

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2026-01-08, 08.30 – 12.30

tel: 031-772 12 44 (Exam: Olof Giselsson)

Hjälpmedel: bif. formelblad, Chalmersgodkänd räknare.

För betyg 3 krävs 20 poäng på godkändtdelen. För betyg 4 krävs 33 poäng totalt, varav minst 6 poäng på överbetygsdelen. För betyg 5 krävs 42 poäng poäng totalt, varav minst 12 poäng på överbetygsdelen.

Bonuspoäng från introkurs HT25, och duggor räknas med på godkändtdelen.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkändtdelen

1. (a) Bestäm alla reella tal x sådana att $|x - 3| < |x + 4|$. (2p)

- (b) Förenkla uttrycket

$$\frac{\frac{1}{d+c} + \frac{1}{d-c}}{\frac{1}{d-c} - \frac{1}{d+c}}$$

så långt som möjligt.

(2p)

- (c) Bestäm konstanter a, b så att

$$x^2 + 3x = (x + b)^2 + c, \quad \text{för alla } x.$$

(2p)

2. (a) Lös ekvationen $\sqrt{x} = 1 + \sqrt{2x - 3}$. (3p)

- (b) Ni vet att ekvationen $x^3 + 6x^2 - 8x - 7 = 0$ har minst en lösning när x är ett heltal. Bestäm samtliga lösningar. (3p)

- (c) En linje som går igenom $(0, 1)$, är vinkelrät mot linjen genom punkterna $(4, -1)$ och $(-2, 1)$. Bestäm i vilken punkt den skär en annan linje som ges av $y = 4x - 1$. (3p)

3. (a) Bestäm radien på cirkeln i $\mathbb{R}^2$ som går igenom punkterna $(1, 3)$, $(2, 6)$ och $(2, 8)$. (3p)

- (b) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y + z &= 1 \\ 3x + 2y + z &= 3 \\ 2x - 3y &= 4 \end{cases}$$
 (3p)

- (c) Visa att för två planvektorer $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$, så gäller parallelogramlagen

$$2|\mathbf{u}|^2 + 2|\mathbf{v}|^2 = |\mathbf{u} + \mathbf{v}|^2 + |\mathbf{u} - \mathbf{v}|^2.$$

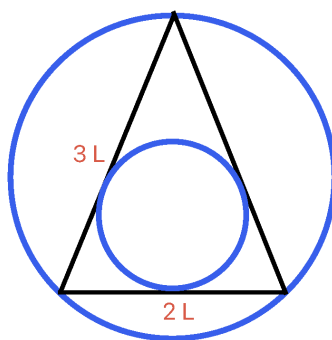
(3p)

4. (a) Beräkna exakt $\tan(v)$ och $\cos(v)$ om $\sin(v) = \frac{3}{5}$, och v ligger i den 2:a kvadranten. (2p)
- (b) Låt $\omega = 1 - \frac{1}{1-i\sqrt{3}}$. Skriv ω^6 i formen $a + ib$. (3p)
- (c) Bestäm alla $x \in \mathbb{R}$, så att $\tan x = \tan 6x$. Ni kan lösa problemet antagligen i grader eller radianer. (3p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

1. Bestäm alla tal a , så att linjen $y = 1 + a(x + 1)$ är en tangent till $-x^2 + 4x - 2$. (6p)
2. En likbent triangel har proportioner som nedan (långa sidornas längd är $3L$, kortsidans längd är $2L$).



Den lilla cirkeln C_{li} tangerar sidorna till triangeln, och den stora cirkeln C_{st} går igenom triangelns hörn. Bestäm förhållandet

$$\frac{Area(C_{st})}{Area(C_{li})}.$$

(6p)

3. Bestäm alla $z \in \mathbb{C}$ så att $z^2 + \frac{1}{z^2}$ är reellt (d.v.s. imaginärdelen är 0). Rita mängden i talplanet. (6p)

Lycka till!

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

$$\text{Hérons formel} \quad T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$$

$$\text{Sinussatsen} \quad \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\text{Cosinussatsen} \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\text{Areasatsen} \quad T = \frac{ab \sin C}{2}$$

$$\text{Arean av en ellips} = \pi ab$$

$$\text{Volymen av en ellipsoid} = \frac{4\pi abc}{3}$$

$$\text{Volymen av en cylinder} = (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$$

$$\text{Volymen av en kon} = \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$$

$$\text{Arean av en sfär} = 4\pi r^2$$

$$\text{Arean av mantelytan för en}$$

$$\text{cirkulär cylinder} = 2\pi r h$$

$$\text{cirkulär kon} = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$\text{Eulers formler:} \quad \cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$$

$$\text{de Moivres formel} \quad (e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$$