

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2025-29-10, 08.30 – 12.30

tel: 031-772 12 44 (Exam: Olof Giselsson)

Hjälpmedel: bif. formelblad, Chalmersgodkänd räknare.

För betyg 3 krävs 20 poäng på godkändtdelen. För betyg 4 krävs 33 poäng totalt, varav minst 6 poäng på överbetygsdelen. För betyg 5 krävs 42 poäng poäng totalt, varav minst 12 poäng på överbetygsdelen.

Bonuspoäng från introkurs HT25, och duggor räknas med på godkändtdelen.

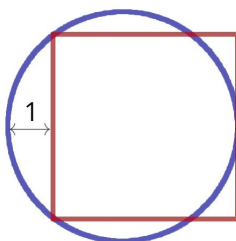
Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkändtdelen

1. (a) I polynomet $2x^2 - 5x + 3$, byt variabel till $x = z + a$, och bestäm a så att det nya polynomet (nu i z) saknar $z(=z^1)$ -termen. (2p)
(b) Lös ekvationen $\frac{1}{4 - \frac{6}{1+x}} = x$. (2p)
(c) Förenkla $\frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{4a}{b} + 4}{a - 2b}$. Skriv svaret som ett bråk. (2p)
(d) Lös olikheten $3 > |2x - 3|$. Rita området på reella linjen. (2p)
2. (a) En linje går igenom punkterna $(2, -1)$ och $(-1, 5)$. Bestäm i vilken punkt den skär en annan linje som ges av $y = 3x - 2$. (3p)
(b) Bestäm största avstånd från punkten $(2, -2)$ till cirkeln $x^2 + y^2 - 4(2y - 3x) = 12$. (2p)
(c) Linjen $y = 2x - 1$ skär kurvan $y = x^3 - 3x + 1$ när $x = 2$. Hitta de andra skärningspunkterna (endast x -koordinaten krävs). (3p)
3. (a) Låt $\mathbf{x} = (4, -3)$ och $\mathbf{v} = (4, 2)$. Bestäm tal $a, b \in \mathbb{R}$, så att $\mathbf{w} = a\mathbf{x} + b\mathbf{v}$, har $|\mathbf{w}| = 1$ och $\mathbf{x} \bullet \mathbf{w} = 0$. (3p)
(b) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 5 - x + y + z = 0 \\ 3 + x + y - z = 0 \\ 1 - 3y + z = 0 \end{cases}$$
 (3p)
(c) Låt två krafter vara givna som $\mathbf{F}_1 = (2, -3)$ och $|\mathbf{F}_2| = 3$, och antag att längden av kraften $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ är 4 (i.e.). Bestäm vinkeln mellan $\mathbf{F}_1$ och $\mathbf{F}_2$. (2p)
4. (a) Beräkna exakt $\cos(v)$ och $\sin(v)$ om $\tan(v) = 2\sqrt{2}$, och v ligger i den 3:e kvadranten. (2p)
(b) Lös ekvationen $2z - \frac{2}{z} = -i$. Skriv svaren på formen $x + yi$. (3p)
(c) Bestäm alla $x \in \mathbb{R}$ så att $(\sqrt{3} - i)e^{i2x}$ är ett reellt tal. Svaret kan ges antingen i grader eller i radianer. (3p)

Överbetygsdelen

1. En kvadrat och en cirkel har relation enligt bild (d.v.s två av kvadratens hörn ligger på cirkeln, dess en sidan tangerar cirkeln, och skillnaden i längd mellan cirkelns diameter och kvadratens sida är 1)



- Beräkna kvadratens area. (6p)
2. Lös ekvationen $z^2 - 5z + 9 = \bar{z}$. (Där $\bar{z} = x - yi$ är det komplexa konjugatet av $z = x + yi$). (6p)
 3. Båt A startar i $(3, 1)$ och rör sig med konstant hastighetsvektor $(3, 4)$. Båt B startar i $(-2, 0)$ och rör sig med konstant hastighetsvektor $(4, 3)$. Då navigatörerna på båtarna är kompetenta, så krockar de inte med varandra. Men vid vilken tidpunkt t är de som närmast? (6p)