

**Tentamen Elektriska drivsystem och fält för Z2 (EEN155).****2025-08-20, 8:30-12:30.****Ansvariga lärare:**

Emma Grunditz, ankn. 6010 (073-41 666 74), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

Arto Heikkilä, ankn. 5723 (073-02 843 78), besöker tentamen ca. 09:30 och 11:00

**Examinator:** Emma Grunditz**Tillåtna hjälpmedel:**

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- Chalmersgodkänd räknare
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes

**Betygsgränser** (av maximalt 50 poäng):

Betyg 3: 20 poäng

Betyg 4: 30 poäng

Betyg 5: 40 poäng

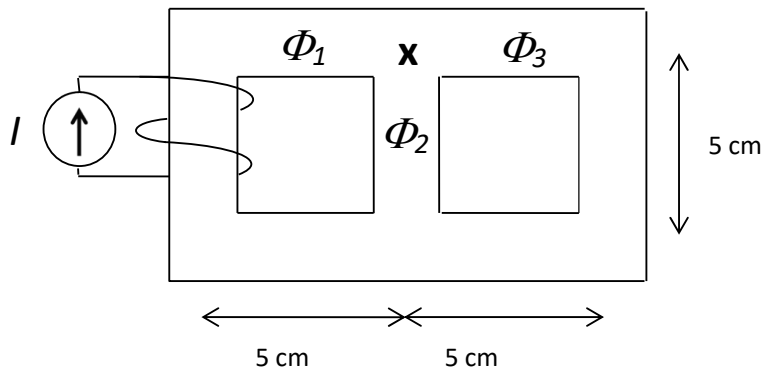
**Granskning:** Tid och plats anslås på Canvas.

**Kom ihåg!** Rita tydliga figurer med referensriktningar och beteckningar.  
Glöm ej: enhet, dimensionskontroll, antaganden, motiveringar.  
Om uppgifter saknas i problemtexten, gör då själv rimliga antaganden.

## Uppgift 1 (5p)

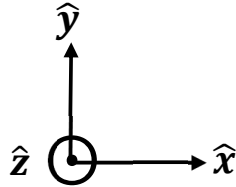
En magnetisk krets består av en järnkärna (tvärsnittsarea  $3,0 \text{ cm}^2$ , relativ permeabilitet  $\mu_r=2000$ ) samt en lindning (80 varv) som matas med likström, se figuren nedan.

- Bestäm** strömstyrkan så att magnetiska flödestätheten igenom lindningen blir  $0,25 \text{ T}$ . (4p)
- I position **X** förgrenas flödet. **Vilken** av Maxwells ekvationer beskriver sambandet mellan flödena  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  och  $\Phi_3$ ? (1p)



## Uppgift 2 (7p) Delfrågorna a) och b) är oberoende av varandra

- a) Ett rumsområde genomkorsas av ett homogent magnetfält  $\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{x}} + B_y \hat{\mathbf{y}}$  med  $B_x = 0,1$  T och  $B_y = 0,4$  T. I området finns också en kvadratisk 10-varvig slinga (sidlängd 12 cm). En 1,5 A likström drivs i slingans ledning. Slingan är monterad så att den kan rotera kring z-axeln. Riktningen för slingans magnetiska moment ges av enhetsvektorn  $\mathbf{n} = -\sin(\varphi) \hat{\mathbf{x}} + \cos(\varphi) \hat{\mathbf{y}}$  där vinkeln  $\varphi$  räknas från x-axeln moturs. Koordinatsystemet definieras i figuren nedan.  
**Bestäm** vridmomentet (storlek och riktning) som magnetfältet utövar på slingan om  $\varphi = 30^\circ$ . (3p)

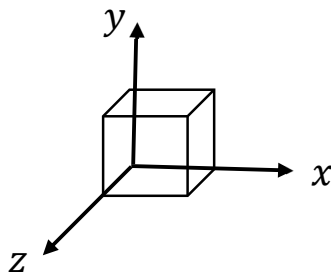


Enhetsvektorerna för de tre koordinataxlarna betecknas  $\hat{\mathbf{x}}$ ,  $\hat{\mathbf{y}}$ ,  $\hat{\mathbf{z}}$

- b) En ledare formad som en cirkulär sluten 5-varvig slinga (radie 0,04 m) är placerad i  $\mathbf{xz}$ -planet (samma koordinatsystem som i deluppgift a). Slingans centrum är i origo. I området finns ett tidvarierande magnetfält:  $\mathbf{B}(t) = B_x \cos(\omega t) \hat{\mathbf{x}} + B_y \sin(\omega t) \hat{\mathbf{y}}$  där  $B_x = 3,0 \cdot 10^{-3}$  T,  $B_y = 2,0 \cdot 10^{-3}$  T och  $\omega = 1,0 \cdot 10^5$  rad/s.  
**Hur** hög spänning (polaritet behöver ej anges) induceras i slingan vid tiden  $t = 2,5 \cdot 10^{-5}$  s? (4p)

## Uppgift 3 (3p)

Studera ett kubformat (sidlängd 0,01 m) område (i luft) med ett hörn i origo och tre av sidorna i  $\mathbf{xz}$ -,  $\mathbf{xy}$ -, respektive  $\mathbf{yz}$ -planet:



I området finns ett elektriskt fält som varierar med rumspositionen:  $\mathbf{E} = 25000(1 + 2x) \hat{\mathbf{x}}$  V/m. Materialet i och kring kuben har samma elektromagnetiska egenskaper som vakuum.

**Bestäm** laddningsmängden inne i kuben. (3p)

## Uppgift 4 (10p)

En separatmagnetiserad likströmsmaskin har följande data:

Parameter	Värde	Parameter	Värde
Märk-ankarspänning	440 V	Märkfältspänning	440 V
Märk-ankarström	127 A	Fältresistans	200 $\Omega$
Ankarresistans	0,22 $\Omega$	Länkat flöde (proportionellt mot fältströmmen)	1,63 Wb vid 2,2 A fältström
Ankarinduktans	3,8 mH	Tröghetsmoment	0,05 kg m <sup>2</sup>

- a) Vid ett tillfälle är fältspänningen är 440 V medan ankarkretsen kopplas till en DC-källa på 350 V och likströmsmaskinen driver en last med ett lastmoment som är proportionellt mot hastigheten med proportionalitetskonstanten  $B=0.6$  Nm s/rad. **Beräkna** maskinens: (4p)
- varvtal
  - ankarström
  - mot-EMK
  - effektföruster i fältkrets
  - mekaniska uteffekt
- b) Genom att minska fältströmmen kan man få elmaskinen att rotera snabbare på bekostnad av ett lägre vridmoment. **Beräkna** det högsta varvtalet som maskinen kan driva lasten på, utan att märkspänning och märkström överskrids och **beräkna** vilken fältström som då skall användas. (3p)
- c) För den separatmagnetiserade likströmsmaskinen, **beskriv** hur man kan mäta ankarresistansen och ankar-induktansen. I ditt svar: **ange** relevanta antaganden, **rita** kretsschema för mätuppkoppling med komponent- och parameterdefinitioner och **redovisa** nödvändiga beräkningsformler. (3p)

## Uppgift 5 (5p) Delfrågorna a) och b) är oberoende av varandra

- a) **Rita** ett ekvivalent blockschema i s-planet för relationen nedan, med  $T_d$  och  $T_L$  som insignaler och  $\omega$  som utsignal. Ingen härledning behöver redovisas. (1p)

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_d(t) - b\omega(t) - T_L(t)$$

- b) För strömmen genom en RL-krets (med R och L i serie): (4p)
- Härled** en lämplig PI strömregulator där du kommer fram till ett uttryck för dess regulatorparametrar som funktion av R, L och systemets bandbredd  $\alpha$ . Under härledningen, glöm inte att inkludera följande:
    - **motiv**era ditt val av överföringsfunktion för det slutna reglersystemet
    - **rita** ett fullständigt blockdiagram av systemet med strömreferens som insignal och ström genom R och L som utsignal.
  - För reglerfallet med en tidskonstant på 20 ms och en strömreferens på 10A vid tiden  $t=0$ , **skissa** approximativt strömreferens och stegsvar som funktion av tid (från 0s till stationärtillstånd) och **markera** tidskonstanten i grafen.

## Uppgift 6 (8p)

En buck-omriktare driver en resistanslast på 2 ohm. Omriktarens induktans är 100  $\mu\text{H}$ , dess utgångskondensator är 470  $\mu\text{F}$  och switchfrekvensen är 40 kHz. Inspänningen är 24 V och utspänningen hålls konstant på 8 V med en konstant duty cycle.

- Härled** ett uttryck för dutycyclen som en funktion av in-ström och ut-ström, samt **beräkna** dutycyclen. Tips: börja med härledning av relationen mellan dutycyclen, in- och ut-spänning och bygg vidare. (3p)
- Över en switch-period, **skissa** spänningen över spolen, in- och ut-strömmen samt strömmen genom spolen och dioden. Ange relevanta spänningsnivåer (numeriska värden behöver inte beräknas) och markera när switchen leder och blockerar. (3p)
- Bestäm** ifall omriktaren arbetar i CCM eller inte. (2p)

## Uppgift 7 (7p) Delfrågorna a) och b) är oberoende av varandra

- Asynkronmotor **A** matas av 440-V-rms (huvudspänning) 50 Hz i en Y-koppling och driver en last som kräver ett vridmoment på 16 Nm. Vid ett tillfälle är varvtalet 1210 rpm, fasströmmen är 3.7 A rms och effektfaktorn 82% eftersläpande. **Beräkna** följande:
  - den utvecklade mekaniska effekten (0,5p)
  - effektförlusten (1p)
  - verkningsgraden (0,5p)
- Asynkronmotor **B** är 4-polig och matas av 440-V-rms (huvudspänning) 60 Hz i en delta-koppling, och har följande parametrar:  
 $R_s = 1.1 \text{ Ohm}$   $R' = 0.7 \text{ Ohm}$   $X_s = 1.8 \text{ Ohm}$   $X' = 0.9 \text{ Ohm}$   $X_m = 40 \text{ Ohm}$ 
  - För driftfallet just i startögonblicket; **rita** maskinens ekvivalenta kretsschema och **ange** numeriska värden på kretskomponenterna. (1p)
  - För driftfallet just i startögonblicket; **beräkna** linjeströmmens belopp samt frekvensen på rotorspänningen. (3p)
  - För motorns normala arbetsområde; **skissa** det utvecklade vridmomentet som funktion av eftersläpning. Numeriska värden behöver inte beräknas. (1p)

## Uppgift 8 (5p)

En 4-polig permanent-magnetiserad synkronmotor har nedan data samt driftpunkt:

Parameter	Värde	Driftdata	Värde
Statorresistans	0.88 Ohm	Strömvinkel vid MTPA	132°
Induktans i d-led	4 mH	Lindningsförluster	5.1 kW
Induktans i q-led	24 mH	Motorvarvtal	3400 rpm
Länkat flöde för magnet	220 mWb		

- Beräkna** d och q strömmarna samt **rita** totala strömvektorn i dq-planet och **markera** strömvektorn, strömvinkeln samt d- och q-strömmarna. (4p)
- Beräkna** statorspänningens frekvens uttryckt i enheten Hz. (1p)

# Formelblad för elektromagnetismdelen av EEN155 Läsåret 2024/2025

## Konstanter

Elektronens laddning:  $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronens massa:  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Permittiviteten i vakuum:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Permeabiliteten i vakuum:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

## Fältstyrkor, flödestätheter, flöden, energitäthet

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$w_e = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2}$$

$$w_m = \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{2} = \frac{\mu H^2}{2}$$

$$\Phi_m = \int_{\text{yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

$$\Phi_e = \int_{\text{yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{D} \cdot \mathbf{A}$$

$$I = \int_{\text{yta}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}$$

$$P = \int_{\text{yta}} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}$$

$$= \{\text{om } \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \text{ lika i alla positioner på ytan}\}$$

$$= \mathbf{S} \cdot \mathbf{A}$$

## Maxwells ekvationer

**Gauss lagar** (flöden genom slutna ytor):

$$\Phi_e = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{innesluten}}$$

$$\Phi_m = \oint_{\text{sluten yta}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

## **Amperes lag**

Cirkulationen av magnetisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av strömmar och tidsvarierande elektriskt flöde:

$$\oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{omsluten}} = I_{\text{ledning}} + I_{\text{förskjutning}}$$

$$I_{\text{förskjutning}} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

## **Faradays lag**

Inducerad  $ems$  = cirkulationen av elektrisk fältstyrka längs en sluten väg kring randen av en öppen yta som genomkorsas av tidsvarierande magnetflöde:

$$ems = \oint_{\text{sluten väg}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

[Högerledet multipliceras med  $N$  om induktionen sker i en  $N$ - varvig ledande slinga.]

Ledare i rörelse i B-fält:

$$\text{Inducerad } ems = \int_{\text{längs ledaren}} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{om ledarlängd} = l, \\ \text{och } \mathbf{v}, \mathbf{B} \text{ och } \mathbf{l} \text{ alla vinkelräta mot varandra} \end{array} \right\} =$$

$$lvB$$

## Kraft, vridmoment, magnetiskt moment

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = \int_{\text{ledaren}} I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

[Multiplieras med  $N$  om strömförande slingan har  $N$  varv.]

## Magnetiska kretsar

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Magnetomotorisk kraft (mmk) hos källa:

$$\mathcal{F}_m = N I$$

$$\text{Flöde genom källa: } \Phi = \frac{\mathcal{F}_m}{\mathcal{R}_{\text{total}}}$$

Amperes lag i en magnetisk krets:

$$\mathcal{F}_{m,\text{total}} - \sum_i \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{l}_i = 0$$

## Kondensator

$$Q = C U$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

## Induktor

$$\Phi = L I$$

$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$  (i kretsteori används oftast ett plustecken istället)

## E-fält och B-fält i några geometrier

**utanför sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2}$$

**utanför cylindersymmetrisk laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q/l}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

**utanför plan laddningsfördelning:**

$$E = \frac{Q/A}{2 \cdot \epsilon}$$

**kring oändligt lång, tunn rak strömförande ledare:**

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

**utanför strömförande platta:**

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2b}$$

**inne i en toroid:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

**inne i en solenoid:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$$

**längs axeln till en flat spole:**

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

**koaxialledning:**

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_{\text{ytter}}}{r_{\text{inner}}}\right)} \quad (\text{då } r_{\text{inner}} \leq r \leq r_{\text{ytter}})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad (\text{då } r_{\text{inner}} \leq r \leq r_{\text{ytter}})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_{\text{inner}}^2} \quad (\text{då } r < r_{\text{inner}})$$

**plattledning (två parallella plattor):**

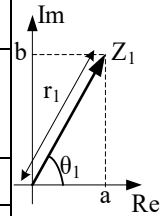
(formlerna gäller i området mellan plattorna)

$$E = \frac{Q}{A \cdot \epsilon} = \frac{U}{d} \quad (\text{samma som för plattkondensator})$$

$$B = \frac{\mu \cdot I}{b} \quad (\text{samma som för plattinduktor})$$

## Formelsamling EEN155 2025

Complexa tal
$Z_1 = a + jb = r_1 \angle \theta_1 = r_1 \cos(\theta_1) + jr_1 \sin(\theta_1)$ där $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ och $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{b}{a}$
$Z_2 = c + jd = r_2 \angle \theta_2 = r_2 \cos(\theta_2) + jr_2 \sin(\theta_2)$ där $r_2 = \sqrt{c^2 + d^2}$ och $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{d}{c}$
$a$ och $c$ är realdelen och $b$ och $d$ är imaginärdelen av de komplexa talen. $r_1$ och $r_2$ är beloppet, modulen eller längden (radien) $\theta_1$ och $\theta_2$ är vinkeln av de komplexa talen på polär form
$Z_1 \pm Z_2 = a \pm c + j(b \pm d)$ addition, subtraktion
$Z_1^* = (a + jb)^* = a - jb = (r_1 \angle \theta_1)^* = r_1 \angle -\theta_1$ komplexkonjugat
$Z_1 \cdot Z_2 = (a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc) = r_1 \angle \theta_1 \cdot r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$
$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$
$ Z  =  Z^*  = \sqrt{ZZ^*}$



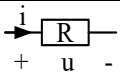
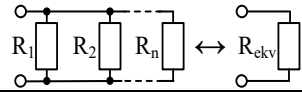
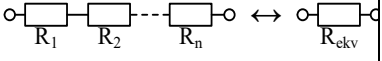
Andragsgradsekvation
$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

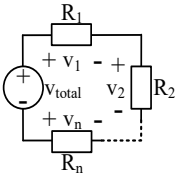
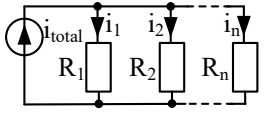
Medelvärde	
Medelvärdet är det konstanta värde som ger samma yta under grafen som signalen över en periodtid $T$ . Medelvärdet av en signal, $x(t)$ , över en period $T$ definieras som	
$X_{medel} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt = \frac{A}{T}$	
Några medelvärden av olika funktioner:	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a dt = a$ där $a$ är en konstant
$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \cos(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} B \sin(\omega t + \rho) dt = 0$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

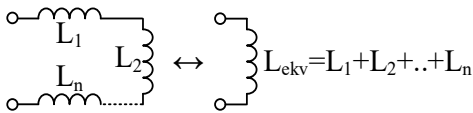
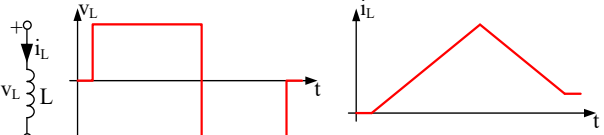
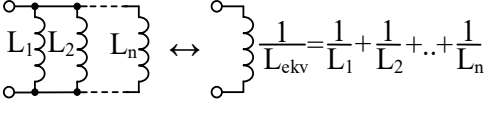
Effektivvärde, RMS (Root Mean Square)	
Effektivvärdet eller RMS-värdet av en signal, $x(t)$ , över en period $T$ definieras som	
$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (x(t))^2 dt}$	
Några effektivvärden, RMS-värden av olika funktioner:	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (a)^2 dt} = a$ där $a$ är en konstant
$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \cos(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (B \sin(\omega t + \rho))^2 dt} = \frac{B}{\sqrt{2}}$ då $T = \frac{2\pi}{\omega}$

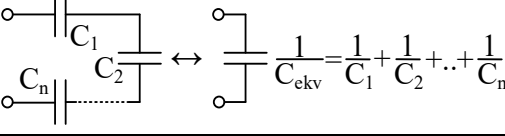
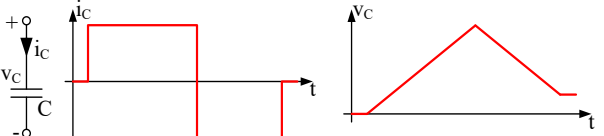
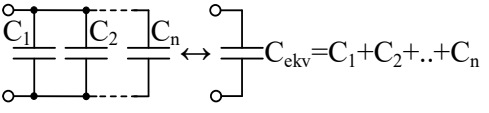
Kirchhoffs strömlag, KCL	
Summan av alla strömmar som går in i en nod är lika med summan av alla strömmar som lämnar den. Exempel $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$	

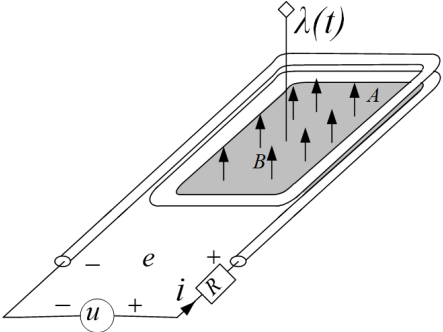
Kirchhoffs spänningslag, KVL	
Summan av alla spänningar runt i en sluten slinga är noll. Exempel:	
$V_1 - Z_1 I_a - Z_2 (I_a - I_b) - V_I = 0$	

<b>Likström</b>		
Ohms lag: $U = R \cdot I$		Effektutveckling i en resistans: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = RI^2$
Parallellkoppling av $n$ resistanser $\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$		För två parallellkopplade resistanser: $R_{ekv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Seriekoppling av $n$ resistanser $R_{ekv} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$		För två seriekopplade resistanser: $R_{ekv} = R_1 + R_2$

Spänningsdelning, de $n$ seriekopplade resistanserna delar på spänningen enligt: $\frac{v_i}{v_{total}} = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} = \frac{R_i}{R_{ekv}}$		Strömdelning, de $n$ parallellkopplade resistanserna delar på strömmen enligt: $\frac{i_i}{i_{total}} = \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{R_{ekv}}{R_i}$	
			För två: $\frac{i_1}{i_{total}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

<b>Induktans (transient)</b>		Lagrad energi $W_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$
Induktansens spänning ström karakteristik $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ Induktansen är strömtrög		Serie
		Parallell

<b>Kapacitans (transient)</b>		Lagrad energi $W_C = \frac{1}{2} Cv(t)^2$
Kapacitansens spänning ström karakteristik $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ Kapacitansen är spänningströg		Serie
		Parallell

<b>Inducerad spänning</b>		
	Om spolens länkade flöde förändras skapas en inducerad spänning, $e$ , i spolen $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Polariteten är sådan att den inducerade spänningen försöker driva en ström genom spolen som skapar ett magnetiskt flöde som motverkar flödesförändringen.	Om vi applicerar spänningen $u$ på spolen enligt kretsen, så blir sambandet $u = Ri + e = Ri + \frac{d\lambda}{dt}$ där $R$ representerar spolens lindnings-resistans.



## Stationär växelström, AC. jw-metoden (den komplexa metoden)

1. Omvandla spänningskällor och strömkällor till deras motsvarande komplexa visare med längden lika med RMS-värdet (effektivvärdet):

$$v(t) = V_{top} \sin(\omega t + \theta_v) \rightarrow V = V_{RMS} \angle \theta_v \text{ där } V_{RMS} = V_{top} / \sqrt{2}$$

$$i(t) = I_{top} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow I = I_{RMS} \angle \theta_i \text{ där } I_{RMS} = I_{top} / \sqrt{2}$$

2. Ersätt resistanser, induktanser och kapacitanser med deras respektive impedanser

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L \text{ där } X_L = \omega L \text{ och } \omega = 2\pi f$$

$$Z_C = -jX_C \text{ där } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

3. Använd:

$$V = ZI \text{ Ohms lag för växelspänning}$$

$$\text{KVL för komplexa spänningsvisare, } V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$$

$$\text{KCL för komplexa strömvisare, } I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

4. Räkna därefter som om det var en likströmskrets med resistanser. Detta ger spänningsvisarna och strömvisarna i kretsen

5. Om tidsfunktionerna av spänningar och strömmar söks, omvandla visarna till deras respektive tidsfunktioner:

$$V = V_{RMS} \angle \theta_v \rightarrow v(t) = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$I = I_{RMS} \angle \theta_i \rightarrow i(t) = \sqrt{2} I_{RMS} \sin(\omega t + \theta_i)$$

Effekt i ett element i en AC krets beräknas som

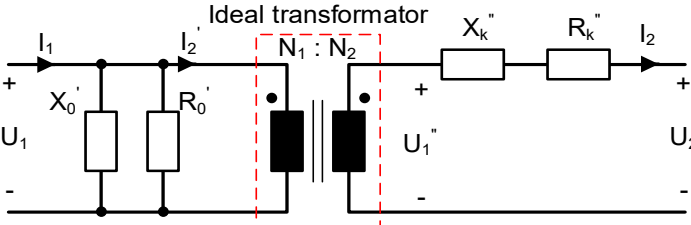
$$S = P + jQ = U \cdot I^*$$

där  $U$  är spänningsvisaren för spänningen över elementet och  $I^*$  är komplexkonjugatet av strömvisaren för strömmen genom elementet. Nedan är  $U_{RMS}$  RMS-värdet av spänningen över elementet och  $I_{RMS}$  RMS-värdet av strömmen genom elementet.

$ S  =  U  I  = U_{RMS}I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$	$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{ S } = \sin^{-1} \frac{Q}{ S } = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$
$P =  S  \cos(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$	$Q =  S  \sin(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAr]}$
$\cos(\varphi)$ kallas effektfaktorn	

$Z = R + jX$	$U = ZI$
$ Z  = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{ U }{ I } = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$	$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{ Z } = \sin^{-1} \frac{X}{ Z } = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$
$R =  Z  \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$	$X =  Z  \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$

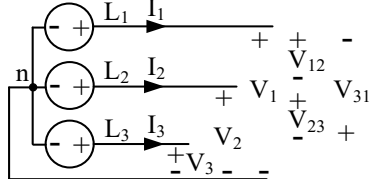
För ett rent resistivt element, R $P_R = U_{R,RMS}I_{R,RMS} =$ $= \frac{U_{R,RMS}^2}{R} = RI_{R,RMS}^2$ $Q_R = 0$	För ett rent induktivt element, L $P_L = 0$ $Q_L = U_{L,RMS}I_{L,RMS} =$ $= \frac{U_{L,RMS}^2}{X_L} = X_L I_{L,RMS}^2$	För ett rent kapacitivt element, C $P_C = 0$ $Q_C = -U_{C,RMS}I_{C,RMS} =$ $= -\frac{U_{C,RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{C,RMS}^2$
--	---	---

<p><b>Transformatorn</b></p> <p>Enfastransformatorns ekvivalenta schema och den ekvivalenta Y-fasmodellen av en trefastransformator är</p>  <p>Där: <math>U_1</math> är fasspänning på primärsidan  <math>I_1</math> är fasström på primärsidan  <math>U_2</math> är fasspänning på sekundärsidan.  <math>I_2</math> är fasström på sekundärsidan.</p>	<p>Transformatorns impedanser:  <math>X_0'</math> är tomgångs-reaktansen hänförd till primärsidan. Den modellerar reaktiva tomgångsförluster.  <math>R_0'</math> är tomgångs-resistansen hänförd till primärsidan. Den modellerar aktiva tomgångsförluster.  <math>X_k''</math> är serie-reaktansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar reaktiva belastningsförluster.  <math>R_k''</math> är serie-resistansen hänförd till sekundärsidan. Den modellerar aktiva belastningsförluster.</p>
<p><b>Ideal transformator</b></p> <p>Omsättning <math>\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_1''} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}}</math></p>	<p>Impedans transformering <math>\frac{Z'}{Z''} = \left(\frac{U_{N1}}{U_{N2}}\right)^2</math></p>

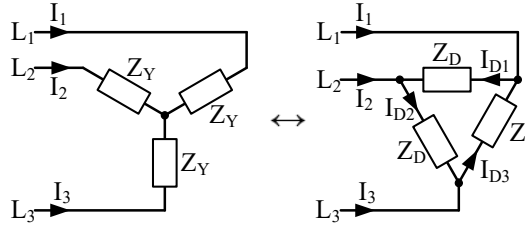
### 3-fas växelspanning

Vid beräkningar på symmetriska 3-fas växelspanningskretsar behöver beräkningarna bara göras på en fas, fas 1. Kretsen kan beskrivas med en ekvivalent Y-fas modell (omvandla D-kopplade källor och laster till dess ekvivalenta Y-kopplade motsvarigheter) och räkna på en fas med fasspänning och fasström enligt metoden ovan. Fasspänningar och strömmar för de två andra faserna fås genom att fasridna de beräknade storheterna 120 respektive 240 grader.

<p>En symmetrisk trefasspänning kan beskrivas som</p> $v_1(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t) \rightarrow V_1 = V_f \angle 0^\circ$ $v_2(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 120^\circ) \rightarrow V_2 = V_f \angle -120^\circ$ $v_3(t) = \sqrt{2}V_f \sin(\omega t - 240^\circ) \rightarrow V_3 = V_f \angle -240^\circ$ <p>där <math>V_f</math> är fasspänningens RMS-värde.</p>	<p>En symmetrisk trefasström kan beskrivas som</p> $i_1(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - \varphi) \rightarrow I_1 = I_f \angle -\varphi$ $i_2(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) \rightarrow I_2 = I_f \angle (-120^\circ - \varphi)$ $i_3(t) = \sqrt{2}I_f \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi) \rightarrow I_3 = I_f \angle (-240^\circ - \varphi)$ <p>där <math>I_f</math> är fasströmmens RMS-värde</p>
---	--

<p><b>Fasspänningen</b> mäts mellan en fas och neutralledaren, n, (nollan).  <b>Huvudspänning</b> mäts mellan två faser, t.ex.</p> $V_{12} = V_h \angle 30^\circ \text{ där } V_h = \sqrt{3}V_f$ $V_{23} = V_h \angle (30^\circ - 120^\circ)$ $V_{31} = V_h \angle (30^\circ - 240^\circ)$	
--	--

<p><b>Total 3-faseffekt</b> beräknas <b>generellt</b> enligt</p> $S = S_1 + S_2 + S_3 = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3)$ <p>där 1, 2 och 3 står för fas 1, 2 och 3.</p>	<p><b>Total 3-faseffekt</b> beräknas i en <b>symmetrisk krets</b> som</p> $S = 3S_1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1^* = 3P_1 + j3Q_1$ <p>där <math>S_1, P_1, Q_1</math> är skenbar, aktiv respektive reaktiv effekt för den beräknade fasen, fas 1.</p>
--	---

<p><b>DY-transformation, D=delta</b></p> <p>För att få samma fasströmmar, <math>I_1, I_2</math> och <math>I_3</math>, med en ekvivalent Y-kopplad last, <math>Z_{Y,ekv}</math>, som med en D-kopplad last, <math>Z_D</math>:</p> $Z_{Y,ekv} = Z_D / 3$ <p>För fasspänning av D-kopplade källor gäller <math> V_{1,Yekv}  =  V_{12,D}  / \sqrt{3}</math></p>	
---	--

Kraftelektronik

<p><b>Diod</b></p>	<p><b>Switch (IGBT eller MOSFET)</b></p> <p>Blockerar negativ ström (som en verklig transistor)</p>
<p><b>Buck</b></p>	<p><b>Boost</b></p>
<p><b>1-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b></p>	<p><b>2-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b></p>
<p><b>4-kvadrant omriktare med likströmsmotor</b></p>	<p>En kraftelektronisk krets är i stationärtillstånd om efterföljande perioder är lika dana. D.v.s. om kretsen nått stationärtillstånd vid tiden <math>t_0</math>, så skall följande gälla för vågformen <math>x(t)</math>:</p> <p><math>x(t_0 + nT) = x(t_0)</math> where <math>n = 1,2,3, \dots</math></p> <p>För en induktans i stationärtillstånd gäller:  <math>v_{L,avg} = 0 \Rightarrow i_L(t_0 + T) = i_L(t_0)</math></p> <p>För en kondensator i stationärtillstånd gäller:  <math>i_{C,avg} = 0 \Rightarrow v_C(t_0 + T) = v_C(t_0)</math></p>

**Likströmsmaskinen**

<p>Likströmsmaskinens dynamiska ekvivalenta schema är (separatmagnetiserad maskin)</p> <p><math>v_T</math> = Terminalsänning (ankarsänning) [V]  <math>i_a</math> = Ankarström [A]  <math>R_a</math> = Ankarresistans [<math>\Omega</math>]  <math>L_a</math> = Ankarinduktans [H]  <math>e_a</math> = motemk (inducerad sänning) [V]  <math>\lambda</math> = Länkatflöde [Wb], [Vs]</p>	<p><math>v_f</math> = Fältspänning [V]  <math>i_f</math> = Fältström [A]  <math>R_f</math> = Fältresistans [<math>\Omega</math>]  <math>L_f</math> = Fältinduktans [H]  <math>\omega_r</math> = Rotorns vinkelhastighet [rad/s]  <math>n_r</math> = Rotorns varvtal [RPM] = <math>\omega_r \frac{60}{2\pi}</math>  <math>J</math> = tröghetsmoment (inertia) [<math>\text{kgm}^2</math>]  <math>T_e = T_{dev}</math> = producerat vridmomentet [Nm]  <math>T_L</math> = Lastmomentet [Nm]  <math>P_{mek} = T_e \omega_r</math> = Mekanisk axeleffekt [W]</p>
--	--

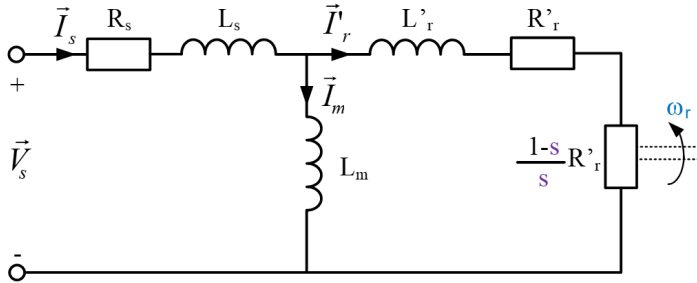
Dynamisk modell	Stationär modell ( $\frac{dx}{dt} = 0$ )	Olika magnetiseringssätt	
$v_T = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$ $e_a = \lambda \omega_r$ $T_e = \lambda i_a$ $J \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$ $v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$	$v_T = R_a i_a + \lambda \omega_r$ $T_e = T_L$ $v_f = R_f i_f$	Separatmagnetiserad	$\lambda = k i_f = k \frac{v_f}{R_f}$
		Permanentmagnetiserad	$\lambda = k$

**Reglering**

<p>Block manipulationsregel:</p> <p><math>H = \frac{F}{1 + FG}</math></p>	<p>Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1:  <math>H = \frac{\alpha}{s + \alpha}</math>  <math>\alpha</math> är bandbredden [rad/s]</p>
<p>Tidskonstanten (0%-63% av slutvärdet):  <math>\tau = \frac{1}{\alpha}</math></p>	<p>Stigtiden (10%-90% av slutvärdet):  <math>t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}</math></p>

**Asynkronmaskin (AM), induktionsmaskin**

Ekvivalent kretsschema för en fas av asynkronmaskin i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspanning till statorn som har frekvens  $f_s$  och vinkelfrekvensen  $\omega_s$ . Rotorstorheter är transformerade till statorkretsen.



$P$  antal poler

$$n_p \text{ polpar-tal} = \frac{P}{2}$$

$$\omega_s \text{ stator-spänningens (el.) vinkelfrekvens [rad/s]} = 2\pi f_s$$

$$n_s \text{ mekaniskt synkront varvtal [RPM]} = \frac{60f_s}{n_p} = \frac{120f_s}{P}$$

$$\omega_r \text{ rotorns elektriska vinkelfrekvens} = \Omega_r n_p$$

$$\Omega_r \text{ rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]} = \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$n_r \text{ rotorns mekaniska hastighet (varvtal) [RPM]} = \frac{30}{\pi} \Omega_r$$

$$\text{Eftersläpning (slip): } s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

$\vec{V}_s$  stator-spänning (stationär AC i komplex form)

$\vec{I}_s$  stator-ström (stationär AC i komplex form)

$R_s$  statorresistans,  $R'_r$  rotorresistans

$L_s$  statorns läckinduktans

$L_r$  rotorns läckinduktans

$L_m$  magnetiseringsinduktans

$$\text{Axeffekt: } P_e = 3 \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2 = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$$

$$\text{Axel-vridmoment: } T_e = \frac{P_e}{\Omega_r} = \frac{3}{\Omega_r} \frac{1-s}{s} R'_r |I'_r|^2$$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd:  $T_L = T_e$

$$\text{Statoreffekt: } P_s = 3 \text{Re}\{\vec{V}_s \vec{I}_s^*\}$$

Statorns lindningsförluster:

$$P_{R_s} = 3R_s |\vec{I}_s|^2 = 3R_s I_{s,rms}^2$$

Rotorns lindningsförluster:  $P_{R_r} = 3R'_r |\vec{I}'_r|^2$

Luftgapseffekt:  $P_{ag} = 3 \frac{R'_r}{s} |I'_r|^2$

Start-vridmoment ( $s=1$ ):  $T_{e,start} = \frac{P_{ag}}{\omega_s/n_p}$

**Space vectors**

**Transformation från tre-fas till två-fas i stationärt koordinatsystem**

Transformera 3-fas storhet  $s_a(t), s_b(t), s_c(t)$  till  $\alpha\beta$

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = \frac{2}{3} K \left( s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Transformera  $\alpha\beta$  storhet  $\underline{s}^{\alpha\beta}$  till 3-fas  $s_a, s_b, s_c$

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

**Transformation från  $\alpha\beta$  till dq i roterande koordinatsystem**

Transformations vinkeln,  $\theta$ , väljs så att rotorflödet hamnar i d-riktningen.

Transformera  $\alpha\beta$  storhet,  $\underline{s}^{\alpha\beta}$ , till dq-systemet,  $\underline{s}^{dq}$

$$\underline{s}^{dq} = s_d + js_q = \underline{s}^{\alpha\beta} e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transformera dq-storhet,  $\underline{s}^{dq}$ , till  $\alpha\beta$ -systemet

$$\underline{s}^{\alpha\beta} = s_\alpha + js_\beta = \underline{s}^{dq} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

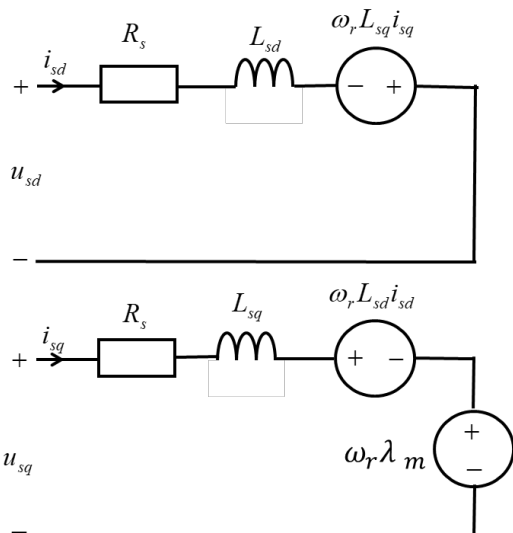
**Amplitud-invariant skalning:**  $K = 1 \Rightarrow |\underline{s}^{dq}| = |\underline{s}^{\alpha\beta}| = \hat{s}_\alpha = \hat{s}_\beta = \hat{s}_c$

Momentan effekt i tre-fas-system kan beräknas som:

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2K^2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2K^2} \text{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2K^2} \text{Re}\{\underline{u}i^*\}$$

**Permanent Magnetiserad Synkron-Maskin, PMSM**

Ekvivalent kretsschema i dq-systemet av PMSM i stationärtillstånd, matad med 3-fas växelspänning till statorn som har frekvens  $f_s$  och vinkelfrekvensen  $\omega_s$ . Gäller för amplitud-invariant transformation:



$n_p$  polpartal

$\omega_s$  statorspänningens vinkelfrekvens  $= 2\pi f_s$

$\omega_r$  rotorns elektriska vinkelfrekvens [rad/s]  $= \Omega_r n_p$

$\omega_s = \omega_r$

$\Omega_r$  rotorns mekaniska vinkelfrekvens [rad/s]  $= \frac{\omega_r}{n_p}$

$n_s$  mekaniskt synkront varvtal [RPM]  $= \frac{60 f_s}{n_p} = \frac{120 f_s}{P}$

$n_r$  rotorns mekaniska varvtal [RPM]  $= \frac{30}{\pi} \Omega_r$

$n_s = n_r$

$R_s$  stator-resistans

$L_{sd}$  stator-induktans i d-riktning

$L_{sq}$  stator induktans in q-riktning

$\lambda_m$  länkat flöde från rotormagneter

$\underline{u}_s$  dq-stator-spänning  $= u_{sd} + j u_{sq}$

$\underline{i}_s$  dq-stator-ström  $= i_{sd} + j i_{sq}$

$$I_{mag} = \sqrt{2} I_{rms} = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}$$

**Statorspänning:**

$$u_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_{sq} i_{sq}$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_{sd} i_{sd} + \omega_r \lambda_m$$

Axel-vridmoment:  $T_e = \frac{3n_p}{2} (\lambda_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$

Last-vridmoment i stationär-tillstånd:  $T_L = T_e$

Axel-effekt:  $P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Stator-effekt:  $P_s = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$

Statorns lindningsförluster:  $P_{R_s} = \frac{3}{2K^2} R_s |\underline{i}_s|^2$

**MTPA:**

$$\begin{cases} i_{sd} = I_{mag} \cos(\beta) \\ i_{sq} = I_{mag} \sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos(\beta) = -\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq}) I_{mag}} - \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\lambda_m}{4(L_{sd} - L_{sq}) I_{mag}}\right)^2}$$

**Ström vid känd MTPA-vinkel och referensmoment:**

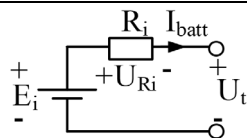
$I_{mag,ref}$

$$= -\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}$$

$$+ \sqrt{\frac{2}{3n_p(L_{sd} - L_{sq}) \sin(\beta) \cos(\beta)} T_{e,ref} + \left(\frac{\lambda_m}{2(L_{sd} - L_{sq}) \cos(\beta)}\right)^2}$$

**Batteri**

Ett batteri kan modelleras som:



$E_i$  intern spänning, från kemisk reaktion

$R_i$  ekvivalent intern batteri-resistans

$I_{batt}$  ström ut från batteriets terminaler

$U_{Ri}$  internt spänningsfall i batteriet  $= R_i I_{batt}$

$U_t$  terminal-spänning  $= E_i - R_i I_{batt}$

$P_i$  effekt från kemiska reaktioner  $= E_i I_{batt}$

$P_{ut}$  batteriets ut-effekt  $= U_t I_{batt}$

$P_{Ri}$  effektförlust i batteriet  $= R_i I_{batt}^2$

För N st. serie-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} + E_{i,2} + E_{i,3} + \dots + E_{i,N} = N E_i$$

$$R_{i,tot} = R_{i,1} + R_{i,2} + R_{i,3} + \dots + R_{i,N} = N R_i$$

För N st. parallell-kopplade identiska celler är ekvivalent intern spänning och resistans:

$$E_{i,tot} = E_{i,1} = E_{i,2} = E_{i,3} = \dots = E_{i,N}$$

$$R_{i,tot} = \frac{R_i}{N}$$