

Tentamentsskrivning i **Matematisk Statistik MVE091/MVE090**

Tid: den 12 januari, 2026, 08:30-13:30

Examinator och jour: Erik Broman, mob. 073 7320791,

Hjälpmedel: Typgodkänd miniräknare, 4 A4-sidor egenhändigt skrivna anteckningar (2 ark fram och bak eller 4 ark på en sida) samt utdelade tabeller.

Tentamen består av 8 frågor om sammanlagt 50 poäng. Preliminära betygsgränser är satta till:

betyg "3": 20 till 29 poäng

betyg "4": 30 till 39 poäng

betyg "5": 40 eller fler poäng.

OBS! Alla lösningar skall vara väl redovisade, motiverade och fullständiga. Svar skall ges på enklast möjliga form. Talen är ej ordnade efter svårighetsgrad.

Följande formler kan eventuellt vara till nytta:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}, \quad e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1+a_n)^{b_n} = e^c \text{ om } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = c \text{ och } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

1. Antag att T_1, T_2, T_3 alla är oberoende och exponentialfördelade med parameter 1.

- (a) Vad är sannolikheten att minst två av de tre slumpvariablerna T_1, T_2, T_3 antar ett värde som är högst 2? (2p)
- (b) Om händelsen i (a) inträffar, beräkna sannolikheten att $T_1 \leq 2$. (2p)
- (c) Om händelsen i (a) inträffar, beräkna sannolikheten att $\max(T_1, T_2, T_3) \leq 2$. (2p)

Lösning:

(a) Vi har att

$$\mathbb{P}(T_1 \leq 2) = \int_0^2 e^{-x} dx = 1 - e^{-2}.$$

Vi söker sedan

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}(T_1, T_2, T_3 \leq 2) + \mathbb{P}(T_1, T_2 \leq 2, T_3 > 2) + \mathbb{P}(T_1, T_3 \leq 2, T_2 > 2) + \mathbb{P}(T_2, T_3 \leq 2, T_1 > 2) \\ &= \mathbb{P}(T_1, T_2, T_3 \leq 2) + 3\mathbb{P}(T_1, T_2 \leq 2, T_3 > 2) = \mathbb{P}(T_1 \leq 2)^3 + 3\mathbb{P}(T_1 \leq 2)^2\mathbb{P}(T_1 > 2) \\ &= (1 - e^{-2})^3 + 3(1 - e^{-2})^2 e^{-2} (\approx 0.95). \end{aligned}$$

(b) Låt A beteckna händelsen från (a). Vi söker nu

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(T_1 \leq 2|A) &= \frac{\mathbb{P}(\{T_1 \leq 2\} \cap A)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\mathbb{P}(T_1, T_2, T_3 \leq 2) + 2\mathbb{P}(T_1, T_2 \leq 2, T_3 > 2)}{\mathbb{P}(A)} \\ &= \frac{(1 - e^{-2})^3 + 2(1 - e^{-2})^2 e^{-2}}{(1 - e^{-2})^3 + 3(1 - e^{-2})^2 e^{-2}} (\approx 0.8935). \end{aligned}$$

(c) Vi söker nu

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\max(T_1, T_2, T_3) \leq 2|A) &= \frac{\mathbb{P}(\{\max(T_1, T_2, T_3) \leq 2\} \cap A)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\mathbb{P}(T_1, T_2, T_3 \leq 2)}{\mathbb{P}(A)} \\ &= \frac{(1 - e^{-2})^3}{(1 - e^{-2})^3 + 3(1 - e^{-2})^2 e^{-2}} (\approx 0.6805).\end{aligned}$$

2. Låt X vara en diskret fördelning sådan att

$$\mathbb{P}(X = 2k) = Ck \text{ för } k = 1, 2, \dots, n,$$

där n är ett positivt heltal.

(a) Bestäm C så att detta blir en täthetsfunktion. (2p)

(b) Låt m vara ett positivt heltal sådant att $1 \leq m \leq n$. Beräkna $\mathbb{P}(X \leq 2m)$. (2p)

(c) Låt $Y = (X - n - 1)^2$. Beräkna täthetsfunktionen för Y om n är ett jämnt tal. (3p)

Lösning:

(a) Vi har att

$$1 = \sum_{k=1}^n \mathbb{P}(X = 2k) = C \sum_{k=1}^n k = C \frac{n(n+1)}{2},$$

så att $C = \frac{2}{n(n+1)}$. Här använde vi en av formlerna som angavs på tesen.

(b) Vi har att

$$\mathbb{P}(X \leq 2m) = \sum_{k=1}^m \mathbb{P}(X = 2k) = \sum_{k=1}^m Ck = C \sum_{k=1}^m k = C \frac{m(m+1)}{2} = \frac{m(m+1)}{n(n+1)}.$$

(c) Då n är jämnt gäller att $X \in \{2, 4, \dots, 2n\}$ så att

$$\begin{aligned}Y &\in \{(2 - n - 1)^2, \dots, (n - n - 1)^2, (n + 2 - n - 1)^2, \dots, (2n - n - 1)^2\} \\ &= \{(n - 1)^2, \dots, 1, 1, \dots, (n - 1)^2\} = \{1, 3^2, \dots, (n - 1)^2\},\end{aligned}$$

dvs $\mathbb{P}(Y = (2l - 1)^2) > 0$ för $l = 1, \dots, n/2$. Vi ser att

$$\mathbb{P}(Y = 1) = \mathbb{P}(X = n) + \mathbb{P}(X = n + 2) = C \frac{n}{2} + C \frac{n + 2}{2} = C(n + 1) = \frac{2}{n}$$

och att

$$\mathbb{P}(Y = 3^2) = \mathbb{P}(X = n - 2) + \mathbb{P}(X = n + 4) = C \frac{n - 2}{2} + C \frac{n + 4}{2} = C(n + 1) = \frac{2}{n}.$$

I allmänhet har vi att

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y = (2l - 1)^2) &= \mathbb{P}(X = n - 2(l - 1)) + \mathbb{P}(X = n + 2l) \\ &= C \frac{n - 2(l - 1)}{2} + C \frac{n + 2l}{2} = C(n + 1) = \frac{2}{n}.\end{aligned}$$

Vi ser därför att Y är likformigt fördelad på mängden $\{1, 3^2, \dots, (n - 1)^2\}$.

3. Låt $X \sim \text{U}[0, 1]$, (dvs X är likformigt fördelad på intervallet $[0, 1]$), och givet att $X = x$ låt $Y \sim \text{U}[0, 1/x]$ (dvs Y är likformigt fördelad på intervallet $[0, 1/x]$).

- (a) Hitta den gemensamma täthetsfunktionen för (X, Y) och beräkna $\mathbb{E}[XY]$. (3p)
 (b) Beräkna marginaltäthetsfunktionen för Y och använd denna för att beräkna $\mathbb{E}[Y^\alpha]$ för alla värden på $\alpha > 0$. (3p)

Lösning:

- (a) $X \in [0, 1]$ och om $X = x$ så är täthetsfunktionen för Y

$$f_{Y|x}(y) = \frac{1}{1/x} = x \text{ för } 0 \leq y \leq 1/x.$$

Därför blir

$$f_{X,Y}(x, y) = f_{Y|x}(y)f_X(x) = x \cdot 1 = x \text{ för } 0 \leq x \leq 1 \text{ och } 0 \leq y \leq 1/x.$$

Vi får därför att

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[XY] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{X,Y}(x, y) dy dx = \int_0^1 \int_0^{1/x} x^2 y dy dx \\ &= \int_0^1 x^2 \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{1/x} dx = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

- (b) Vi har att $0 \leq x \leq \min(1, 1/y)$ så att

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) dx = \int_0^{\min(1, 1/y)} x dx = \frac{\min(1, 1/y)^2}{2} \text{ för } 0 < y < \infty.$$

Vi ser att

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Y^\alpha] &= \int_{-\infty}^{\infty} y^\alpha f_Y(y) dy = \int_0^{\infty} y^\alpha \frac{\min(1, 1/y)^2}{2} dy = \int_0^1 \frac{y^\alpha}{2} dy + \int_1^{\infty} \frac{y^{\alpha-2}}{2} dy \\ &= \left[\frac{y^{\alpha+1}}{2(\alpha+1)} \right]_0^1 + \left[\frac{y^{\alpha-1}}{2(\alpha-1)} \right]_1^{\infty} = \frac{1}{2(\alpha+1)} - \frac{1}{2(\alpha-1)} = \frac{-2}{2(\alpha^2-1)} = \frac{1}{1-\alpha^2}, \end{aligned}$$

ifall $\alpha < 1$. Om istället $\alpha > 1$ divergerar väntevärdet.

4. Jöns-Harald har blivit förvandlad till en hjort av den elaka trollkarlen Palbin. Jöns-Harald befinner sig i ett hjorthägn och inser att det bara är en tidsfråga innan aristokraten Bjöllaberg som äger hjorthägnen kommer ut med bössan. Jöns-Harald bestämmer sig för att fly.
- (a) Jöns-Harald tar sats och försöker hoppa över stängslet som omgärdar hägnen. Antag att Jöns-Harald klarar av att hoppa över stängslet med sannolikhet p , och att han fortsätter att hoppa tills han är fri. Vad är sannolikheten att Jöns-Harald lyckas fly över stängslet på exakt k hopp? Motivera. (2p)
- (b) Det visar sig att Palbin och Bjöllaberg spelar ett ondskefullt spel med Jöns-Harald. Han måste hoppa över hela 20 stycken stängsel för att bli fri. Om han inte klarar detta på högst 50 hopp så kommer Bjöllaberg med bössan och Jöns-Harald blir till hjort-stek. Vad är sannolikheten att Jöns-Harald slipper bli hjort-stek om $p = 1/3$? (4p)

Lösning:

- (a) Låt X vara antalet hopp som Jöns-Harald behöver för att bli fri. Texten beskriver en situation där $X \sim \text{Geom}(p)$ så

$$\mathbb{P}(X = k) = (1 - p)^{k-1} p \text{ för } k = 1, 2, \dots$$

För att detta skall vara OK måste vi dock anta att hoppen lyckas eller misslyckas oberoende av varandra.

- (b) Låt X_l vara antalet hopp som Jöns-Harald behöver för att hoppa över stängsel nummer $l \in \{1, 2, \dots, 20\}$. Låt sedan $X = \sum_{l=1}^{20} X_l$ som vi kan normalapproximera. Vi har att

$$\begin{aligned} X &\approx N\left(\mathbb{E}\left[\sum_{l=1}^{20} X_l\right], \text{Var}\left(\sum_{l=1}^{20} X_l\right)\right) \\ &= N\left(\sum_{l=1}^{20} \mathbb{E}[X_l], \sum_{l=1}^{20} \text{Var}(X_l)\right) = N\left(\frac{20}{p}, \frac{20(1-p)}{p^2}\right) \end{aligned}$$

så att

$$\frac{X - \frac{20}{p}}{\sqrt{\frac{20(1-p)}{p^2}}} \approx N(0, 1).$$

Vi får då att

$$\mathbb{P}(X \leq 50) = \mathbb{P}\left(\frac{X - \frac{20}{p}}{\sqrt{\frac{20(1-p)}{p^2}}} \leq \frac{50 - \frac{20}{p}}{\sqrt{\frac{20(1-p)}{p^2}}}\right) \approx \mathbb{P}(Z \leq -0.91) \approx 0.18$$

där vi använde att $p = 1/3$ och tabell i sista likheten.

5. Betrakta ett system bestående av tre parallellkopplade komponenter. Livslängderna i timmar för dessa komponenter antas vara oberoende och Weibull-fördelade med täthetsfunktion

$$f(s) = 2\lambda s e^{-\lambda s^2} \text{ för } s > 0$$

där $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$. Systemet fungerar ifall minst en komponent fungerar. Beräkna sannolikheten att systemet fungerar efter 1000 timmar. (4p)

Lösning: Låt T_1, T_2, T_3 beteckna livslängderna för de tre komponenterna. Vi söker

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\max(T_1, T_2, T_3) \geq 1000) &= 1 - \mathbb{P}(\max(T_1, T_2, T_3) \leq 1000) \\ &= 1 - \mathbb{P}(T_1 \leq 1000, T_2 \leq 1000, T_3 \leq 1000) = 1 - \mathbb{P}(T_1 \leq 1000)^3 \end{aligned}$$

där vi använde oberoende i sista likheten. Vidare har vi att

$$\mathbb{P}(T_1 \leq t) = \int_0^t f(s) ds = \int_0^t 2\lambda s e^{-\lambda s^2} ds = \left[-e^{-\lambda s^2}\right]_0^t = 1 - e^{-\lambda t^2},$$

så att

$$\mathbb{P}(\max(T_1, T_2, T_3) \geq 1000) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda \cdot 10^6}\right)^3 = 1 - \left(1 - e^{-1/2}\right)^3 \approx 0.9391.$$

6. Låt X vara en slumpvariabel med täthetsfunktion

$$f_X(x) = \frac{\theta + 1}{2} |x|^\theta \text{ för } -1 \leq x \leq 1,$$

där $\theta > -1$ är en parameter.

(a) Hitta momentskattaren (MME'n) för θ . (4p)

(b) Hitta maximum likelihood-skattaren (MLE'n) för θ . (4p)

Lösning:

(a) Vi har att

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx = \int_{-1}^1 x \frac{\theta+1}{2} |x|^\theta dx = \frac{\theta+1}{2} \int_{-1}^1 x |x|^\theta dx = 0,$$

då $x|x|^\theta$ är en udda funktion. För att kunna använda momentmetoden måste vi därför gå till högre moment. Vi har att

$$\mathbb{E}[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx = \int_{-1}^1 x^2 \frac{\theta+1}{2} |x|^\theta dx = \frac{\theta+1}{2} 2 \int_0^1 x^{2+\theta} dx = \frac{\theta+1}{\theta+3}.$$

Momentmetoden säger att vi skall sätta

$$\overline{X^2} = \frac{\hat{\theta}+1}{\hat{\theta}+3} \iff \hat{\theta}+1 = (\hat{\theta}+3)\overline{X^2} \iff \hat{\theta}(1-\overline{X^2}) = 3\overline{X^2}-1$$

så att

$$\hat{\theta} = \frac{3\overline{X^2}-1}{1-\overline{X^2}}.$$

(b) Vi börjar med att bilda likelihooden:

$$L(\theta) = \prod_{k=1}^n f(x_k|\theta) = \prod_{k=1}^n \frac{\theta+1}{2} |x_k|^\theta = \left(\frac{\theta+1}{2}\right)^n \left(\prod_{k=1}^n |x_k|\right)^\theta.$$

Vi bildar log-likelihooden

$$l(\theta) = \log(L(\theta)) = n \log\left(\frac{\theta+1}{2}\right) + \theta \sum_{k=1}^n \log |x_k| = n \log(\theta+1) - n \log(2) + \theta \sum_{k=1}^n \log |x_k|.$$

Vi deriverar:

$$l'(\theta) = \frac{n}{\theta+1} + \sum_{k=1}^n \log |x_k|$$

och

$$l''(\theta) = -\frac{n}{(\theta+1)^2} < 0$$

så att villkoret $0 = l'(\theta)$ ger oss ett maximum. Detta villkor ger oss

$$\frac{n}{\theta+1} = -\sum_{k=1}^n \log |x_k| \iff \theta+1 = -\frac{n}{\sum_{k=1}^n \log |x_k|}$$

så vår MLE blir

$$\hat{\theta} = -1 - \frac{n}{\sum_{k=1}^n \log |x_k|}.$$

7. Lotta är ansvarig för två produktionslinjer (A och B) på en fabrik i Ankeborg. De två produktionslinjerna tillverkar samma typ av komponenter som ganska ofta är defekta. Lotta funderar på om andelen defekta komponenter är densamma i de två produktionslinjerna, och som ansvarig bestämmer hon sig för att undersöka saken. Hon tar därför stickprov från de två produktionslinjerna med följande resultat:

Produktionslinje:	A	B
Stickprovets storlek:	40	60
Antal defekta komponenter:	12	16.

Ange ett 95% konfidensintervall för skillnaden i andelen defekta komponenter i de två produktionslinjerna. (5p)

Lösning: Låt X_A, X_B beteckna de två stickproven och låt p_A, p_B vara proportionerna defekta komponenter från produktionslinje A respektive B . Vi har att $\bar{X}_A - \bar{X}_B$ är en lämplig punktskattare för $p_A - p_B$, och enligt teorin från kursen har vi att

$$\frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (p_A - p_B)}{\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n_A} + \frac{p_B(1-p_B)}{n_B}}} \approx \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (p_A - p_B)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_A(1-\hat{p}_A)}{n_A} + \frac{\hat{p}_B(1-\hat{p}_B)}{n_B}}} \approx t(n_A + n_B - 2) = t(98) \approx N(0, 1).$$

Med beteckningen

$$s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B}^2 = \frac{\hat{p}_A(1 - \hat{p}_A)}{n_A} + \frac{\hat{p}_B(1 - \hat{p}_B)}{n_B},$$

använder vi referensvariabeln

$$R = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (p_A - p_B)}{s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B}} \approx N(0, 1).$$

Ett $100(1 - \alpha)$ % K.I. för $p_A - p_B$ blir därför

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &\approx \mathbb{P}(-z_{\alpha/2} \leq R \leq z_{\alpha/2}) = \mathbb{P}(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B - (p_A - p_B)}{s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B}} \leq z_{\alpha/2}) \\ &= \mathbb{P}(\bar{X}_A - \bar{X}_B - z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B} \leq p_A - p_B \leq \bar{X}_A - \bar{X}_B + z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B}). \end{aligned}$$

Med $\alpha = 0.05$ ser vi från tabellen att $z_{0.025} \approx 1.96$ så ett 95% K.I. för skillnaden $p_A - p_B$ blir därför

$$I_{p_A - p_B} = \bar{x}_a - \bar{x}_b \pm z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B} = \frac{12}{40} + \frac{16}{60} \pm z_{\alpha/2}s_{\hat{p}_A - \hat{p}_B} \approx [-0.1475, 0.2141].$$

8. Man vill undersöka huruvida små mängder järn blandat i en koppar-nickel legering skyddar mot korrosion. Man tillverkar 8 plåtar med lika vikt och form, och låter dessa rotera i en bassäng med havsvatten under 30 dagar. Efter avtorkning väger man plåtarna och registrerar viktninskningen. Resultatet blev som följer:

Plåt nr:	1	2	3	4	5	6	7	8
Halt järn (%):	0.2	0.5	0.7	1	1.5	2	2.5	3
Viktninskning (g):	236	250	242	230	194	138	131	107

Forskarnas hypotes är att sambandet mellan viktninskningen y och halten järn x uppfyller att $y = \beta_0 + \beta_1 x$. Data kan sammanfattas med att

$$S_{xx} = 7.035, S_{xy} = -390.3, S_{yy} = 23102.$$

- (a) Skatta β_0 och β_1 . (1p)
- (b) Forskning på liknande legeringar hade utförts av en annan forskargrupp för flera årtionden sedan. Dessa hade kommit till slutsatsen att $\beta_1 = -50$. Utför ett test på signifikansnivån $\alpha = 0.05$ huruvida detta stämmer med de nya data "våra" forskare fick se i sin studie. (4p)
- (c) Antag att β_1 i själva verket är -60 . Vad är styrkan av ditt test som du utförde i uppgift (b)? (3p)

Lösning:

- (a) Vi har att

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = -55.5 \text{ och att } \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 270.$$

(b) Vi skall alltså testa

$$\begin{aligned} H_0 : \quad & \beta_1 = -50 \\ H_A : \quad & \beta_1 \neq -50. \end{aligned}$$

Vi har att

$$\hat{\beta}_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}\right) \stackrel{H_0}{=} N\left(-50, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}\right).$$

Vi använder därför test-statistikan

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 - (-50)}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} = \frac{\hat{\beta}_1 + 50}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \stackrel{H_0}{\sim} t(6),$$

där

$$S_r^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (y_k - \hat{y})^2 = \frac{S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}}}{n-2} \approx 241.4$$

så att $S_r \approx 15.54$.

Vi förkastar H_0 till förmån för H_1 ifall test-statistikan antar till belopp stora värden. Vårt kritiska område för T blir därför

$$(-\infty, -t_{0.025}(6)] \cup [t_{0.025}(6), \infty)$$

där $t_{0.025}(7) \approx 2.447$ enligt tabell. Insatta data ger

$$T(\epsilon) = \frac{-55.5 + 50}{15.54/\sqrt{7.035}} \approx -0.94.$$

Vi kan därför inte förkasta H_0 på signifikansnivån 0.05.

(c) Test-styrkan ges av

$$\mathbb{P}(T \in RR) = \mathbb{P}(T \geq t_{0.025}(6)) + \mathbb{P}(T \leq -t_{0.025}(6))$$

givet att H_1 är sann med $\beta_1 = -60$ där

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 + 50}{S_r/\sqrt{S_{xx}}}.$$

Om $\beta_1 = -60$ så är dock inte detta $t(6)$ -fördelat, istället har vi då att

$$\frac{\hat{\beta}_1 + 60}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \sim t(6).$$

Vi ser därför att

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(T \geq t_{0.025}(6)) + \mathbb{P}(T \leq -t_{0.025}(6)) &= \mathbb{P}\left(\frac{\hat{\beta}_1 + 50}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \geq t_{0.025}(6)\right) + \mathbb{P}\left(\frac{\hat{\beta}_1 + 50}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \leq -t_{0.025}(6)\right) \\ &= \mathbb{P}\left(\frac{\hat{\beta}_1 + 60}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \geq t_{0.025}(6) + \frac{10}{S_r/\sqrt{S_{xx}}}\right) + \mathbb{P}\left(\frac{\hat{\beta}_1 + 60}{S_r/\sqrt{S_{xx}}} \leq -t_{0.025}(6) + \frac{10}{S_r/\sqrt{S_{xx}}}\right) \\ &= \mathbb{P}(Y \geq 4.15) + \mathbb{P}(Y \leq -0.74) \approx 0.25, \end{aligned}$$

där $Y \sim t(6)$.