matas med $1,5 \text{ A}$ likström. **Bestäm** magnetiska flödestätheten (storlek och riktning) och magnetiska fältstyrkan (storlek) i luftgapet. (3p)



I uppgift 2 och 3 används ett koordinatsystem orienterat enligt figuren nedan. Enhetsvektorerna för de tre koordinataxlarna betecknas $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$.



Uppgift 2 (7p) Delfrågorna i denna uppgift är oberoende av varandra

- a) Betrakta ett cirkulärt område (area 4 cm^2) i xy-planet med centrum i origo. I området finns dels ett elektriskt fält, dels två elektriska strömmar:

$$\mathbf{I}_1 = I_1 \hat{y} \text{ och } \mathbf{I}_2 = -I_2 \hat{z} \quad \text{där } I_1 = 0,8 \text{ mA och } I_2 = 0,5 \text{ mA}$$

$$\mathbf{E} = E_z \sin(\omega t) \hat{z} \quad \text{där } E_z = 10^5 \text{ V/m och } \omega = 10^6 \text{ rad/s}$$

Beräkna maximala värdet hos den magnetiska cirkulationen kring områdets rand och **bestäm** cirkulationsriktningen. (3p)

- b) En 0,8 A stark likström drivs i en 100-varvig ledning lindad kring en kvadratisk (sidlängd 20 cm) ram som befinner sig i ett område med ett homogent 0,5 T magnetfält i $+\hat{y}$ riktning. Ramen skall rotera moturs kring z-axeln. Ett av ramens hörn är hela tiden i origo och en av ramens sidor fungerar som rotationsaxel (befinner sig hela tiden på z-axeln). Vid tiden noll är ramen orienterad så att en av de andra sidorna är längs positiva y-axeln.

Vilken riktning har strömmen (vid tiden noll) i den sida av ramen som är rotationsaxel? (2p)

För att ramen skall bibehålla samma rotationsriktning hela tiden behöver strömriktningen ändras med jämna mellanrum. **Hur** är ramen orienterad när strömriktningen ska ändras? (1p)

Bestäm maximala värdet för vridmomentet som utövas på slingan. (1p)

Uppgift 3 (5p)

En elektromagnetisk signal ska detekteras genom att låta dess magnetfält inducera en spänning i en ledande 50-varvig slinga (kvadratisk med sidan $s = 0,12 \text{ m}$) placerad i xz-planet med ett hörn i $(x,z) = (0,0)$, $(0,s)$, $(s,0)$ respektive (s,s) . Till slingan har en $50 \text{ } \Omega$ resistor anslutits.

Magnetfältet varierar med positionen inom slingan samt med avseende på tiden:

$$\mathbf{B}(x, t) = \frac{x}{a} B_0 \ln\left(\frac{t}{\tau}\right) \hat{y} \quad \text{där } a = 0,05 \text{ m, } B_0 = 0,04 \text{ T och } \tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- a) **Hur** hög ström induceras vid tiden $t = \tau$? (3p)

- b) **Bestäm** cirkulationsriktningen för strömmen som induceras i slingan (vid tiden $t = \tau$). **Rita** en figur som illustrerar ditt svar. **Förklara** i detalj hur du resonerar. (2p)

Uppgift 4 (10p)

Du bygger en prototyp av en elektrifierad fyrhjuling som drivs av en separatmagnetiserad likströmsmaskin, via ett batteri på 16 V och en buck-omriktare var till ankarkretsen respektive fältkretsen. Omriktarnas utspänning justeras med deras respektive dutycycles, D_a för den till ankarkretsen och D_f för den till fältkretsen.

Motorns märkdata är: 16 V ankarspänning, 15 A ankarström, 16 V fältspänning, och dess ankarresistans är 0.1Ω , dess ankarinduktans 0.2 mH , det länkade flödet är proportionellt mot fältströmmen med proportionalitets-konstanten 0.1 , fältresistansen 20Ω , och fältinduktansen 0.4 mH . Fordonets lastande moment kan antas vara proportionellt mot varvtalet enligt $T_L = B \omega_r = 0.006 \omega_r \text{ Nm}$. Motorns friktionsförluster kan här försummas.

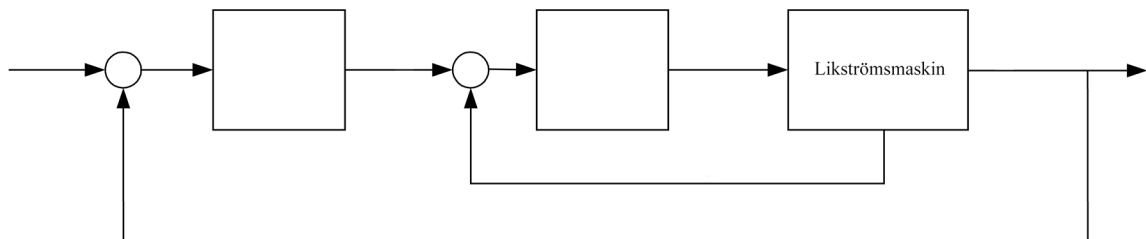
- a) Då båda omriktarna har $D_a=1$ och $D_f=1$, **beräkna** arbetspunkten då motorn driver lasten. dvs. dess varvtal och vridmoment samt motorns verkningsgrad då fältkretsens inverkan försummas. (Vid behov anta lämpliga värden.) (3p)
- b) Moment-varvtalskaraktäristik: (4p)
 - i. **Skissa** maskinens moment-varvtals-karaktäristik vid matning med $D_a=1$ och $D_f=1$, samt med $D_a=1$ och $D_f=0.9$ och **markera** vilken graf som representerar vilken matningsspänning, alltså skall totalt 2 grafer ritas.
 - ii. För $D_a=1$ och $D_f=1$, **beräkna** och **märk** ut tomgångsvarvtal och kipp-moment.
 - iii. **Skissa** lastens momentvarvtalskaraktäristik och **markera** den eller de arbetspunkter som maskinen kan driva lasten i med de två fallen av matningsspänning.
- c) Om maskinens ankarkrets istället kopplas in till en strömkälla som ger märkström tar det 2 s för maskinen att accelerera från stillastående till tomgångsvarvtalet från uppgift b) ii. **Uppskatta** tröghetsmomentet. (2p)
- d) Det slutgiltiga fordonet skall kunna köras framåt och backa, samt kunna bromsas med elmaskinen. Av de olika omriktarna vi studerat i kursen, **ange** vilken som skulle behöva användas för att mata elmaskinens ankarkrets, och **motivera** ditt svar. (1p)

Uppgift 5 (6p)

- a) **Rita** ett ekvivalent blockschema i s-planet för relationen nedan, med v och ω_r som insignaler och i som utsignal. Ingen härledning behöver redovisas. (1p)

$$L \frac{di}{dt} = v - Ri - \lambda \omega_r$$

- b) En likströmsmaskin skall ström-/moment- och varvtalsstyras med en yttre och en inre reglerloop enligt nedan förenklade figur. **Rita** av figuren och **ange** följande i din figur: (2p)
- lämplig regulator i vart och ett av de två tomma blocken
 - vad varje signal representerar i sammanhanget, inklusive fysikalisk tolkning
 - saknad information i samband med de två cirkelarna

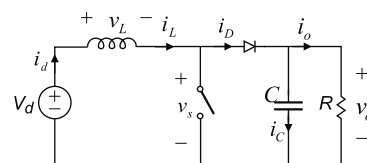


- c) **Härled** en lämplig varvtalsregulator för en likströmsmaskin (som vi studerat i kursen: separat- och permanent-magnetiserad) och **ta fram** ett uttryck för dess regulatorparametrar med bandbredden α_ω . Under härledningen, glöm inte att: (2.5p)
- redogöra för nödvändiga antaganden inklusive hur lastmomentet hanteras under härledningen
 - rita ett reducerat blockdiagram för det slutna reglersystemet
 - motivera valet av överföringsfunktion för det slutna reglersystemet
- d) **Föreslå** en lämplig bandbredd på strömregulatorn α_c . (0.5p)

Uppgift 6 (7p)

För att mata en last med en konstant likspänning används Boostomriktaren nedan. Inspänningen varierar mellan $V_{d,min}$ och $V_{d,max}$, medan utspänningen v_o hålls konstant genom att justera dutycyklen D för olika värden på inspänningen. Spänningarna och övriga parametrar är:

Spänning	Värde	Parameter	Värde
$V_{d,min}$	5 V	R	20Ω
$V_{d,max}$	12 V	L	$15 \mu\text{H}$
v_o	48 V	C	0.1 mF
		f_s	50 kHz



- a) **Härled** sambandet mellan in- och utspänning som funktion av dutycyklen D , samt **beräkna** nödvändigt intervall på dutycyklen för att hålla utspänningen konstant då inspänningen varierar enligt tabellen ovan. (2p)
- b) För valfritt värde på V_d inom dess intervall, **skissa** $v_L(t)$, $v_s(t)$, $i_L(t)$, $i_D(t)$, och $i_o(t)$ för två switch perioder (T_s). **Markera** spänningsnivåer på axlarna, samt om switchen leder eller ej. Ingen härledning behöver redovisas. (3p)
- c) **Kontrollera** om omriktaren arbetar i CCM då inspänningen är som lägst och högst. (2p)

Uppgift 7 (8p)

En Y-kopplad 6-polig asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar:

$R_s=0.19 \, \Omega$, $X_s=0.62 \, \Omega$, $R'_r=0.18 \, \Omega$, $X'_r=0.23 \, \Omega$ och $X_m=13 \, \Omega$.

- Vid tomgång (olastad maskin) **bestäm** maskinens varvtal. (1p)
- Vid en eftersläpning på 4%, **beräkna** maskinens axeleffekt, det utvecklade vridmomentet och effektfaktorn. (5p)
- Förklara** orsaken till namnet *asynkronmaskin* och varför anledningen är nödvändig för motorns funktion. (2p)

Uppgift 8 (4p)

En permanent-magnetiserad synkronmotor matas med en växelriktare så den kan driva en last vars lastmoment ökar linjärt med varvtalet enligt $T_L(n_r) = 0.025n_r$. Maskinens parametrar är: statorresistans $0.1 \, \Omega$, stator induktans i d-led $1.15 \, mH$, statorinduktans i q-led $2.86 \, mH$, länkat flöde från magneten $0.318 \, Wb$, antal polpar 4. Maskinens märkdata är: effekt $60 \, kW$, fasspänning $420 \, V$ rms, fasström $50 \, A$ rms, varvtal $4000 \, rpm$

- Bestäm** MTPA-strömvinkeln vid märkström. (1p)
- Förklara** varför MTPA-strömvinkeln blir mer än 90° för denna maskin. (1p)
- Om MTPA-strömvinkeln används, **bestäm** vid vilket varvtal maskinen driver lasten vid halva märkströmmen. (2p)

Formelblad för elektromagnetismdelen av EEN155 Läsåret 2024/2025

Konstanter

Elektronens laddning: $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronens massa: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittiviteten i vakuum:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

Permeabiliteten i vakuum: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H / m}$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

Fältstyrkor, flödestätheter, flöden, energitäthet

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$w_e = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

$$w_m = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} = \frac{\mu H^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \int_{\text{yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \int_{\text{yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{\text{yta}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \int_{\text{yta}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \{\text{om } \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\} \\ &= \mathbf{S} \cdot \mathbf{A} \end{aligned}$$

Maxwells ekvationer

Gauss lagar (flöden genom slutna ytor):

$$\Phi_e = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innesluten}}$$

$$\Phi_m = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Amperes lag

Cirkulationen av magnetisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av strömmar och tidsvarierande elektriskt flöde:

$$\oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{omsluten}} = I_{\text{ledning}} + I_{\text{förskjutning}}$$

$$I_{\text{förskjutning}} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

Faradays lag

Inducerad ems = cirkulationen av elektrisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av tidsvarierande magnetflöde:

$$ems = \oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

[Högerledet multipliceras med N om induktionen sker i en N - varvig ledande slinga.]

Ledare i rörelse i B-fält:

$$\begin{aligned} \text{Inducerad } ems &= \int_{\text{längs ledaren}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \\ &\left\{ \begin{array}{l} \text{om ledarlängd} = l, \\ \text{och } \mathbf{v}, \mathbf{B} \text{ och } \mathbf{l} \text{ alla vinkelräta mot varandra} \end{array} \right\} = \\ &lvB \end{aligned}$$

Kraft, vridmoment, magnetiskt moment

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = \int_{\text{ledaren}} I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

[Multiplikeras med N om strömförande slingan har N varv.]

Magnetiska kretsar

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Magnetomotorisk kraft (mmk) hos källa:

$$\mathcal{F}_m = N I$$

Flöde genom källa: $\Phi = \frac{\mathcal{F}_m}{\mathcal{R}_{total}}$

Amperes lag i en magnetisk krets:

$$\mathcal{F}_{m,total} - \sum_i H_i \cdot l_i = 0$$

Kondensator

$$Q = C U$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

Induktor

$$\Phi = L I$$

$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$ (i kretsteori används oftast ett plustecken istället)

E-fält och B-fält i några geometrier

utanför sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

utanför cylindersymmetrisk laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

utanför plan laddningsfördelning:

$$E = \frac{Q/A}{2 \cdot \epsilon}$$

kring oändligt lång, tunn rak strömförande ledare:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

utanför strömförande platta:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2b}$$

inne i en toroid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

inne i en solenoid:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

längs axeln till en flat spole:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

koaxialledning:

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{ytter}}{r_{inner}}\right)} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_{inner}^2} \quad (\text{då } r < r_{inner})$$

plattledning (två parallella plattor):

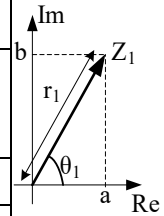
(formlerna gäller i området mellan plattorna)

$$E = \frac{Q}{A \cdot \epsilon} = \frac{U}{d} \quad (\text{samma som för plattkondensator})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{b} \quad (\text{samma som för plattinduktor})$$

Formelsamling EEN155 2025

Komplexa tal
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$
a och c är realdelen och b och d är imaginärdelen av de komplexa talen. r_1 och r_2 är beloppet, modulen eller längden (radien) θ_1 och θ_2 är vinkeln av de komplexa talen på polär form
$Z_1 \pm Z_2 = a \pm c + j(b \pm d)$ addition, subtraktion
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$
$ Z = Z^* = \sqrt{ZZ^*}$



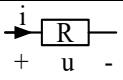
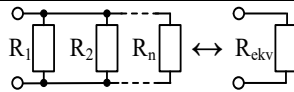
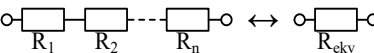
Andragradsekvation	$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
---------------------------	--

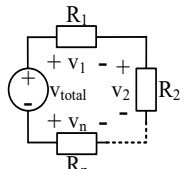
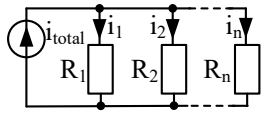
Medelvärde är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T.	
Medelvärde av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Några medelvärden av olika funktioner:	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

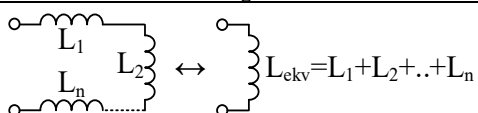
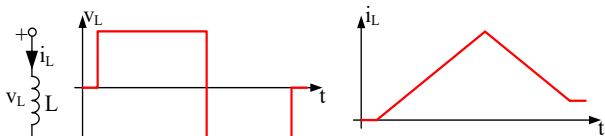
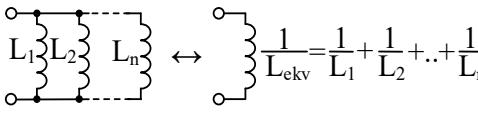
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$, över en period T definieras som $X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

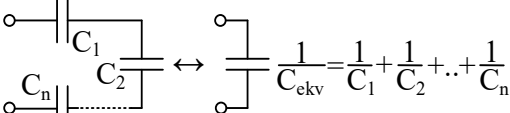
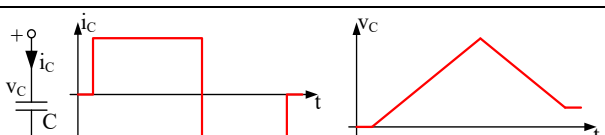
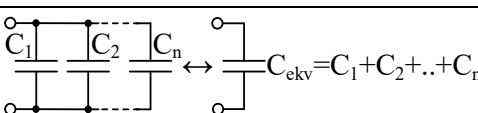
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

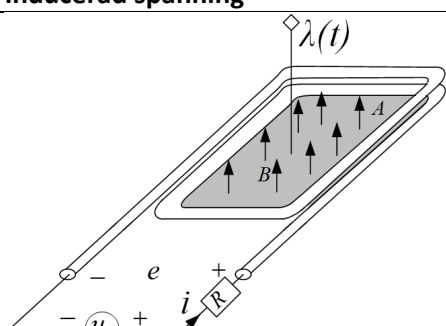
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel: $V_1 - Z_1 I_a - Z_2 (I_a - I_b) - V_I = 0$	

Likström		
Ohms lag: $U = R \cdot I$		Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$
Parallellkoppling av n resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av n resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de n seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömdelning, de n parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
			För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Induktans (transient)		Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög		Serie
		Parallell

Kapacitans (transient)		Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} C v(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg		Serie
		Parallell

Inducerad spänning		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, e , i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen u på spolen enligt kretsen, så blir sambandet $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ där R representerar spolens lindnings-resistans.

Stationär växelström, AC. jw-metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

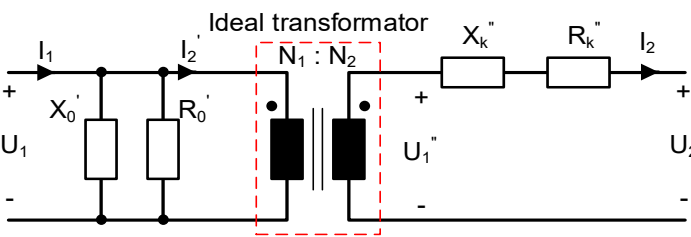
$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där U är spänningsvisaren för spänningen över elementet och I^* är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är U_{RMS} RMS-värdet av spänningen över elementet och I_{RMS} RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S = U I = U_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P = S \cos(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q = S \sin(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAr]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R = Z \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X = Z \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

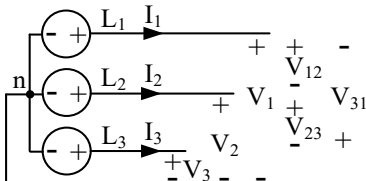
För ett rent resistivt element, R $P_R = U_{R,RMS} I_{R,RMS} =$ $= \frac{U_{R,RMS}^2}{R} = R I_{R,RMS}^2$ $Q_R = 0$	För ett rent induktivt element, L $P_L = 0$ $Q_L = U_{L,RMS} I_{L,RMS} =$ $= \frac{U_{L,RMS}^2}{X_L} = X_L I_{L,RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element, C $P_C = 0$ $Q_C = -U_{C,RMS} I_{C,RMS} =$ $= -\frac{U_{C,RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{C,RMS}^2$
--	--	--

Transformatorn	
Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är  Där: U_1 är fasspänning på primärsidan I_1 är fasström på primärsidan U_2 är fasspänning på sekundärsidan. I_2 är fasström på sekundärsidan.	Transformatorns impedanser: X_0' är tomgångs-reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster. R_0' är tomgångs-resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster. X_k'' är serie-reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster. R_k'' är serie-resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.
Ideal transformator	
Omsättning $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_1'} = \frac{I_2}{I_1'} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}$	Impedans transformering $\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2$

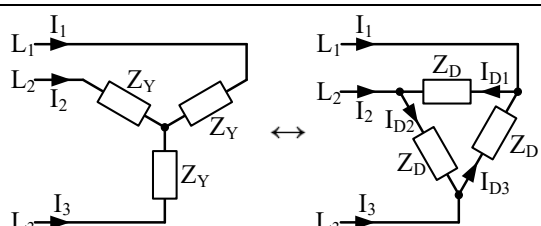
3-fas växelspanning

Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvidna de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

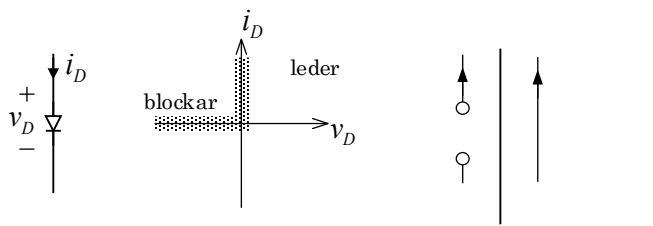
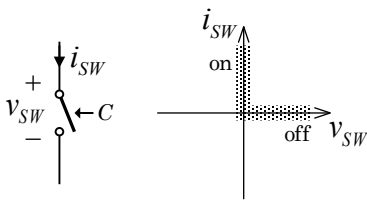
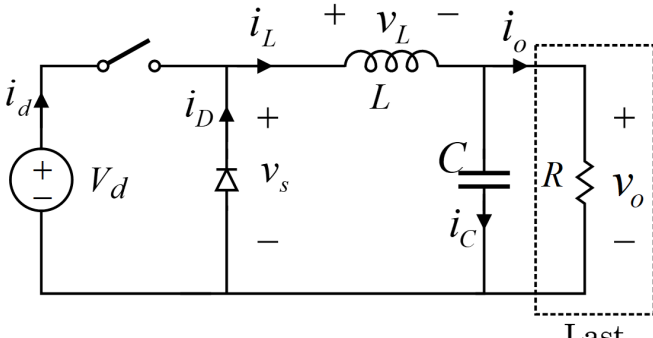
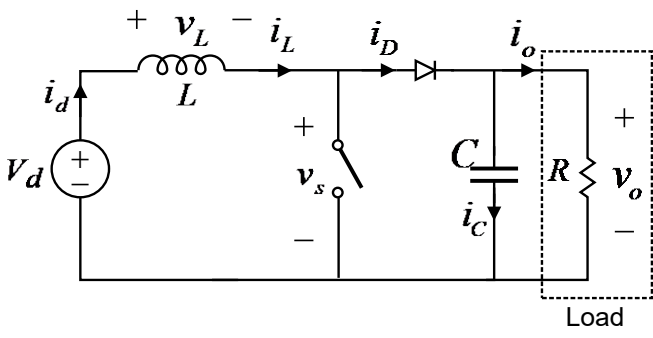
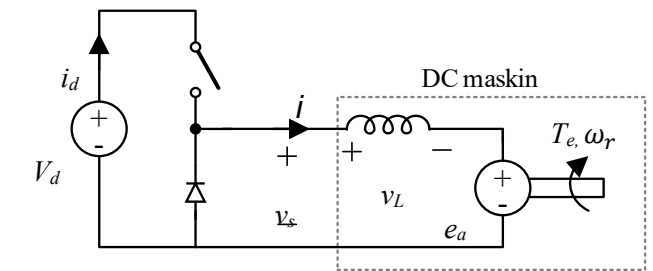
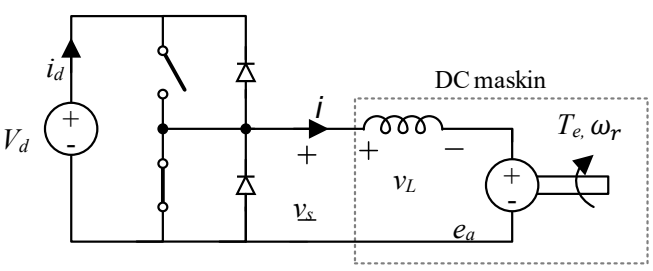
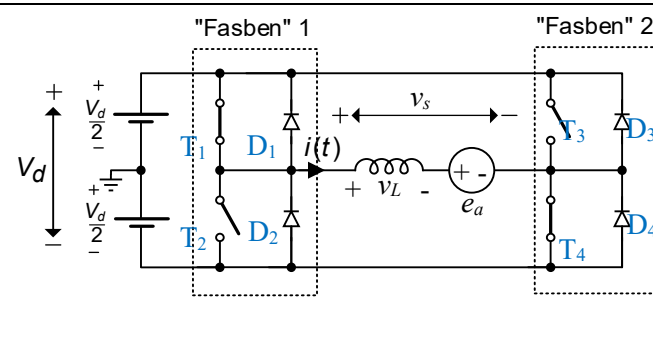
En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ där V_f är fasspänningens RMS-värde.	En symmetrisk trefasström kan beskrivas som $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ där I_f är fasströmmens RMS-värde
---	--

Fasspänningen mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan). Huvudspänning mäts mellan två faser, t.ex. $V_{12} = V_h \angle 30^\circ$ där $V_h = \sqrt{3}V_f$ $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$ $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$	
--	--

Total 3-faseffekt beräknas generellt enligt $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.	Total 3-faseffekt beräknas i en symmetrisk krets som $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ där S_1, P_1, Q_1 är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.
--	---

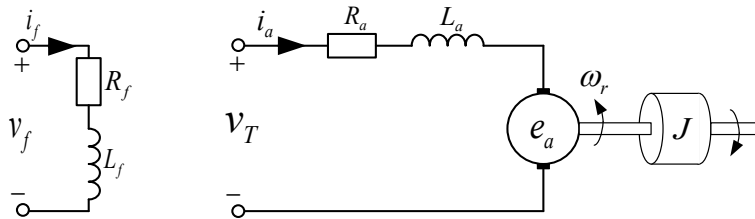
DY-transformation, D=delta För att få samma fasströmmar, I_1, I_2 och I_3, med en ekvivalent Y-kopplad last, $Z_{Y,ekv}$, som med en D-kopplad last, Z_D: $Z_{Y,ekv} = Z_D / 3$ För fasspänning av D-kopplade källor gäller $V_{1,Yekv} = V_{12,D} / \sqrt{3}$	
---	--

Kraftelektronik

Diod 	Switch (IGBT eller MOSFET)  Blockerar negativ ström (som en verklig transistor)
Buck 	Boost 
1-kvadrant omriktare med likströmsmotor 	2-kvadrant omriktare med likströmsmotor 
4-kvadrant omriktare med likströmsmotor 	En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden t_0, så skall följande gälla för vågformen $x(t)$: $x(t_0 + nT) = x(t_0)$ where $n = 1, 2, 3, \dots$ För en induktans i stationärtillstånd gäller: $v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)$ För en kondensator i stationärtillstånd gäller: $i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)$

Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



v_T = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

i_a = Ankarström [A]

R_a = Ankarresistans [Ω]

L_a = Ankarinduktans [H]

e_a = motemk (inducerad sänning) [V]

λ = Länkatflöde [Wb], [Vs]

v_f = Fältspänning [V]

i_f = Fältström [A]

R_f = Fältresistans [Ω]

L_f = Fältinduktans [H]

ω_r = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

n_r = Rotorns varvtal [RPM] = $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

J = tröghetsmoment (inertia) [kgm^2]

$T_e = T_{dev}$ = producerat vridmomentet [Nm]

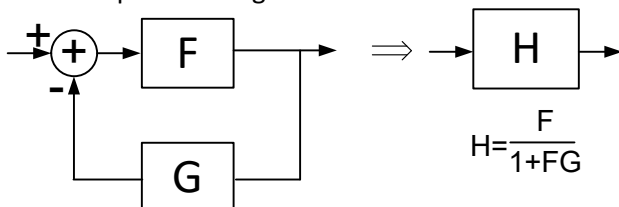
T_L = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$ = Mekanisk axeleffekt [W]

Dynamisk modell	Stationär modell ($\frac{dx}{dt} = 0$)	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$

Reglering

Block manipulationsregel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1:

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

α är bandbredden [rad/s]

Tidskonstanten (0%-63% av slutvärdet):

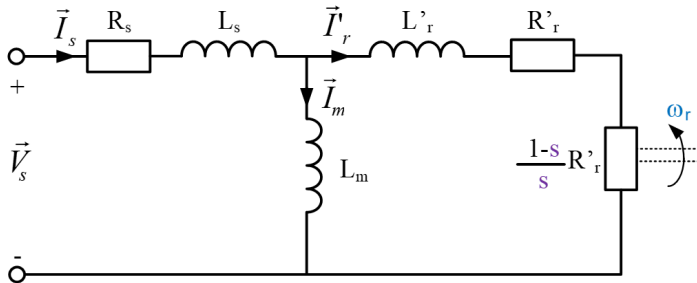
$$\tau = \frac{1}{\alpha}$$

Stigtiden (10%-90% av slutvärdet):

$$t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



P antal poler

$$n_p \text{ polpar-tal} = \frac{P}{2}$$

$$\omega_s \text{ stator-spänningens (el.) vinkelfrekvens [rad/s]} = 2\pi f_s$$

$$n_s \text{ mekaniskt synkront varvtal [RPM]} = \frac{60f_s}{n_p} = \frac{120f_s}{P}$$

$$\omega_r \text{ rotorns elektriska vinkelfrekvens} = \Omega_r n_p$$

$$\Omega_r \text{ rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]} = \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$n_r \text{ rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM]} = \frac{30}{\pi} \Omega_r$$

$$\text{Eftersläpning (slip): } s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

$\vec{V}_s$ stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$ stator-ström (stationär AC i komplex form)

R_s statorresistans, R'_r rotorresistans

L_s statorns läckinduktans

L_r rotorns läckinduktans

L_m magnetiseringsinduktans

$$\text{Axeffekt: } P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2$$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd: $T_L = T_e$

$$\text{Statoreffekt: } P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$$

Statorns lindningsförluster:

$$P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2 = 3 R_s I_{s,rms}^2$$

$$\text{Rotorns lindningsförluster: } P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$$

$$\text{Luftgapseffekt: } P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |I'_r|^2$$

$$\text{Start-vridmoment (s=1): } T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s / n_p}$$

Space vectors

Transformation från tre-fas till två-fas i stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet $s_a(t)$, $s_b(t)$, $s_c(t)$ till $\alpha\beta$

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = \frac{2}{3} K \left(s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Transformera $\alpha\beta$ storhet $\underline{s}^{\alpha\beta}$ till 3-fas s_a , s_b , s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformation från $\alpha\beta$ till dq i roterande koordinatsystem

Transformations vinkeln, θ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

Transformera $\alpha\beta$ storhet, $\underline{s}^{\alpha\beta}$, till dq-systemet, $\underline{s}^{dq}$

$$\underline{s}^{dq} = s_d + js_q = \underline{s}^{\alpha\beta} e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet, $\underline{s}^{dq}$, till $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = s_\alpha + js_\beta = \underline{s}^{dq} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

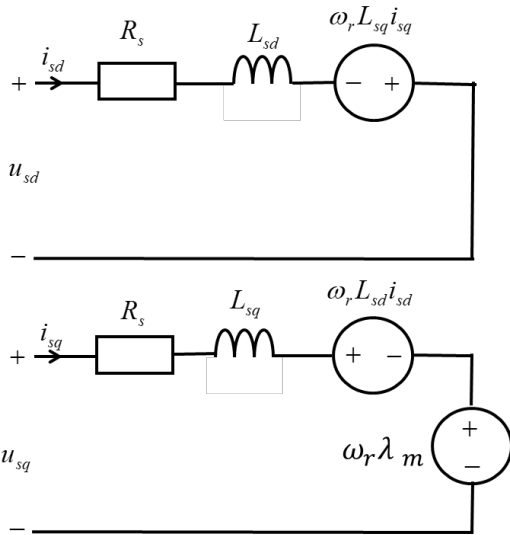
Amplitud-invariant skalning: $K = 1 \Rightarrow |\underline{s}^{dq}| = |\underline{s}^{\alpha\beta}| = \hat{s}_a = \hat{s}_b = \hat{s}_c$

Momentan effekt i tre-fas-system kan beräknas som:

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\}$$

Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens f_s och vinkelfrekvensen ω_s . Gäller för amplitud-invariant transformation:



n_p polpartal

ω_s statorspänningens vinkelfrekvens $= 2\pi f_s$

ω_r rotorns elektriska vinkelfrekvens [rad/s] $= \Omega_r n_p$

$\omega_s = \omega_r$

Ω_r rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s] $= \frac{\omega_r}{n_p}$

n_s mekaniskt synkront varvtal [RPM] $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

n_r rotorns mekaniska varvtal [RPM] $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$n_s = n_r$

R_s stator-resistans

L_{sd} stator-induktans i d-riktning

L_{sq} stator induktans in q-riktning

λ_m länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$ dq-stator-spänning $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$ dq-stator-ström $= i_{sd} + j i_{sq}$

$$I_{mag} = \sqrt{2} I_{rms} = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}$$

Statorspänning:

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd: $T_L = T_e$

$$\text{Axel-effekt: } P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Stator-effekt: } P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$$

$$\text{Statorns lindningsförluster: } P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$$

MTPA:

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

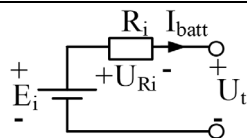
Ström vid känd MTPA-vinkel och referensmoment:

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq})\cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq})\sin(\beta)\cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq})\cos(\beta)}\right)^2}$$

Batteri

Ett batteri kan modelleras som:



E_i intern spänning, från kemisk reaktion

R_i ekvivalent intern batteri-resistans

I_{batt} ström ut från batteriets terminaler

U_{Ri} internt spänningsfall i batteriet $= R_i I_{batt}$

U_t terminal-spänning $= E_i - R_i I_{batt}$

P_i effekt från kemiska reaktioner $= E_i I_{batt}$

P_{ut} batteriets ut-effekt $= U_t I_{batt}$

P_{Ri} effektförlust i batteriet $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$