

# *Introduktion till maskininlärning*

*Kurskod: EEN175*

*Tentamen 2025-10-27*

Tid: 8:30-12:30

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 0730-79 42 26

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Granskning av rättning sker den 13 och 14 november kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.

Institutionen för elektroteknik  
Avdelningen för system- och reglerteknik  
Chalmers tekniska högskola



## 1

En energioptimerande styrfunktion ska konstrueras för ett tyngre fordon baserat på modellbaserad förstärkningsinlärning. I en lärobok framgår att den drivande kraften  $u$  från motorn ska kompensera de belastande krafterna som beror av Newtons lag och ett kvadratisk hastighetsberoende luftmotstånd samt fordonets tyngdkraft kopplat till vägens lutning  $\alpha$ . Friktionen från hjulen ger också en konstant belastande kraft.

- a) Formulera en regressionsmodell för fordonet som är linjär i de skattade parametrarna. Fyra parametrar antas räcka för att få en bra skattning av effektförbrukningen som är proportionell mot fordonets hastighet  $v$  och kraften  $u$  som båda är mätbara tillsammans med vägens lutning  $\alpha$ . Lutningen antas vara liten men ej försumbar. (2 p)
- b) Ange baserat på den skattade regressionsmodellen en lämplig funktion som genererar en styrsignal  $u_r$  baserat på framkoppling från en önskad referenshastighet  $v_r$ . Ange också principiellt hur en återkopplingsfunktion kan genereras baserat på den skattade modellen. (1 p)
- c) Då vägen från plats A till plats B är känd, ange hur en optimerande strategi kan formuleras så att energiförbrukningen för denna förflyttning, givet ovanstående modell, minimeras med begränsningar på hastighet, acceleration och motorkraft samt tillåten körtid. Antag att position och effektförbrukning för ett bestämt antal men godtyckligt valda diskreta tidpunkter kan bestämmas givet den skattade modellen. (1 p)

## 2

- a) Visa för en godtycklig regressionsmodell  $y(k) = \varphi^T(k)\theta$  med  $n$  parametrar i vektorn  $\theta$  vilken bias som erhålls vid minsta kvadratskattning av  $\theta$  givet  $y(k)$  och  $\varphi(k)$  för  $k = 1, \dots, N$  då dessa data genereras av ett system där utsignalen

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta_0 + v(k)$$

och  $v(k)$  är en godtycklig men icke mätbar störning. Vilket villkor krävs på  $v(k)$  för att undvika bias? (2 p)

- b) Vilken bias erhålls för modellen

$$y(k) = ay(k-1)$$

då utsignalen  $y(k)$  genereras av systemet

$$y(k) = ay(k-1) + e(k) + ce(k-1)$$

där  $e(k)$  är ett okänt vitt brus med variansen  $r_e$ . Förklara hur detta resultat är relaterat till uppgift a). (2 p)

2

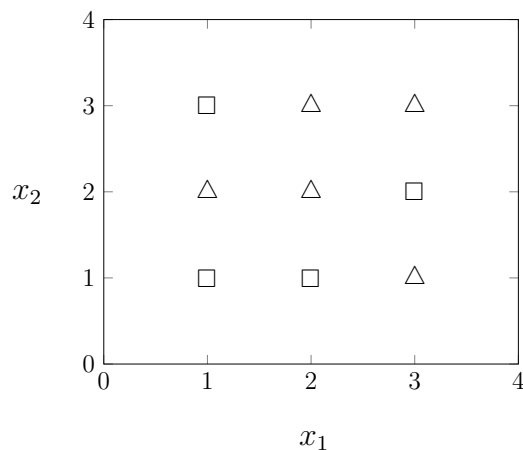
3

Följande tabell visar träningsdata för två klasser, blå respektive röd färg.

| $i$ | $x$                                      | $y$ |
|-----|------------------------------------------|-----|
| 1   | $\begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T$ | blå |
| 2   | $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$  | röd |
| 3   | $\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$  | blå |
| 4   | $\begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}^T$ | röd |
| 5   | $\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}^T$ | blå |
| 6   | $\begin{bmatrix} -1 & 3 \end{bmatrix}^T$ | röd |

Ange grafiskt, baserat på ovanstående träningsdata, beslutsgränserna för då båda klasserna vid klassificering med hjälp av  $k$ -NN ( $k$ -nearest neighbors) för  $k = 1$ . Förklara med en kort text och en enkel figur vilken princip som har applicerats för att erhålla dessa beslutsgränser. Kontrollera den erhållna lösningen genom att bestämma närmaste granne för testpunkterna  $x_* = \begin{bmatrix} 1.5 & 2 \end{bmatrix}^T$  och  $x_* = \begin{bmatrix} 0 & 2.5 \end{bmatrix}^T$  som båda ska hamna på var sin beslutsgräns. (4 p)

4



Ett första steg för att bilda ett beslutsträd för ovanstående klasser  $\square$  och  $\triangle$  har genomförts för halvmängderna  $R_1 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 < a_1\}$  och  $R_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq a_1\}$ . Den bästa indelningen erhöles med indexet Gini för  $a_1 = 1.5$ . En andra uppdelning i halvmängderna

$$R_1 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq 1.5 \wedge x_2 < a_2\} \quad \text{och} \quad R_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq 1.5 \wedge x_2 \geq a_2\}$$

ska nu undersökas. Bestäm det optimala värdet på parametern  $a_2$  baserat på indexet Gini och jämför med resultatet vid optimering baserat på indexet Missklassificering. Varför är det i detta fall fördelaktigt att använda indexet Gini? (4 p)

## 5

Formulera ett två-lagers neuralt nätverk för regression med en insignal (feature)  $x$  och en uppmätt utsignal  $y$ . Välj endast en neuron i aktuellt lager, inklusive konstant (bias) term för neuronerna, och ReLU (Rectified Linear Unit) som aktiveringsfunktion, samt förlustfunktionen

$$J(\theta) = \frac{1}{2}(y - z_2)^2$$

där  $z_2 = w_2 q_1 + b_2$  och  $q_1$  är utsignalen från neuronerna. Uttryck derivatan av förlustfunktionen med avseende på viktparametrarna  $w_1$ ,  $b_1$ ,  $w_2$  och  $b_2$  som en rekursiv “backtracking” formulering. (4 p)

## 6

- a) Varför införs regularisering speciellt vid skattning av modeller med många parametrar, och på vilket sätt påverkas bias och varians då regularisering införs? (1 p)
- b) På vilket sätt kan support vektor maskiner (SVM) utvidgas från linjär till olinjär klassificering. (1 p)
- c) Förklara begreppen viktfilter och pooling i samband med “convolutional” neuralt nätverk. (1 p)
- d) Ange en speciell egenskap som begreppet “self-attention” tillför vid skattning av stora språkmodeller. (1 p)
- e) Ange en specifik skillnad mellan supervised learning och reinforcement learning. (1 p)

# Formelblad

Förlustfunktion:  $J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i^T \theta)^2 + \lambda \theta^T \theta$

Skattad parametervektor:  $\hat{\theta} = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_i^T + \lambda I_n \right)^{-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i \right)$

Skattningens kovariansmatris:

$\text{cov}(\hat{\theta}) = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_i^T + \lambda I_n \right)^{-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_i^T \right) \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_i^T + \lambda I_n \right)^{-1} r_e$ ,  $r_e = \mathbb{E} e_i^2$

Gradient:  $\nabla f(x) = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} \dots \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]^T$

Gradient-baserad iterativ optimering:  $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \gamma \nabla f(x^{(k)})$

Newton-baserad iterativ optimering:  $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \gamma [\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1} \nabla f(x^{(k)})$

Konvex mängd:  $x, y \in S \Rightarrow \theta x + (1 - \theta)y \in S$ ,  $\theta \in [0, 1]$

Konvex funktion:  $f(\theta x_1 + (1 - \theta)x_2) \leq \theta f(x_1) + (1 - \theta)f(x_2)$

$\mathcal{L}_2$ -norm:  $\|x_i - x\|_2 = \sqrt{(x_{i1} - x_1)^2 + \dots + (x_{in} - x_n)^2}$

Fördelningsfunktion vid logistisk regression (LR):  $p(y|x) = \frac{1}{1 + e^{-y\theta^T x}}$

Skattad parametervektor vid LR:  $\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(1 + e^{-y_i \theta^T x_i})$

Prediktor vid binär klassificering baserat på LR:  $\hat{y}(x_*) = \text{sign}(\theta^T x_*)$

Naiv bayesiansk (NB) klassificerare:  $p(y_m | x_1, \dots, x_n) = c \prod_{j=1}^n p(x_j | y_m) p(y_m)$

Prediktor NB klassificerare:  $\hat{y} = \arg \max_{y_m} p(y_m | x_1, \dots, x_n)$

NB spam-filter med Laplace-utjämning:  $p(w_i | c) = \frac{N_c^{w_i} + 1}{\sum_{w_i \in W} N_c^{w_i} + |W|}$

$|W|$  = totala antalet ord i träningsdatamängden

$N_c^{w_i}$  = antalet gånger som ordet  $w_i$  förekommer i meddelanden av klassen  $c$

Beslutsträd: Halvmängder  $R_1 = \{(x_1, x_2) \mid x_i < a\}$  och  $R_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_i \geq a\}$ ,  $i = 1$  alt. 2

$$a_{opt} = \arg \min_a (n_1 Q_1 + n_2 Q_2)$$

$n_\ell$  = antalet element i halvmängden  $R_\ell$ ,  $n_\ell \in \{1, 2\}$

$\hat{\Pi}_{\ell m}$  = andelen av klass  $m$  i halvmängden  $R_\ell$

Alternativa index  $Q_\ell = 1 - \max_m \hat{\Pi}_{\ell m}$  (missklassificering)

$$Q_\ell = \sum_{m=1}^M \hat{\Pi}_{\ell m} (1 - \hat{\Pi}_{\ell m}) \text{ (Gini index)}$$

$$Q_\ell = - \sum_{m=1}^M \hat{\Pi}_{\ell m} \ln(\hat{\Pi}_{\ell m}) \text{ (Entropi index)}$$

Radiell basfunktion vid support-vektor-maskin klassificering:  $\kappa(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|_2^2}{2\ell^2}\right)$

Optimal värdefunktion vid dynamisk programmering:  $J^*(x) = \max_{a \in \Sigma(x)} [\rho(x, a) + \gamma J^*(\delta(x, a))]$

$Q$ -funktionen vid förstärkningsinlärning:  $Q(x, a) = \rho(x, a) + \gamma \max_{b \in \Sigma(\delta(x, a))} Q(\delta(x, a), b)$

Skattning av  $Q$ -funktionen:  $\hat{Q}_{k+1}(x, a) = (1 - \alpha_k) \hat{Q}_k(x, a) + \alpha_k (r' + \gamma \max_{b \in \Sigma(x')} \hat{Q}_k(x', b))$

Aktiveringsfunktioner för neuronnät (NN):  $h(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$  (sigmoid),  $h(z) = \max(z, 0)$  (ReLU)

Djupt neuronnät:  $q^{(1)} = h(W^{(1)}x + b^{(1)})$

$$q^{(j)} = h(W^{(j)}q^{(j-1)} + b^{(j)}), \quad j = 2, \dots, d-1$$

$$\hat{y} = W^{(d)}q^{(d-1)} + b^{(d)}$$

Softmax funktion för NN:  $g = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_M \end{bmatrix} = \text{softmax}(z) = \frac{1}{\sum_{j=1}^M e^{z_j}} \begin{bmatrix} e^{z_1} \\ \vdots \\ e^{z_M} \end{bmatrix}$

Multipel klassificeringsprediktor för NN:  $\hat{y}(x_*) = \arg \max_m g_m(x_*), \quad m \in \{1, \dots, M\}$

Lösning till tenta i Intro till maskininlärning  
2025-10-27

1. a)  $u = \theta_1 \dot{v} + \theta_2 v^2 + \theta_3 \sin \alpha + \theta_4$  Litet  $\alpha \Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$

Förenklad modell

$$u = \underbrace{[\dot{v} \quad v^2 \quad \alpha \quad 1]}_{\varphi^T} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \theta$$

Skattad modell  
ger  $\hat{\theta}$

b)

Framkoppling  $u_r = \pi(v_r, \dot{v}_r, \alpha, \hat{\theta}) =$   
 $= \hat{\theta}_1 \dot{v}_r + \hat{\theta}_2 v_r^2 + \hat{\theta}_3 \alpha + \hat{\theta}_4$

(1) Tillståndsmodell

$$\dot{v} = f(v, u, \alpha, \hat{\theta}) = (u - \hat{\theta}_2 v^2 - \hat{\theta}_3 \alpha - \hat{\theta}_4) / \hat{\theta}_1$$

(2) Linjärisering kring arbetspunkt  $(v_r, u_r)$

$$\Delta v = v - v_r \quad \Delta u = u - u_r$$

$$\dot{v} = \dot{v}_r + \Delta \dot{v} = f(v_r, u_r, \alpha, \hat{\theta}) + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u$$

$$\dot{v}_r = f(v_r, u_r, \alpha, \hat{\theta}) = (u_r - \hat{\theta}_2 v_r^2 - \hat{\theta}_3 \alpha - \hat{\theta}_4) / \hat{\theta}_1$$

$$\Rightarrow u_r = \hat{\theta}_1 \dot{v}_r + \hat{\theta}_2 v_r^2 + \hat{\theta}_3 \alpha + \hat{\theta}_4 = \pi(v_r, \dot{v}_r, \alpha, \hat{\theta}) = u_r$$

$$\Delta \dot{v} = \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u = - \underbrace{\frac{2\hat{\theta}_2 v_r}{\hat{\theta}_1}}_{-a(v_r)} \Delta v + \underbrace{\frac{1}{\hat{\theta}_1}}_b \Delta u$$

$$\therefore \Delta \dot{v} = -a(v_r) \Delta v + b \Delta u$$

(3) Diskretisering  $\Rightarrow \Delta v_{k+1} = \alpha \Delta v_k + \beta \Delta u_k$

$$\alpha = \exp(-a(v_r)h) \quad \beta = (1 - \alpha) b / a(v_r)$$

$$\Delta v_{k+1} = \alpha \Delta v_k + \beta \Delta u_k$$

(4) Återkoppling exempelvis baserat  
på P-reglering och polplacering  
i  $z = \alpha_c$

$$\Delta U_k = -K_p \Delta \sigma_k \Rightarrow \Delta \sigma_{k+1} = \underbrace{(\alpha - \beta K_p)}_{\alpha_c} \Delta \sigma_k$$

$$\Rightarrow K_p = \frac{\alpha - \alpha_c}{\beta} \Rightarrow \Delta \sigma_{k+1} = \alpha_c \Delta \sigma_k$$

c) Energioptimering

$$P_k = \eta(U_r) U_r \dot{U}_r = \begin{cases} 1.1 U_r \dot{U}_r & \text{då } U_r > 0 \\ 0.9 U_r \dot{U}_r & \text{då } U_r < 0 \end{cases}$$

Anpassa  $h_0, \dots, h_{N-1}$  så att

$$E = \min_{h_0, \dots, h_{N-1}} \sum_{k=0}^{N-1} P_k h_k, \quad \sum_{k=0}^{N-1} h_k = T_f = \text{sluttid}$$

givet begränsningar på

$$U_r \leq U_{\max} \quad |\dot{U}_r| \leq \dot{U}_{\max} \quad |U_r| < U_{\max}$$

och framkopplingen

$$U_r = \Pi(U_r, \dot{U}_r, \alpha, \hat{\theta})$$

$$h_k = t_{k+1} - t_k$$

$$U_{r,k} = (S_{k+1} - S_k) / h_k$$

$$\dot{U}_{r,k} = (U_{r,k+1} - U_{r,k}) / h_k$$

Godkänd lösning på b) kräver endast

$$U_r = \hat{\theta}_1 \dot{U}_r + \hat{\theta}_2 U_r^2 + \hat{\theta}_3 \alpha + \hat{\theta}_4$$

samt linjärisering av tillståndsmodell

$$\dot{U} = f(U, U, \alpha, \hat{\theta}) \text{ kring } (U_r, U_r) \text{ och}$$

diskretisering samt återkoppling baserat på den diskretiserade linjära modellen.

c) samplingsintervallen  $h_k$  anpassas så att  $\sum_{k=0}^{N-1} P_k h_k$  minimeras där  $P_k = \begin{cases} 1.1 U_r \dot{U}_r & U_r > 0 \\ 0.9 U_r \dot{U}_r & U_r < 0 \end{cases}$

2. a) Systemdynamik  $y(k) = \varphi^T(k) \theta_0 + v(k)$

$$\hat{\theta} = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right)^{-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y(k) \right) =$$

$$= R_x^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \theta_0 + R_x^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) v(k)$$

$$\rightarrow \theta_0 + \underbrace{R_x^{-1} \mathbb{E}[\varphi(k) v(k)]}_{\text{bias}} \text{ då } N \rightarrow \infty$$

Bias undviks då  $\mathbb{E}[\varphi(k) v(k)] = 0$

dvs då störningen  $v$  är okorrelerad med regressionsvektorn  $\varphi(k)$

b)  $y(k) = \underbrace{a y(k-1)}_{\varphi(k)} + \underbrace{e(k) + c e(k-1)}_{v(k)}$

$$R_x \rightarrow \mathbb{E} \varphi^2(k) = \mathbb{E} y^2(k-1) = r_y(0) \text{ då } N \rightarrow \infty$$

$$\text{Bias } \hat{\theta} - \theta_0 = \hat{a} - a = \frac{1}{r_y(0)} \mathbb{E}[\varphi(k) v(k)]$$

$$= \frac{1}{r_y(0)} \mathbb{E} y(k-1) (e(k) + c e(k-1)) =$$

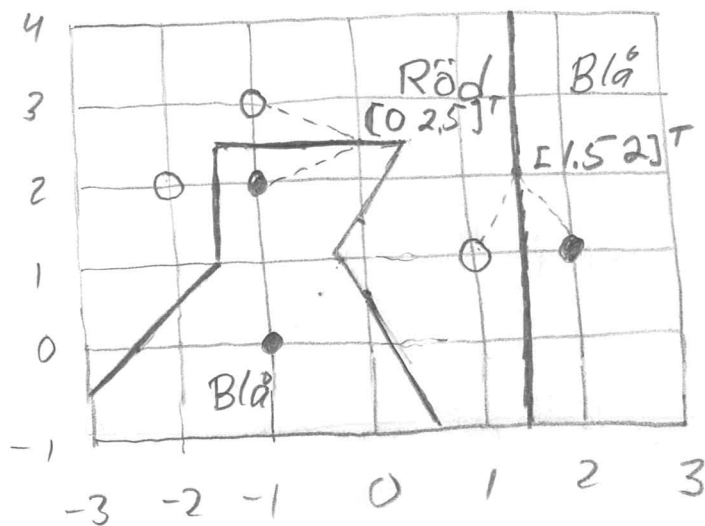
$$= \frac{1}{r_y(0)} \mathbb{E} (a y(k-2) + e(k-1) + c e(k-2)) (e(k) + c e(k-1)) =$$

$$= \frac{1}{r_y(0)} c \mathbb{E}[e^2(k-1)] = \frac{c r_e}{r_y(0)} \neq 0 \text{ då } c \neq 0$$

Bias erhålls då  $\mathbb{E}[\varphi(k) v(k)] \neq 0$

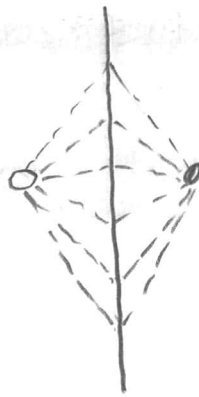
vilket gäller då  $c \neq 0$  och  $v$  ej är vitt utan färgat brus.

3.



● blå  
○ röd

Allmänt erhålls en begränsningslinje mellan de två närmaste punkterna av olika klass enligt följande



dvs en lika lång linje från en röd punkt möts av en lika lång linje från den närmaste blåa punkten, där skärningspunkten mellan dessa lika långa linjer är en punkt på begränsningslinjen.

4.

|           |     |     |     |
|-----------|-----|-----|-----|
| $x_2$     |     |     |     |
| 3         | □   | △   | △   |
| $a_2=2.5$ | --- | --- | --- |
| 2         | △   | △   | □   |
| $a_2=1.5$ | --- | --- | --- |
| 1         | □   | □   | △   |
| $x_1$     | 1   | 2   | 3   |

Halvmängder

$$R_1 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq 1.5 \wedge x_2 < a_2\}$$

$$R_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq 1.5 \wedge x_2 \geq a_2\}$$

| $a_2$ | $n_1$ | $n_2$ | $\hat{\pi}_{1\Box}$ | $\hat{\pi}_{1\Delta}$ | $\hat{\pi}_{2\Box}$ | $\hat{\pi}_{2\Delta}$ |
|-------|-------|-------|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|
| 1.5   | 2     | 4     | $\frac{1}{2}$       | $\frac{1}{2}$         | $\frac{1}{4}$       | $\frac{3}{4}$         |
| 2.5   | 4     | 2     | $\frac{1}{2}$       | $\frac{1}{2}$         | 0                   | 1                     |

Gini:  $Q_e = \hat{\pi}_{e\Box}(1 - \hat{\pi}_{e\Box}) + \hat{\pi}_{e\Delta}(1 - \hat{\pi}_{e\Delta})$

$$a_2 = 1.5 \quad Q_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\gamma = n_1 Q_1 + n_2 Q_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{8} = 2.5$$

$$a_2 = 2.5 \quad Q_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$Q_2 = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 0$$

$$\gamma = 4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 0 = 2$$

$\therefore a_2 = 2.5$  optimal

Missklassificering:  $Q_e = 1 - \max_{m \in \{\Box, \Delta\}} \hat{\pi}_{em}$

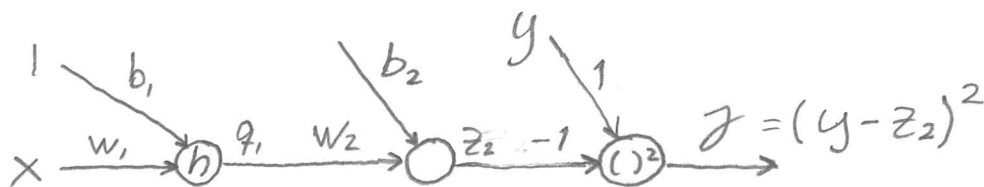
$$a_2 = 1.5 \quad \gamma = 2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = 2$$

$a_2 = 1.5$  alt.  $a_2 = 2.5$

$$a_2 = 2.5 \quad \gamma = 4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 0 = 2 \quad \text{lika bra.}$$

Missklassificering ger lika medan den rena klassen för  $s_2 = 2.5$  gynnas av Gini, som generellt gynnar rena klasser.

5.



$$h(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad H(x) = \frac{dh}{dx} = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$z_1 = w_1 x + b_1, \quad q_1 = h(z_1)$$

$$z_2 = w_2 h(z_1) + b_2, \quad z = \frac{1}{2} (y - z_2)^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial z_2} = -(y - z_2) = z_2 - y, \quad \frac{\partial z_2}{\partial z_1} = w_2 \frac{\partial h(z_1)}{\partial z_1} = w_2 H(z_1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial b_2} = \frac{\partial z}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial b_2} = (z_2 - y) \cdot 1 = z_2 - y$$

$$\frac{\partial z}{\partial w_2} = \frac{\partial z}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial w_2} = (z_2 - y) h(z_1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial z_1} = \frac{\partial z}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial z_1} = (z_2 - y) w_2 H(z_1)$$

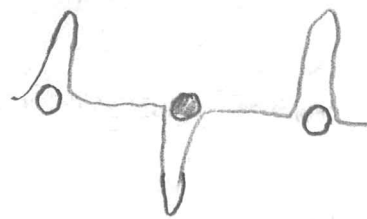
$$\frac{\partial z}{\partial b_1} = \frac{\partial z}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial b_1} = (z_2 - y) w_2 H(z_1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial w_1} = \frac{\partial z}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial w_1} = (z_2 - y) w_2 H(z_1) x$$

6. a) Regularisering införs för att en modell inte ska anpassa sig <sup>alltför mycket</sup> till en specifik dataserie då många datapunkter ingår. Detta innebär att variansen minskar men att bias ökar något.

b) Olinjär klassificering åstadkoms genom att utöka dimensionen på tillståndsrummet. Radial bases funktion (RBF) innebär exempelvis att den extra dimensionen går i positiv riktning för den ena klassen och i negativ riktning för den motsatta klassen.

Ex  
utökning från  
dim 1 till dim 2



vit  
klass

svart  
klass

c) Viktfilter också kallad kernel används för identifiera generella mönster i en bild exempelvis horisontella, vertikala eller diagonala mönster i en bild.

Pooling innebär att antingen max eller medelvärde för en grupp insikniser beräknas, för att reducera ner exempelvis bilder till färre datapunkter.

d) self-attention innebär att kopplingen mellan godtyckliga ord enkelt och direkt identifieras oavsett hur nära eller långt ifrån varandra som orden är placerade i en mening.

e) Reinforcement learning (RL) inkluderar återkoppling i form av nytt tillstånd  $x'$  med tillhörande belöning  $r$  som uppdaterar en kriteriefunktion  $Q(x, a)$ , där valet av action  $a$  i tillstånd  $x$  väljs så att  $Q$ -funktionen maximeras m.a.p. action  $a$ . Supervised learning genererar en statistisk funktion eller områdesindelning (klassificering).