Chalmers tekniska högskola
Matematiska vetenskaper
Tekniskt basår på distans

Matematik del A (MVE705/MVE640/MVE641)

Tentamen 2026–01–08, 14.00–18.00.

Hjälpmedel: Inga.

Examinator: Jakob Palmkvist, 031–772 28 78.

Tentan kan ge maximalt 50 poäng plus bonuspoäng. För betyget 3/4/5 krävs minst 20/30/40 poäng (inklusive bonuspoäng).

Använd inte samma sida till flera uppgifter (olika deluppgifter på samma sida går bra). Använd inte röd skrift. I lösningen av en uppgift, visa *vad* du gör, *hur* och *varför*. Förenkla svaret så mycket som möjligt, och ange det slutliga svaret tydligt. Det är i hög grad lösningen och motiveringarna som ger poäng, inte bara svaret. Även ofullständig lösning kan ge delpoäng.

1. På dessa deluppgifter ska bara korta räkningar redovisas.
   (a) (3 p) Bestäm $\tan\alpha$ om $\sin\alpha = 2/3$.
   (b) (4 p) En ellips ges av ekvationen $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$. Ange centrum (medelpunkt) samt de båda halvaxlarna.
   (c) (2 p) Beräkna avståndet mellan punkterna $(\frac{1}{7}, \frac{5}{7})$ och $(\frac{4}{7}, \frac{9}{7})$.
   (d) (3 p) Utveckla $(x^2 + 2y)^3$.

2. (5 p) Lös olikheten
$$\frac{x^2 + 7}{3 - x} < 4.$$

3. Betrakta följande ekvationssystem:
$$\begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ -x + 4y = 0 \end{cases}$$
   (a) (3 p) Lös systemet med hjälp av eliminationsmetoden.
   (b) (2 p) Skissa de motsvarande linjerna.

4. (5 p) Faktorisera fullständigt polynomet
$$p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2.$$

Vänd!

5. (5 p) Förenkla uttrycket

$$\frac{a^{3/2}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{b^{3/2}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\sqrt{ab}.$$

   Ange också för vilka värden på a och b som det är definierat.

6. I ett rakt prisma är basytorna liksidiga trianglar med sidan 10 cm. Höjden är 5 cm.
   (a) (2 p) Beräkna volymen.
   (b) (2 p) Beräkna mantelarean.
   (c) (2 p) I ett annat prisma, som är likformigt med det ovan givna, är höjden 10 cm. Hur stor är dess volym?

7. (5 p) För varje reellt tal x, betrakta avstånden på tallinjen från x till 1, och från x till 3. Bestäm alla x sådana att summan av dessa två avstånd är lika med 2.

8. (a) (2 p) Ange definitionen av en parabel utifrån brännpunkt och styrlinje.
   (b) (5 p) Formulera och bevisa en ekvation som uppfylls av varje parabel i xy-planet där brännpunkten är $(0, c)$ och styrlinjen $y = -c$, för något $c \neq 0$.

Lycka till!