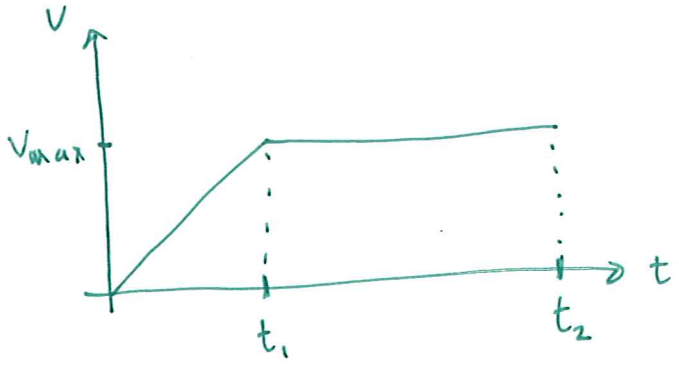
IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del A uppgift 1

Sökt: v_{max}

Givet: $S = 100\,m$, $t_1 = 2.5\,s$, $t_2 = 10.40\,s$

- Rita v-t diagram



- Sträcka = Area under grafen i v-t diagram

$$S = S_{acc} + S_{v_{max}} = \frac{v_{max} t_1}{2} + v_{max}(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow S = v_{max}\left(\frac{t_1}{2} + t_2 - t_1\right)$$

$$\Rightarrow v_{max} = \frac{S}{t_2 - \frac{t_1}{2}} = \frac{100}{10.4 - \frac{2.5}{2}} = 10.92896\,\frac{m}{s}$$

Svar $v_{max} = 10.9\,\frac{m}{s}$

IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del A uppgift 2

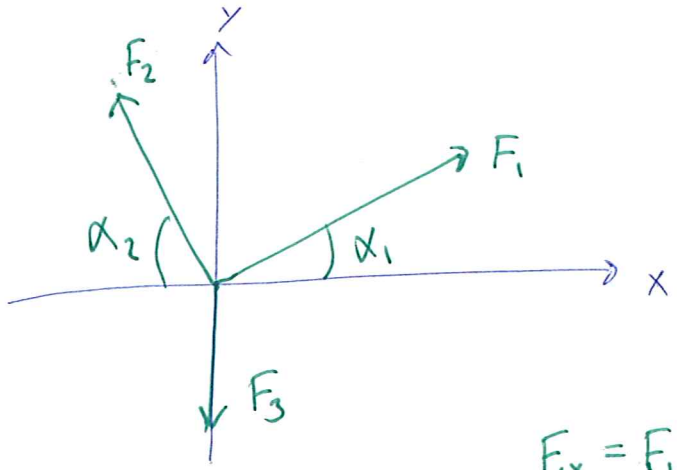
Sökt: F_{res}, α_{res}

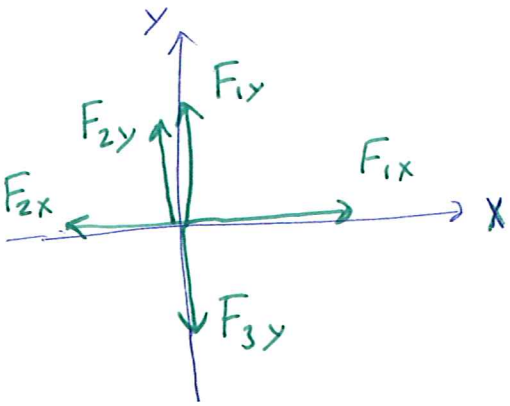
Givet: $F_1 = 18\ N$, $\alpha_1 = 42°$

$F_2 = 21\ N$, $\alpha_2 = 58°$

$F_3 = 11\ N$

(riktningar enligt figur)





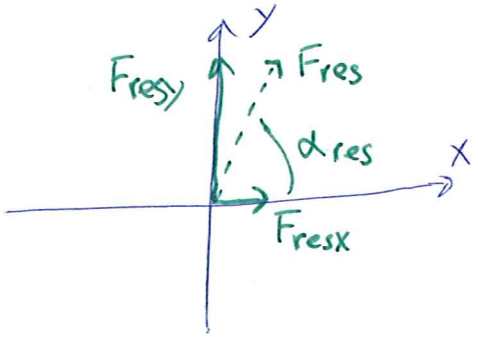
$F_{1x} = F_1 \cos(\alpha_1) = 18 \cdot \cos(42°) = 13,38 N$

$F_{1y} = F_1 \sin(\alpha_1) = 18 \cdot \sin(42°) = 12,04 N$

$F_{2x} = F_2 \cos(\alpha_2) = 21 \cdot \cos(58°) = 11,13 N$

$F_{2y} = F_2 \sin(\alpha_2) = 21 \sin(58°) = 17,81$

$F_{3y} = F_3 = 16 N$



$F_{resx} = F_{1x} - F_{2x} = 2,125\ N$

$F_{resy} = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = 13,85\ N$

$\alpha_{res} = \arctan\left(\frac{F_{resy}}{F_{resx}}\right) = 80,78°$

$F_{res} = \sqrt{F_{resx}^2 + F_{resy}^2} = 14,03\ N$

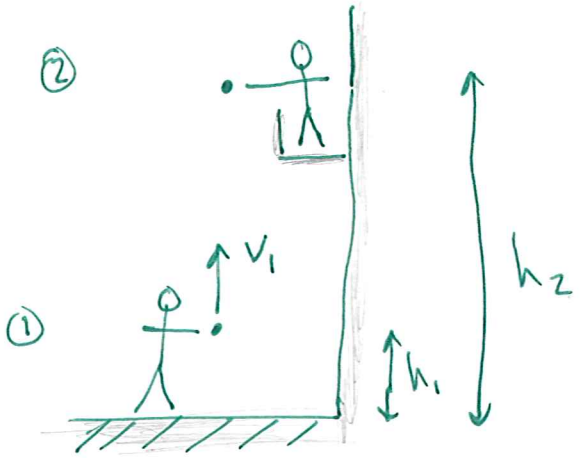
Svar: $F_{res} = 14\ N$, $\alpha_{res} = 81°$

IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del A uppgift 3

Sökt: v_1

Givet: $h_1 = 1{,}5\ m$, $h_2 = 6{,}0\ m$, $v_2 = 0\ \frac{m}{s}$, $g = 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$



- Energiprincip: $E_1 = E_2$

$$E_1 = E_2$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$$0 + \frac{mv_1^2}{2} = mg(h_2 - h_1) + 0$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot (6 - 1{,}5)} = 9{,}401\ \frac{m}{s}$$

Svar: $v_1 = 9.4\ \frac{m}{s}$

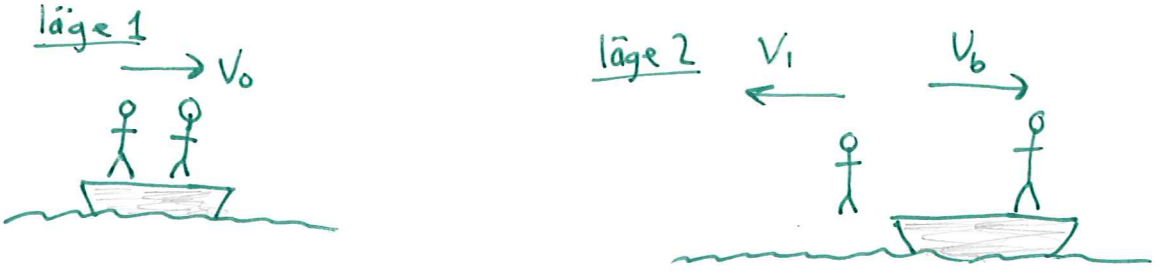
IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del A uppgift 4

Sökt: v_0.

Givet: $m_1 = 75\ kg$, $m_2 = 67\ kg$, $m_b = 135\ kg$

$v_b = 1{,}6\ \frac{m}{s}$, $v_1 = -3{,}1\ \frac{m}{s}$



- Rörelsemängd: $p = mv$
- Bevarad rörelsemängd: $P_1 = P_2$

$P_1 = P_2$

$$v_0(m_1 + m_2 + m_b) = -m_1 v_1 + v_b(m_2 + m_b)$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{v_b(m_2 + m_b) - m_1 v_1}{m_1 + m_2 + m_b} =$$

$$= \frac{1{,}6(67+135) - 75 \cdot 3{,}1}{75+67+135} = 0{,}3274\ \frac{m}{s}$$

Svar: $v_0 = 0{,}33\ \frac{m}{s}$

IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del A Uppgift 5

Sökt: $m_{1,vat}$

Givet: $m_{1,is} = 0{,}2\ kg$, $m_{2,vat} = 0{,}5\ kg$

$T_1 = 0°C$, $T_2 = 25°C$

$c_{p,vat} = 4190 \frac{J}{kg°C}$, $c_{s,is} = 334\,000 \frac{J}{kg}$

- Energi för att smälta all is

$$E_{1,is} = m_{1,is} \cdot c_{s,is} = 0.2 \cdot 334\,000 = 66\,800\ J$$

- Energi tillgänglig i varmvatten
(dvs om all energi avger och dess temperatur sjunker till 0°C)

$$E_{2,vat} = m_{2,vat}\, c_{p,vat}\, \Delta T = m_{2vat}\, c_{pvat}\, (T_2 - 0°C)$$

$$= m_{2vat}\, c_{pvat}\, T_2 = 0{,}5 \cdot 4190 \cdot 25 = 52375\ J$$

- $E_{1,is} > E_{2,vat} \Rightarrow$ all is smälter inte

- Hur mycket is smälter?

Avgiven energi från varmvatten = Energi för att smälta del av is, m_1^*

$$E_{2,vat} = E_{1,is}^*$$

$$E_{2,vat} = m_1^*\, c_{s,is} \Rightarrow m_1^* = \frac{E_{2,vat}}{c_{s,is}} = \frac{52375}{334\,000} = 0{,}1568$$

Svar: 157 g is smälter (79 %)

IMS 140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del B uppgift 6

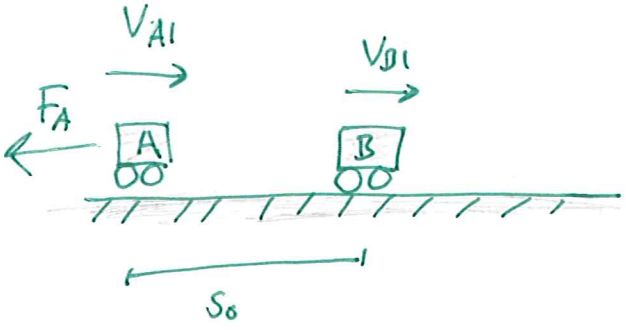
Sökt: F_A

Givet: $m_A = 37\,200$ kg, $v_{A1} = 18 \frac{m}{s}$

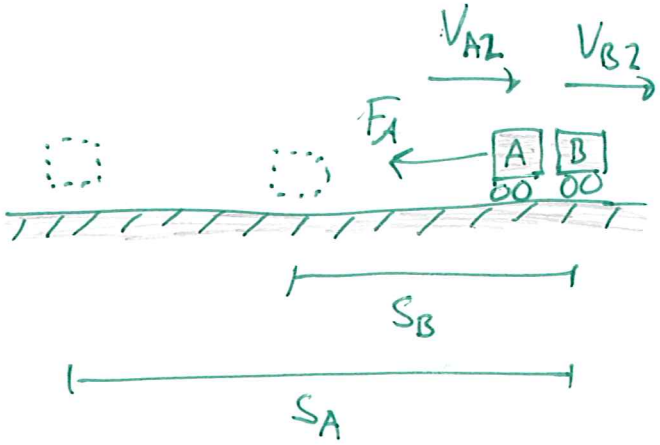
$m_B = 42\,600$ kg, $v_{B1} = 12 \frac{m}{s}$

$a_B = 0 \frac{m}{s^2}$, $s_0 = 240$ m

läge 1: $t = t_1 = 0$ s



läge 2: $t = t_2$



- $a_B = 0 \rightarrow v_{B2} = v_{B1}$ (1)
- Villkor för att precis inte krocka vid $t = t_2$:

$s_A = s_B + s_0$ (2) (bromssträcka och försprång)

$v_{A2} = v_{B2}$ (3) (hastigheter samma)

- Ekvationer för rörelse

$$s = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow \quad s_A = \frac{V_{A2} + V_{A1}}{2} t_2 = \{(3) \circ (1)\} = \frac{V_{B1} + V_{A1}}{2} t_2 \qquad (4)$$

$$s_B = V_{B2}\, t_2 = \{(3)\} = V_{B1} \cdot t_2 \qquad (5)$$

- Ekvationer (2), (4) och (5) ger t_2:

$$\frac{V_{B1} + V_{A1}}{2} t_2 = V_{B1}\, t_2 + s_0$$

$$\Rightarrow \quad t_2 = \frac{-s_0}{\left(V_{B1} - \frac{V_{B1} + V_{A1}}{2}\right)} = \frac{2 s_0}{V_{A1} - V_{B1}}$$

$$= \frac{2 \cdot 240}{18 - 12} = \frac{480}{6} = 80{,}0\,s$$

- Acceleration

$$a_A = \frac{V_{A2} - V_{A1}}{t_2 - t_1} = \frac{V_{B1} - V_{A1}}{t_2 - t_1} = \frac{12 - 18}{80 - 0} = \frac{-6}{80} = -0{,}075\ \frac{m}{s^2}$$

- Bromskraft från Newtons andra lag

$$F_A = m_A a_A = 37\,200 \cdot (-0{,}075) = -2790{,}0\ N$$

Svar: Vagn A bromsas med $F_A = 2{,}79\,kN$

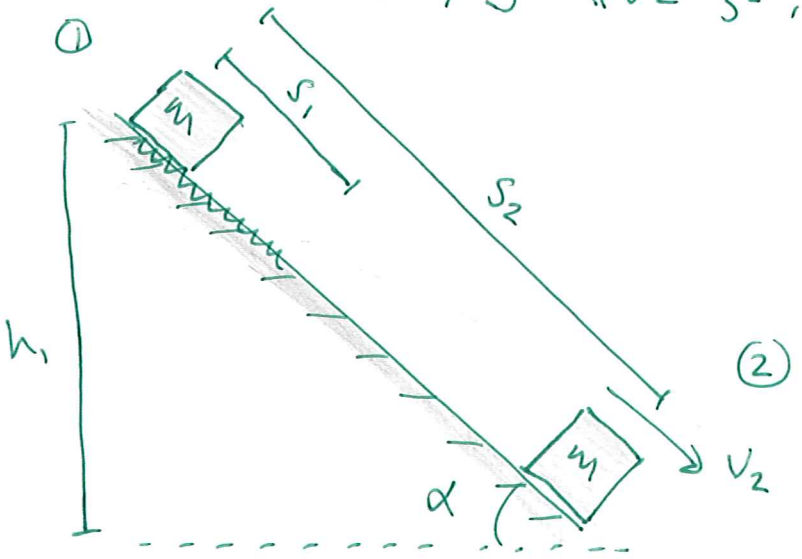
IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del B Uppgift 7

Sökt: v_2

Givet: $v_1 = 0 \frac{m}{s}$, $s_1 = 1.0$ m, $s_2 = 2.2$ m

$\alpha = 54°$, $g = 9.82 \frac{m}{s^2}$, $\mu = 0.5$, $m = 15$ kg



- Från figur $h_1 = s_2 \sin(\alpha)$ (1)

- Energiprincip: $E_1 = E_2$

$$E_1 = E_2$$

Energiförlust från glid längs s_1

$$E_{p1} + E_{v1} = E_{p2} + E_{k2} + W_f$$

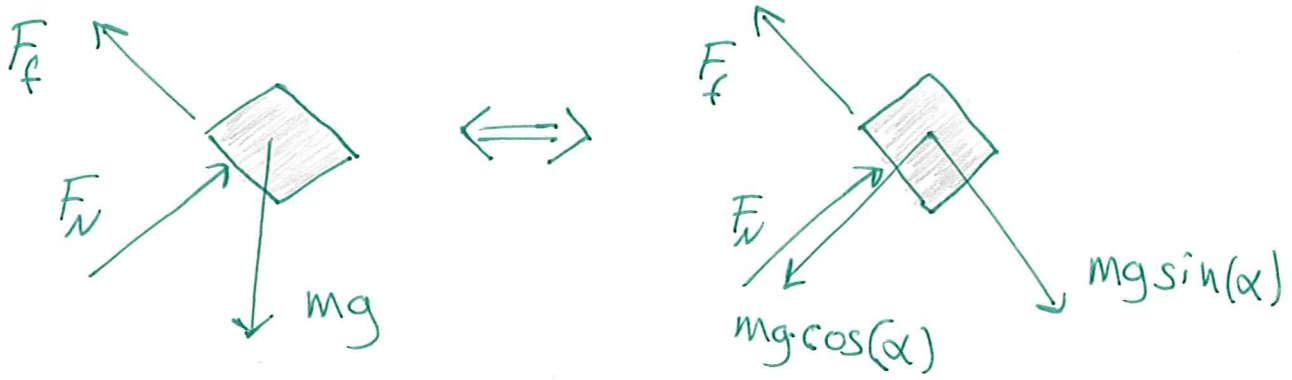
$$mgh_1 + 0 = 0 + \frac{mv_2^2}{2} + F_f \cdot s_1$$

med (1) $\Rightarrow$ $mg s_2 \sin(\alpha) = \frac{mv_2^2}{2} + F_f \cdot s_1$ (2)

- Friktionskraft:

$$F_f = \mu \cdot F_N \quad (3)$$

- Frilägg låda i läge (1), för att finna F_N



- Kraftekvationer

$\swarrow$: $mg\cos(\alpha) - F_N = 0 \Rightarrow F_N = mg\cos(\alpha)$ (4)

($\searrow$: $mg\sin(\alpha) - F_f = ma$, behövs ej)

- Ekvation (4) och (3) in i (2) ger v_2:

$$mg \cdot s_2 \sin(\alpha) = \frac{mv_2^2}{2} + \mu mg\cos(\alpha) s_1$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(s_2\sin(\alpha) - \mu s_1 \cos(\alpha))} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}82 (2.2 \cdot \sin(54°) - 0{,}5 \cdot 1.0 \cdot \cos(54°))} =$$

$$= 5{,}4023 \ \frac{m}{s}$$

Svar: $v_2 = 5{,}4 \ \frac{m}{s}$

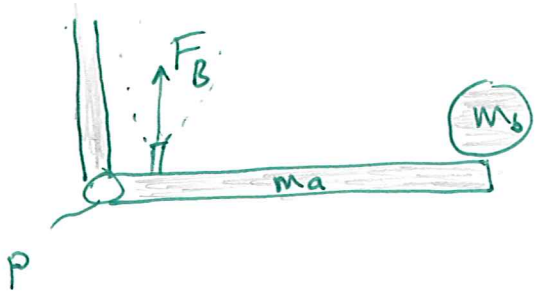
IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del B uppgift 8

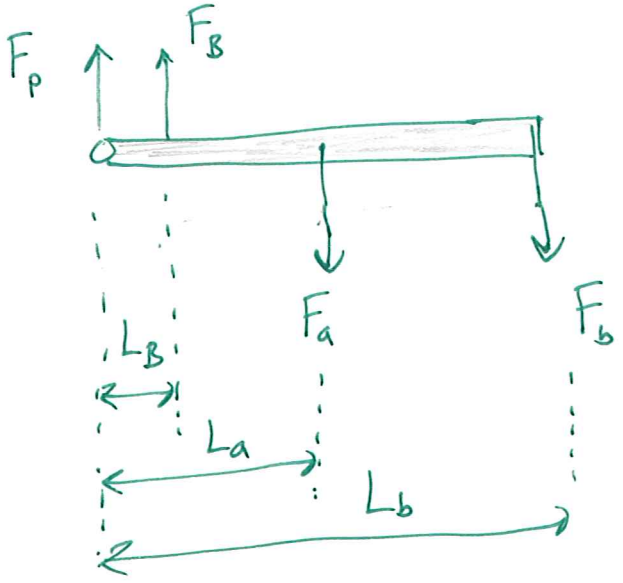
Sökt: F_B, F_p

Givet: $m_a = 1{,}8\ kg$, $m_b = 5{,}0\ kg$, $g = 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$

$L_B = 0{,}03\ m$, $L_a = 0{,}15\ m$, $L_b = 0{,}30\ m$



- Frilägg underarm:



$$F_a = m_a g \quad (1)$$

$$F_b = m_b g \quad (2)$$

- Kraft- och momentjämviktsekvationer

$\rightarrow$: 0

$\uparrow$: $F_p + F_B - F_a - F_b = 0$ (3)

$\curvearrowright_P$: $-F_B \cdot L_B + F_a \cdot L_a + F_b \cdot L_b = 0$ (4)

- Ekvation (1), (2) och (4) ger F_B:

$$F_B = \frac{F_a L_a + F_b L_b}{L_B} = \frac{m_a g L_a + m_b g L_b}{L_B} =$$

$$= \frac{1{,}8 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}15 + 5{,}0 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}3}{0{,}03} = 579{,}38\,N \quad (5)$$

- Ekvation (1), (2), (3) och (5) ger F_p:

$$F_p = m_a g + m_b g - F_B = 9{,}82 \cdot 1{,}8 + 9{,}82 \cdot 5{,}0 - 579{,}38 =$$

$$= -512{,}604\,N$$

Svar: $F_B = 580\,N$

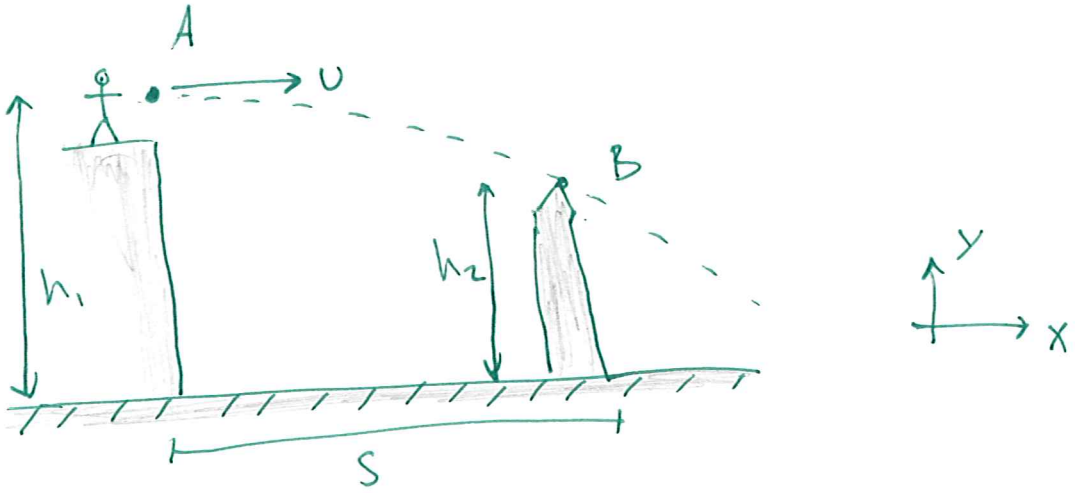
$F_p = -510\,N$

IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del B uppgift 9

Sökt: v

Givet: $h_1 = 26\ m$, $h_2 = 16\ m$, $s = 40\ m$, $g = 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$



- Positioner: A: $x = 0$, $y = h_1$ vid $t = t_A = 0$

  B: $x = s$, $y = h_2$ vid $t = t_B = ?$

- Kaströrelse

$a_x = 0$

$a_y = -g$

$v_x = v_{x0} + a_x t = v_{0x} = v$

$v_y = v_{y0} + a_y t = 0 - gt = -gt$

$s_x = v_{x0} t = vt$

$s_y = v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} g t^2$

$x(t) = x_0 + s_x = 0 + vt$

$y(t) = y_0 + s_y = h_1 - \frac{1}{2} g t^2$

- $y(t_B) = h_2$ ger t_B:

$$h_1 - \frac{1}{2} g t_B^2 = h_2$$

$$\Rightarrow t_B = \sqrt{(h_1 - h_2)\frac{2}{g}} = \sqrt{(26-16)\frac{2}{9{,}82}} = 1{,}4271\ s$$

- $x(t_B) = s$ ger v:

$$v \cdot t_B = s$$

$$\Rightarrow v = \frac{s}{t_B} = 28{,}028\ \frac{m}{s}$$

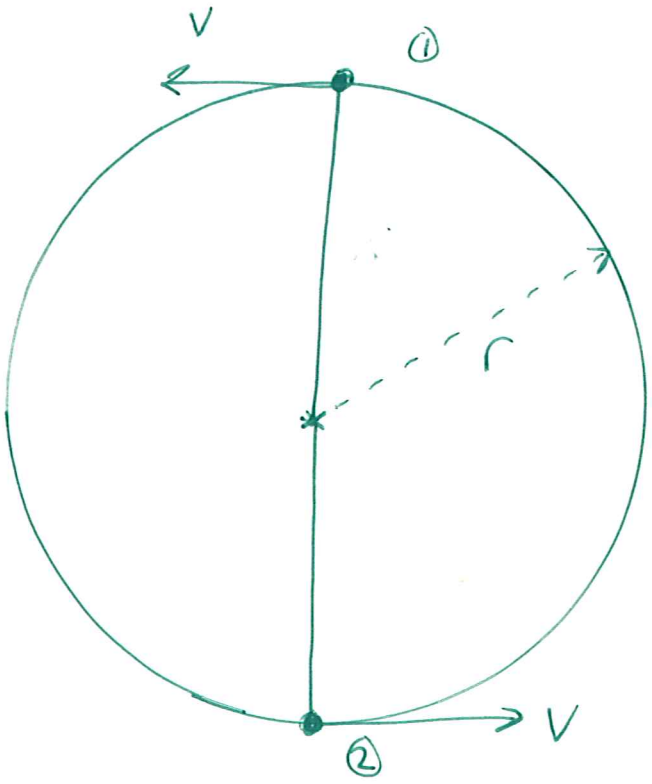
Svar: Horisontell hastighet $v = 28\ \frac{m}{s}$

IMS140 och 145 Mekanik och Termodynamik 2026-01-07

Del B uppgift 10

Sökt: v, $F_{s,2}$

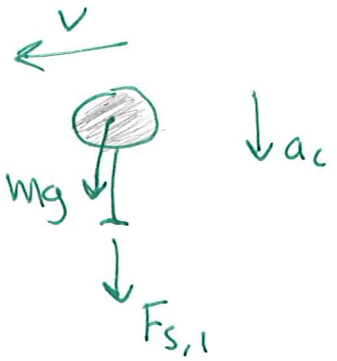
Givet: $r = 1{,}0\ m$, $m = 0{,}05\ kg$, $g = 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$



- Cirkulärrörelse

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

- Frilägg boll i läge 1, för att hitta v



Kraft i snöre i läge 1: $F_{s,1}$

- Rörelseekvationer för läge 1

$\leftarrow : 0$

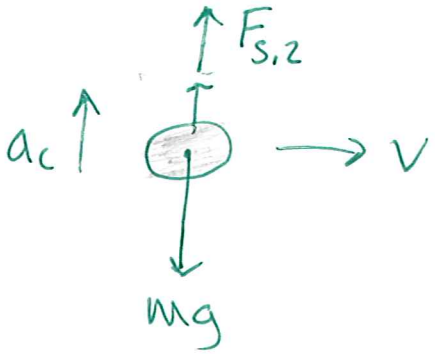
$\downarrow : mg + F_{s,1} = ma_c = \frac{mv^2}{r}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{r}{m}(mg + F_{s,1})}$$

Minsta möjliga hastighet v fås då $F_{s,1} = 0$, dvs då snöret precis börjar slacka i läge 1:

$$v = \sqrt{\frac{r}{m}(mg + 0)} = \sqrt{rg} = \sqrt{1 \cdot 9.82} = 3,133 \frac{m}{s}$$

- Frilägg boll i läge 2 för att hitta $F_{s,2}$



- Rörelseekvationer för boll i läge 2

$\rightarrow : 0$

$\uparrow : F_{s,2} - mg = ma_c = \frac{mv^2}{r}$

$$\Rightarrow F_{s2} = \frac{mv^2}{r} + mg = \frac{0,05 \cdot 3,133^2}{1} + 0,05 \cdot 9,82 = 0,982\,N$$

<u>SVAR</u>: $v = 3.1 \frac{m}{s}$

$F_{s,2} = 0,98\,N$