

## **Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155).**

**2025-06-10, 8:30-12:30.**

### **Ansvariga lärare:**

Emma Grunditz, ankn. 6010 (031-772 60 10), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Arto Heikkilä , ankn. 5723 (073 0284378), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

**Examinator:** Emma Grunditz

### **Tillåtna hjälpmedel:**

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

### **Betygsgränser** (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

**Granskning:** Tid och plats anslås på Canvas.

**Kom ihåg!** Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.  
Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.  
Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

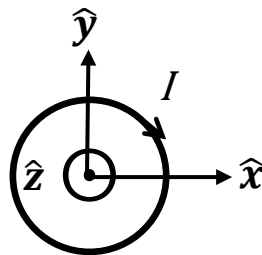
## Uppgift 1 (5p)

En magnetisk krets består av en järnkärna (tvärsnittsarea  $3,0 \text{ cm}^2$ , relativ permeabilitet  $\mu_r=2200$ ), ett 3 mm luftgap samt en lindning som matas med 1,2 A likström. Kretsens sammanlagda reluktans är  $8,4 \cdot 10^6 \text{ 1/H}$ . Den magnetiska flödestätheten i luftgapet ska vara 0,35 T.

**Bestäm** antalet varv i lindningen, den magnetiska fältstyrkans storlek i järnkärnan och medelväglängden för magnetflödet i järnkärnan. (5p)

## Uppgift 2 (4p)

Ett rumsområde genomkorsas av ett homogent magnetfält  $\mathbf{B} = B_0(-\hat{x} + \hat{y})$  med  $B_0=0,5 \text{ T}$ . I området finns också en cirkelformad 50-varvig slinga (radie 5 cm). En 2,0 A stark likström drivs medurs i slingan. Vid tiden  $t_0$  befinner sig slingan i  $\mathbf{xy}$ -planet med slingcentrum i origo:



Enhetsvektorererna för de tre koordinataxlarna betecknas  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ .

**Bestäm** vridmomentet (storlek och riktning, ange riktningen som en vinkel relativt relevant axel) som magnetfältet utövar på slingan. (4p)

## Uppgift 3 (6p)

En ledare formad som en rektangulär sluten slinga är placerad i  $\mathbf{xy}$ -planet (samma koordinatsystem som i uppgift 2). Slingans hörn har koordinaterna  $(x, y) = (-a, 0), (-a, b), (a, 0)$  respektive  $(a, b)$  där  $a = \frac{\pi}{12} \text{ m}$  och  $b = 0,01 \text{ m}$ .

I området finns ett magnetfält. Dess riktning samt variation med avseende på position och tid beskrivs av uttrycket:

$$\mathbf{B}(x, t) = B_z \sin(\omega t) \cos(kx) \hat{z}$$

där  $B_z = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ,  $\omega = 1,8 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$  och  $k = 6 \text{ rad/m}$

a) **Hur** hög spänning (polaritet behöver ej anges) induceras i slingan vid tiden  $t = 0$ ? (4p)

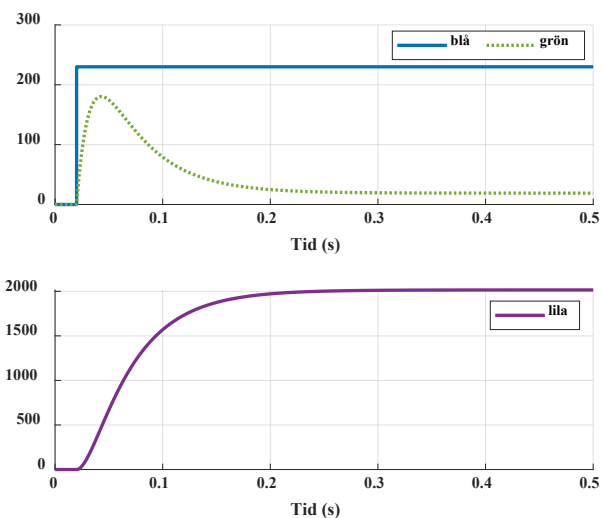
b) **Bestäm** cirkulationsriktningen för strömmen som induceras i slingan (vid tiden  $t = 0$ ).

**Rita** en figur som illustrerar ditt svar. **Förklara** i detalj hur du resonerar. (2p)

## Uppgift 4 (11p)

En likströmsmaskin har följande märkdata: effekt 4 kW, fältspänning 200 V, ankarspänning 230 V varvtal 2000 rpm. Dess fältresistans är  $100\ \Omega$ , det länkade flödet är proportionellt mot fältströmmen med proportionalitetskonstanten  $0.5\ \text{Wb/A}$ , och ankarresistansen är  $1\ \Omega$ .

- a) Vid märkspänning, **beräkna:** (2p)
- tomgångsvarvtalet
  - vridmomentet när maskinen står still.
- b) **Skissa** approximativt i samma figur, moment-varvtals-karakteristiken för maskinen med märkspänning samt med fältspänningen reducerad till 90% av märkvärdet; dvs. totalt två grafer i figuren.
- Numeriska värden behöver inte beräknas, men korrekta relativa förhållanden mellan de två fallen skall tydligt framgå i figuren, och axlarnas fysikaliska storheter skall anges. (2p)
- c) Vid ett driftfall med märkspänning driver maskinen en last vars lastande moment är 80% av märkmomentet och oberoende av varvtalet. Då maskinen driver lasten, **beräkna:** (5p)
- motEMK'n
  - förlusteffekten i ankarkretsen
  - maskinens verkningsgrad (utan hänsyn till fältkretsen).
- d) **Ange** vilket specifikt förlopp för likströmsmaskinen som visas i figuren till höger.
- Rita** av figuren och **ange** vad för signaler de tre graferna representerar (blå, grön, och lila).
- I samma figur, **skissa** approximativt hur motEMK'n ser ut under förloppet. (2p)



## Uppgift 5 (6p)

- c) **Rita** ett fullständigt blockschema för en permanentmagnetiserad likströmsmaskin med ett externt lastande moment,  $T_{L,ext}$ . Maskinens interna friktionsmoment kan antas linjärt proportionellt mot vinkelhastigheten med proportionalitetskonstanten  $b$ . **Ange** vad parametrarna och signalerna mellan blocken representerar (visa inte härledning). (3p)
- d) För en strömreglerad likströmsmaskin, **uttryck** strömregulatorns reglerparametrar som funktion av motorparameterar samt av stigtiden för strömstegsvaret,  $t_{r,c}$  (se formelsamlingen). Fullständig härledning behöver inte redovisas. (2p)
- e) För en strömreglerad likströmsmaskin, **ange** vilken typ av signal som regulatorns utsignal representerar och **ange** vilken typ av komponent som realiserar den till maskinen. (1p)

## Uppgift 6 (7p) Delfrågorna i denna uppgift är oberoende av varandra

- a) För både Buck och Boost omriktarna i formelsamlingen, **rita** spänningen  $v_s(t)$  och strömmen genom motsvarande gren, under en switchperiod då dutycyclen är 0.4. **Redogör** även för två relevanta antaganden. I ditt svar, kom ihåg att:
- deklarerat vald referensriktning för strömmen i vardera kretsen.
  - indikera relevanta spänningsnivåer när ni ritar  $v_s(t)$ .
  - indikera under vilken tid switcharna leder respektive blockerar.
  - ingen härledning behöver redovisas. (3p)
- b) En Buck-omriktare med resistanslast har nedanstående parametrar samt intervaller för inspänning och lastström. **Beräkna** den lägsta switchfrekvensen för att omriktaren i samtliga driftfall skall kunna arbeta i continuous conduction mode (CCM). (4p)
- $20V \leq V_d \leq 40V$        $V_o=12V$        $L=200 \mu H$        $C=390 \mu F$        $0.5 A \leq I_o \leq 8 A$

## Uppgift 7 (7p)

En Y-kopplad 8-polig asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar:  $R_s=1.3 \Omega$ ,  $R'_r=1.2 \Omega$ ,  $X_s=3 \Omega$ ,  $X'_r=3 \Omega$  och  $X_m=40 \Omega$ .

- a) Vid tomgång (olastad maskin), **rita** asynkronmaskinens ekvivalenta kretsschema där relevanta givna parametrar anges och **bestäm**: (5p)
- i. dess varvtal
  - ii. statorns fasström
  - iii. den aktiva och reaktiva effekten från elnätet
- b) **Förklara** varför elektriska maskiner ofta innehåller en järnkärna och **förklara** varför denna ofta är laminerad. (2p)

## Uppgift 8 (4p)

En permanent-magnetiserad synkronmotor har följande parametrar:  $R_s = 0.8 \Omega$ ,  $L_{sd} = 4 mH$ ,  $L_{sq} = 24 mH$ ,  $\lambda_m = 0.22 Wb$ , och följande märkdata:  $P_m = 2.6 kW$ ,  $n_s = 1500 RPM$ ,  $U_{s,m} = 130 V$  rms fas-spänning,  $f_s = 50 Hz$ ,  $I_{s,m} = 15 A$  rms.

- a) Med märkström, **beräkna** utvecklat vridmoment vid en strömvinkel,  $\beta_i$  på  $100^\circ$  relativt den positiva  $d$ -axeln. (2p)
- b) Vid ett utvecklat vridmoment på 15 Nm, **bestäm** vilken av de två strömvinklarna,  $\beta_i$ ,  $120^\circ$  eller  $140^\circ$  relativt den positiva  $d$ -axeln, som ger lägst förlust i statorlindningen. (2p)

# Formelblad för elektromagnetismdelen av EEN155 Läsåret 2024/2025

## Konstanter

Elektronens laddning:  $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronens massa:  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittiviteten i vakuum:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

Permeabiliteten i vakuum:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H / m}$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

## Fältstyrkor, flödestätheter, flöden, energitäthet

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$w_e = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

$$w_m = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} = \frac{\mu H^2}{2}$$

$$\Phi_m = \int_{\text{yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

$$\Phi_e = \int_{\text{yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{D} \cdot \mathbf{A}$$

$$I = \int_{\text{yta}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}$$

$$P = \int_{\text{yta}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}$$

## Maxwells ekvationer

**Gauss lagar** (flöden genom slutna ytor):

$$\Phi_e = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innesluten}}$$

$$\Phi_m = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

## **Amperes lag**

Cirkulationen av magnetisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av strömmar och tidsvarierande elektriskt flöde:

$$\oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{omsluten}} = I_{\text{ledning}} + I_{\text{förskjutning}}$$

$$I_{\text{förskjutning}} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

## **Faradays lag**

Inducerad  $ems$  = cirkulationen av elektrisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av tidsvarierande magnetflöde:

$$ems = \oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

[Högerledet multipliceras med  $N$  om induktionen sker i en  $N$ - varvig ledande slinga.]

Ledare i rörelse i B-fält:

$$\text{Inducerad } ems = \int_{\text{längs ledaren}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{om ledarlängd} = l, \\ \text{och } \mathbf{v}, \mathbf{B} \text{ och } \mathbf{l} \text{ alla vinkelräta mot varandra} \end{array} \right\} =$$

$$lvB$$

**Kraft, vridmoment, magnetiskt moment**

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = \int_{\text{ledaren}} I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

[Multiplikeras med  $N$  om strömförande slingan har  $N$  varv.]

**Magnetiska kretsar**

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Magnetomotorisk kraft (mmk) hos källa:

$$\mathcal{F}_m = N I$$

Flöde genom källa:  $\Phi = \frac{\mathcal{F}_m}{\mathcal{R}_{total}}$

Amperes lag i en magnetisk krets:

$$\mathcal{F}_{m,total} - \sum_i H_i \cdot l_i = 0$$

**Kondensator**

$$Q = C U$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

**Induktor**

$$\Phi = L I$$

$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$  (i kretsteori används oftast ett plustecken istället)

**E-fält och B-fält i några geometrier**

**utanför sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

**utanför cylindersymmetrisk laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

**utanför plan laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q/A}{2 \cdot \epsilon}$$

**kring oändligt lång, tunn rak strömförande ledare:**

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

**utanför strömförande platta:**

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2b}$$

**inne i en toroid:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

**inne i en solenoid:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

**längs axeln till en flat spole:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

**koaxialledning:**

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{ytter}}{r_{inner}}\right)} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (\text{då } r_{inner} \leq r \leq r_{ytter})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_{inner}^2} \quad (\text{då } r < r_{inner})$$

**plattledning (två parallella plattor):**

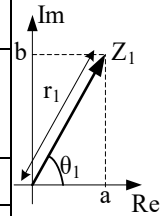
(formlerna gäller i området mellan plattorna)

$$E = \frac{Q}{A \cdot \epsilon} = \frac{U}{d} \quad (\text{samma som för plattkondensator})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{b} \quad (\text{samma som för plattinduktor})$$

## Formelsamling EEN155 2025

|                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Komplexa tal</b>                                                                                                                                                                                                             |
| $Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$                                                                             |
| $Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$                                                                             |
| $a$ och $c$ är realdelen och $b$ och $d$ är imaginärdelen av de komplexa talen.<br>$r_1$ och $r_2$ är beloppet, modulen eller längden (radien)<br>$\theta_1$ och $\theta_2$ är vinkeln av de komplexa talen på polär form       |
| $Z_1 \pm Z_2 = a \pm c + j(b \pm d)$ addition, subtraktion                                                                                                                                                                      |
| $Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat                                                                                                                                  |
| $Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$                                                                          |
| $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$ |
| $ Z  =  Z^*  = \sqrt{ZZ^*}$                                                                                                                                                                                                     |



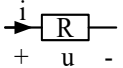
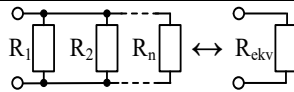
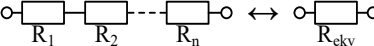
|                           |                                                                            |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| <b>Andragradsekvation</b> | $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------|

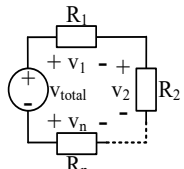
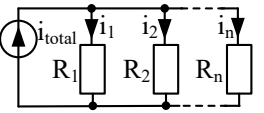
|                                                                                                                                         |                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Medelvärde</b> är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid T.                               |                                                                                              |
| Medelvärde av en signal, $x(t)$ , över en period T definieras som<br>$X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$ |                                                                                              |
| Några medelvärden av olika funktioner:                                                                                                  | $\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där a är en konstant                               |
| $\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$                                            | $\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$ |

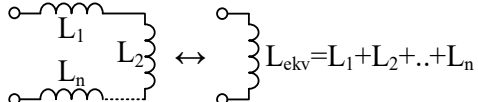
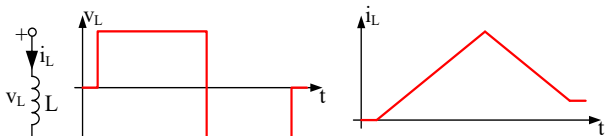
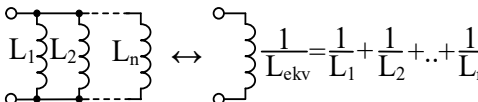
|                                                                                                                                                         |                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)</b>                                                                                                            |                                                                                                                          |
| Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$ , över en period T definieras som<br>$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}$ |                                                                                                                          |
| Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:                                                                                                   | $\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där a är en konstant                                                |
| $\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$                                | $\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$ |

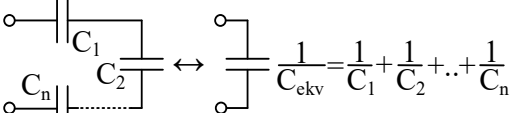
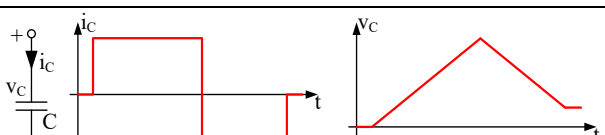
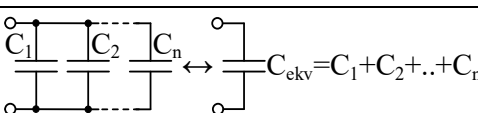
|                                                                                                                                          |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <b>Kirchhoffs strömlag, KCL</b>                                                                                                          |  |
| Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den.<br>Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$ |  |

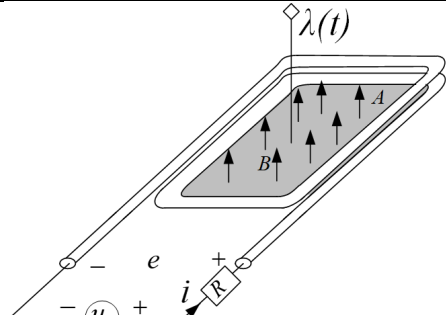
|                                                                                                                       |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <b>Kirchhoffs spänningslag, KVL</b>                                                                                   |  |
| Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll.<br>Exempel:<br>$V_1 - Z_1 I_a - Z_2 (I_a - I_b) - V_1 = 0$ |  |

| Likström                                                                                                            |                                                                                   |                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Ohms lag: $U = R \cdot I$                                                                                           |  | Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$         |
| Parallellkoppling av $n$ resistanser<br>$\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$ |  | För två parallellkopplade resistanser:<br>$R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ |
| Seriekoppling av $n$ resistanser<br>$R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$                                             |  | För två seriekopplade resistanser:<br>$R_{ekv} = R_1 + R_2$                     |

|                                                                                                                                                                         |                                                                                   |                                                                                                                                                                                                               |                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Spänningsdelning, de $n$ seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt:<br>$\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$ |  | Strömdelning, de $n$ parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt:<br>$\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$ |  |
|                                                                                                                                                                         |                                                                                   |                                                                                                                                                                                                               | För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$                            |

| Induktans (transient)                                                                              |                                                                                     | Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Induktansens spänning ström karakteristik<br>$v_L = L \frac{di_L}{dt}$<br>Induktansen är strömtrög |   | Serie                                     |
|                  |  | Parallell                                 |

| Kapacitans (transient)                                                                                   |                                                                                      | Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} C v(t)^2$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Kapacitansens spänning ström karakteristik<br>$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$<br>Kapacitansen är spänningströg |  | Serie                                      |
|                       |  | Parallell                                  |

| Inducerad spänning                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, $e$ , i spolen<br>$e = \frac{d\lambda}{dt}$<br>Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen. | Om vi applicerar spänningen $u$ på spolen enligt kretsen, så blir sambandet<br>$u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$<br>där $R$ representerar spolens lindnings-resistans. |



**Stationär växelström, AC. jw-metoden (den komplexa metoden)**

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top}/\sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top}/\sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspanning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

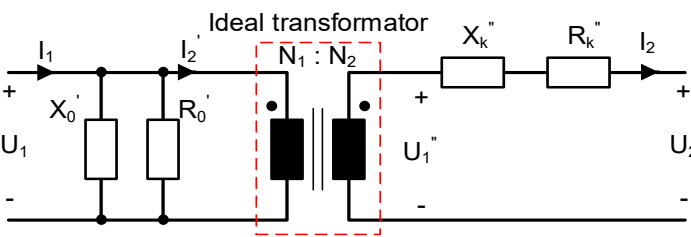
$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där  $U$  är spänningsvisaren för spänningen över elementet och  $I^*$  är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är  $U_{RMS}$  RMS-värdet av spänningen över elementet och  $I_{RMS}$  RMS-värdet av strömmen genom elementet.

|                                                                     |                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $ S  =  U  I  = U_{RMS} I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$    | $\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$ |
| $P =  S  \cos(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$ | $Q =  S  \sin(\varphi) = U_{RMS} I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAr]}$                                                     |
| $\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn                                |                                                                                                                           |

|                                                                      |                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Z = R + jX$                                                         | $U = ZI$                                                                                                    |
| $ Z  = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$ | $\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$ |
| $R =  Z  \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$      | $X =  Z  \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$                                             |

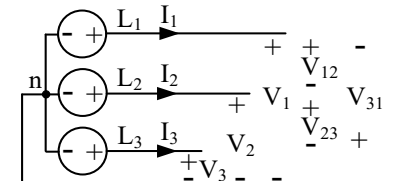
|                                                                                                                              |                                                                                                                                  |                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| För ett rent resistivt element, R<br>$P_R = U_{R,RMS} I_{R,RMS} =$<br>$= \frac{U_{R,RMS}^2}{R} = R I_{R,RMS}^2$<br>$Q_R = 0$ | För ett rent induktivt element, L<br>$P_L = 0$<br>$Q_L = U_{L,RMS} I_{L,RMS} =$<br>$= \frac{U_{L,RMS}^2}{X_L} = X_L I_{L,RMS}^2$ | För ett rent kapacitivt element, C<br>$P_C = 0$<br>$Q_C = -U_{C,RMS} I_{C,RMS} =$<br>$= -\frac{U_{C,RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{C,RMS}^2$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| Transformatorn                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är</p>  <p>Där: <math>U_1</math> är fasspänning på primärsidan<br/> <math>I_1</math> är fasström på primärsidan<br/> <math>U_2</math> är fasspänning på sekundärsidan.<br/> <math>I_2</math> är fasström på sekundärsidan.</p> | <p>Transformatorns impedanser:<br/> <math>X_0'</math> är tomgångs-reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster.<br/> <math>R_0'</math> är tomgångs-resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster.<br/> <math>X_k''</math> är serie-reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster.<br/> <math>R_k''</math> är serie-resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.</p> |
| Ideal transformator                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p>Omsättning <math>\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>Impedans transformering <math>\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

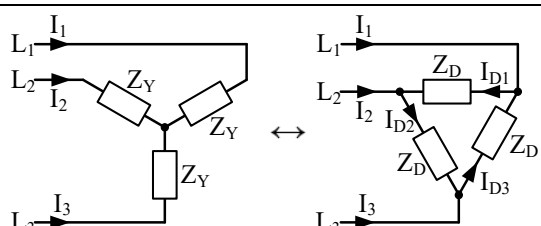
### 3-fas växelspanning

Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasvidna de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

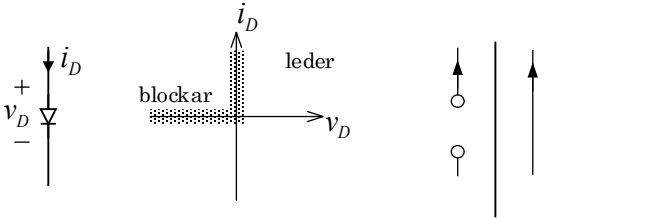
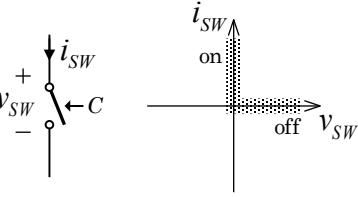
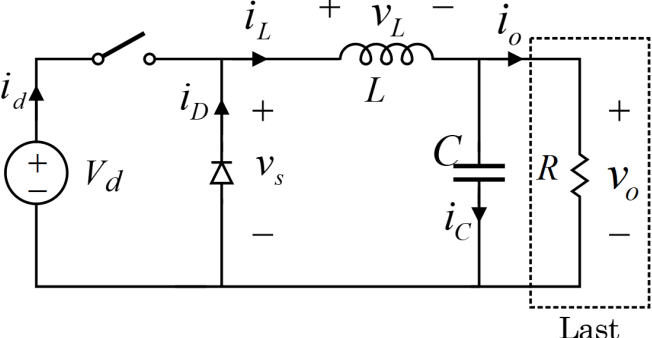
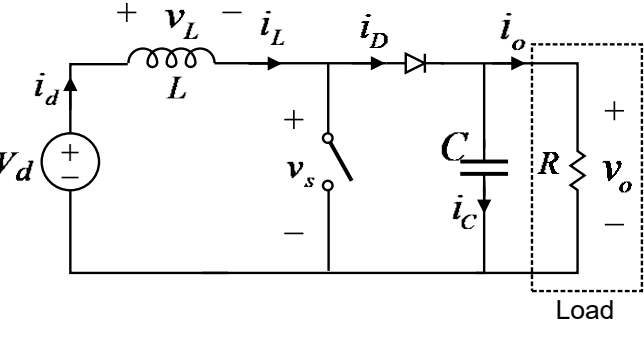
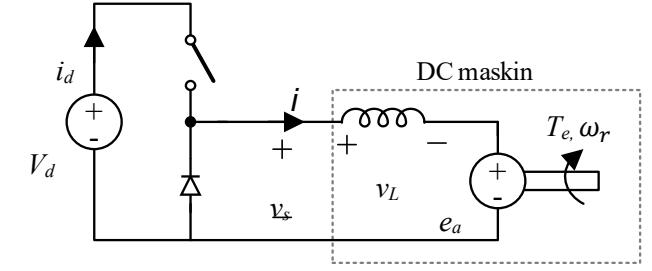
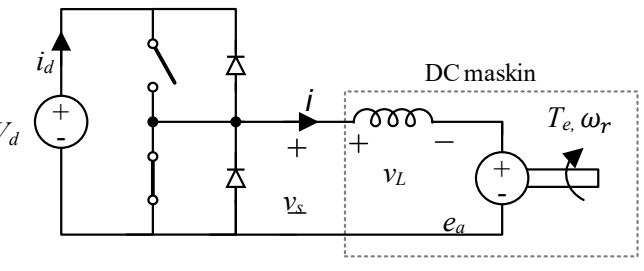
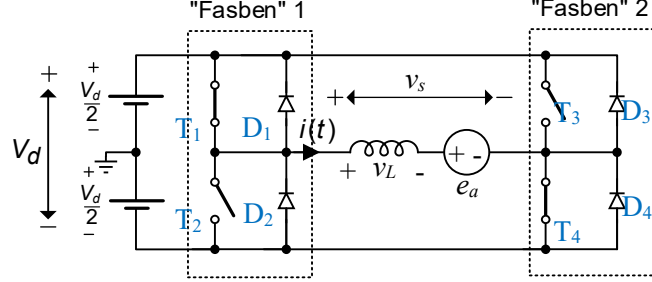
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som</p> $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ <p>där <math>V_f</math> är fasspänningens RMS-värde.</p> | <p>En symmetrisk trefasström kan beskrivas som</p> $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ <p>där <math>I_f</math> är fasströmmens RMS-värde</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Fasspänningen</b> mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan).<br/> <b>Huvudspänning</b> mäts mellan två faser, t.ex.<br/> <math>V_{12} = V_h \angle 30^\circ</math> där <math>V_h = \sqrt{3}V_f</math><br/> <math>V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)</math><br/> <math>V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)</math></p> |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Total 3-faseffekt</b> beräknas <b>generellt</b> enligt<br/> <math>S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)</math><br/> där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.</p> | <p><b>Total 3-faseffekt</b> beräknas i en <b>symmetrisk krets</b> som<br/> <math>S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1</math><br/> där <math>S_1, P_1, Q_1</math> är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

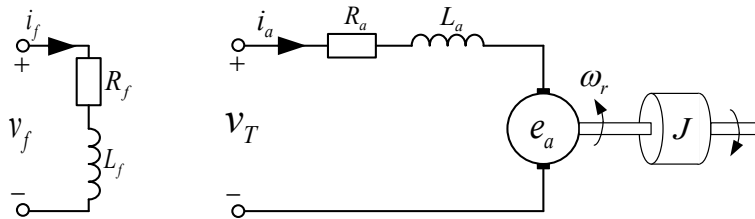
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>DY-transformation, D=delta</b><br/> För att få samma fasströmmar, <math>I_1, I_2</math> och <math>I_3</math>, med en ekvivalent Y-kopplad last, <math>Z_{Y,ekv}</math>, som med en D-kopplad last, <math>Z_D</math>:<br/> <math>Z_{Y,ekv} = Z_D / 3</math><br/> För fasspänning av D-kopplade källor gäller <math> V_{1,Yekv}  =  V_{12,D}  / \sqrt{3}</math></p> |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

## Kraftelektronik

|                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Diod</b><br>                                      | <b>Switch (IGBT eller MOSFET)</b><br><br>Blockerar negativ ström (som en verklig transistor)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Buck</b><br>                                      | <b>Boost</b><br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>1-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b><br> | <b>2-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b><br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>4-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b><br> | <p>En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden <math>t_0</math>, så skall följande gälla för vågformen <math>x(t)</math>:</p> <p><math>x(t_0 + nT) = x(t_0)</math> where <math>n = 1, 2, 3, \dots</math></p> <p>För en induktans i stationärtillstånd gäller:<br/> <math>v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)</math></p> <p>För en kondensator i stationärtillstånd gäller:<br/> <math>i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)</math></p> |

## Likströmsmaskinen

Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)



$v_T$  = Terminalsänning (ankarsänning) [V]

$i_a$  = Ankarström [A]

$R_a$  = Ankarresistans [ $\Omega$ ]

$L_a$  = Ankarinduktans [H]

$e_a$  = motemk (inducerad spänning) [V]

$\lambda$  = Länkatflöde [Wb], [Vs]

$v_f$  = Fältspänning [V]

$i_f$  = Fältström [A]

$R_f$  = Fältresistans [ $\Omega$ ]

$L_f$  = Fältinduktans [H]

$\omega_r$  = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]

$n_r$  = Rotorns varvtal [RPM] =  $\omega_r \frac{60}{2\pi}$

$J$  = tröghetsmoment (inertia) [ $\text{kgm}^2$ ]

$T_e = T_{dev}$  = producerat vridmomentet [Nm]

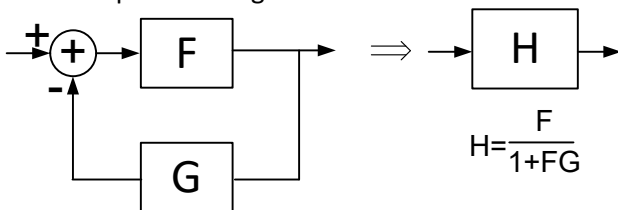
$T_L$  = Lastmomentet [Nm]

$P_{mek} = T_e \omega_r$  = Mekanisk axeleffekt [W]

| Dynamisk modell                                                                                                                                                     | Stationär modell ( $\frac{dx}{dt} = 0$ )                       | Olika magnetiseringssätt |                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| $v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$ | $v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$ | Separatmagnetiserad      | $\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$ |
|                                                                                                                                                                     |                                                                | Permanentmagnetiserad    | $\lambda = k$                         |

## Reglering

Block manipulationsregel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1:

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$\alpha$  är bandbredden [rad/s]

Tidskonstanten (0%-63% av slutvärdet):

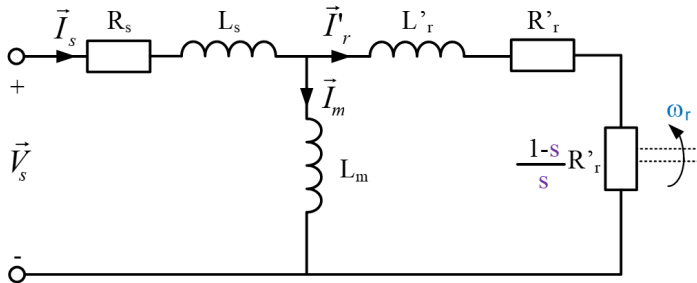
$$\tau = \frac{1}{\alpha}$$

Stigtiden (10%-90% av slutvärdet):

$$t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

## Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens  $f_s$  och vinkelfrekvensen  $\omega_s$ . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



$P$  antal poler

$$n_p \text{ polpar-tal} = \frac{P}{2}$$

$$\omega_s \text{ stator-spänningens (el.) vinkelfrekvens [rad/s]} = 2\pi f_s$$

$$n_s \text{ mekaniskt synkront varvtal [RPM]} = \frac{60f_s}{n_p} = \frac{120f_s}{P}$$

$$\omega_r \text{ rotorns elektriska vinkelfrekvens} = \Omega_r n_p$$

$$\Omega_r \text{ rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]} = \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$n_r \text{ rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM]} = \frac{30}{\pi} \Omega_r$$

$$\text{Eftersläpning (slip): } s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

$\vec{V}_s$  stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$  stator-ström (stationär AC i komplex form)

$R_s$  statorresistans,  $R'_r$  rotorresistans

$L_s$  statorns läckinduktans

$L_r$  rotorns läckinduktans

$L_m$  magnetiseringsinduktans

$$\text{Axeffekt: } P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2$$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd:  $T_L = T_e$

$$\text{Statoreffekt: } P_s = 3 \operatorname{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$$

Statorns lindningsförluster:

$$P_{R_s} = 3 R_s |\vec{I}_s|^2 = 3 R_s I_{s,rms}^2$$

$$\text{Rotorns lindningsförluster: } P_{R_r} = 3 R'_r |\vec{I}'_r|^2$$

$$\text{Luftgapseffekt: } P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |I'_r|^2$$

$$\text{Start-vridmoment (s=1): } T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s / n_p}$$

## Space vectors

## Transformation från tre-fas till två-fas i stationärt koordinatsystem

Transformera 3-fas storhet  $s_a(t)$ ,  $s_b(t)$ ,  $s_c(t)$  till  $\alpha\beta$

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = \frac{2}{3} K \left( s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Transformera  $\alpha\beta$  storhet  $\underline{s}^{\alpha\beta}$  till 3-fas  $s_a$ ,  $s_b$ ,  $s_c$

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformation från  $\alpha\beta$  till dq i roterande koordinatsystem

Transformations vinkeln,  $\theta$ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

Transformera  $\alpha\beta$  storhet,  $\underline{s}^{\alpha\beta}$ , till dq-systemet,  $\underline{s}^{dq}$

$$\underline{s}^{dq} = s_d + js_q = \underline{s}^{\alpha\beta} e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet,  $\underline{s}^{dq}$ , till  $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = s_\alpha + js_\beta = \underline{s}^{dq} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

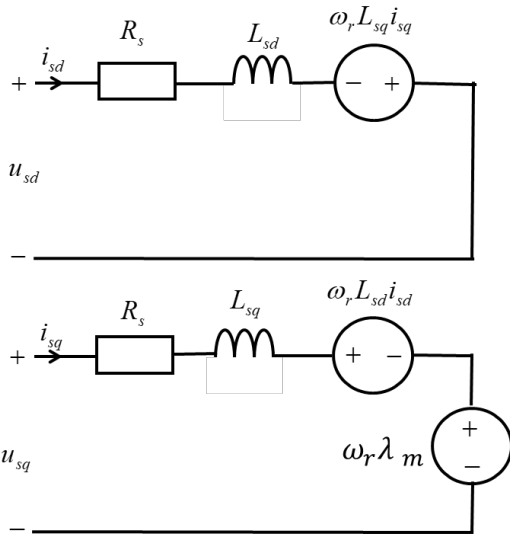
**Amplitud-invariant skalning:**  $K = 1 \Rightarrow |\underline{s}^{dq}| = |\underline{s}^{\alpha\beta}| = \hat{s}_a = \hat{s}_b = \hat{s}_c$

Momentan effekt i tre-fas-system kan beräknas som:

$$\begin{aligned} p(t) &= (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \\ &= \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2K^2} \operatorname{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\} \end{aligned}$$

## Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens  $f_s$  och vinkelfrekvensen  $\omega_s$ . Gäller för amplitud-invariant transformation:



$n_p$  polpartal

$\omega_s$  statorspänningens vinkelfrekvens  $= 2\pi f_s$

$\omega_r$  rotorns elektriska vinkelfrekvens [rad/s]  $= \Omega_r n_p$

$\omega_s = \omega_r$

$\Omega_r$  rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]  $= \frac{\omega_r}{n_p}$

$n_s$  mekaniskt synkront varvtal [RPM]  $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

$n_r$  rotorns mekaniska varvtal [RPM]  $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$n_s = n_r$

$R_s$  stator-resistans

$L_{sd}$  stator-induktans i d-riktning

$L_{sq}$  stator induktans in q-riktning

$\lambda_m$  länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$  dq-stator-spänning  $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$  dq-stator-ström  $= i_{sd} + j i_{sq}$

$$I_{mag} = \sqrt{2} I_{rms} = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}$$

**Statorspänning:**

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd:  $T_L = T_e$

$$\text{Axel-effekt: } P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Stator-effekt: } P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$$

$$\text{Statorns lindningsförluster: } P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$$

**MTPA:**

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq})I_{mag}}\right)^2}$$

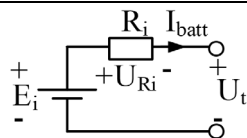
**Ström vid känd MTPA-vinkel och referensmoment:**

$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq})\cos(\beta)} + \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq})\sin(\beta)\cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq})\cos(\beta)}\right)^2}$$

## Batteri

Ett batteri kan modelleras som:



$E_i$  intern spänning, från kemisk reaktion

$R_i$  ekvivalent intern batteri-resistans

$I_{batt}$  ström ut från batteriets terminaler

$U_{Ri}$  internt spänningsfall i batteriet  $= R_i I_{batt}$

$U_t$  terminal-spänning  $= E_i - R_i I_{batt}$

$P_i$  effekt från kemiska reaktioner  $= E_i I_{batt}$

$P_{ut}$  batteriets ut-effekt  $= U_t I_{batt}$

$P_{Ri}$  effektförlust i batteriet  $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$